УДК 517.988

І.І. Демків
Національний університет "Львівська політехніка",
вул. С. Бандери, 12, 79013, м. Львів, Україна

ІНТЕРПОЛЯЦІЙНІ ФУНКЦІОНАЛЬНІ МНОГОЧЛЕНИ ТРЕТЬОГО ТА ЧЕТВЕРТОГО СТЕПЕНЯ, ЩО НЕ ВИКОРИСТОВУЮТЬ ПРАВИЛА ПІДСТАНОВКИ.

Питаннями узагальнення класичної теорії інтерполювання функцій однієї змінної на випадок нелінійних функціоналів та операторів займалися ряд авторів, зокрема, Filipsson L., Kergin P., Ульм С.Ю., Полль В.В., Porter W.A., Prenter P. T., Соболевський П.І., Янович Л.О.

При цьому побудовані інтерполяційні формули мали інтеграли , під знак яких входили похідні, диференціали Гато оператора, що інтерполюються, або інтеграли Стільєса по оператору скалярного аргументу.

Автори роботи [1] запропонували шукати інтерполянти типу Ньютона у класі функціональних поліномів вигляду $P_n(x(\cdot)) = K_0 + \sum_{s=1}^{n} \int_0^1 \int_{z_1}^1 \ldots \int_{z_{s-1}}^1 K_s(\vec{z}^{\,s}) \prod_{i=1}^{s} [x(z_i) - x_{i-1}(z_i)] dz_s \ldots dz_1$, де через $x_i(z) \in Q[0,1]$, $i = 0,1,\ldots$ позначені довільні, фіксовані елементи з простору $Q[0,1]$ – кусково-неперервних на відрізку $[0,1]$ функцій зі скінченою кількістю точок розриву першого роду. Для відшукання ядер K_0, $K_s\left(\vec{z}^{\,s}\right)$, $s = \overline{1,n}$ було введено континуальну множину вузлів

$$x^n\left(z, \vec{\xi}^{\,n}\right) = x_0(z) + \sum_{i=1}^{n} H(z - \xi_i)[x_i(z) - x_{i-1}(z)] \;,\; z \in [0,1] \;,$$

$$\vec{\xi}^{\,n} = (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n) \in \overline{\Omega}_n = \left\{\vec{z}^{\,n} = (z_1, z_2, \ldots, z_n) : 0 \le z_1 \le z_2 \le \ldots \le z_n \le 1\right\} ,$$

і поставлені континуальні інтерполяційні умови $P_n^I\left(x^n\left(\cdot, \vec{\xi}^{\,n}\right)\right) = F\left(x^n\left(\cdot, \vec{\xi}^{\,n}\right)\right), \quad \forall \vec{\xi}^{\,n} \in \overline{\Omega}_n$,
де $H(z)$ – функція Хевісайда.

Для забезпечення достатньої умови інтерполяційності полінома $P_n(x(\cdot))$ на континуальних вузлах $x_n\left(z, \vec{\xi}^{\,n}\right)$ вимагалось виконання правила підстановки. Це правило є досить обмежуючим для функціоналів $F(x(\cdot))$. Його можна позбутися, якщо розширити клас поліномів (1). Так, в [1] при $n = 2$ вказаний там поліном буде інтерполяційним на континуальній множині вузлів $x^2\left(z, \vec{\xi}^{\,2}\right)$, $0 \le \xi_1 \le \xi_2 \le 1$.

У цій доповіді пропонується і обґрунтовується конструкція функціональних поліномів типу Ньютона $P_3^I(x(\cdot))$, $P_4^I(x(\cdot))$, яка не вимагає виконання правила підстановки, що досягається за рахунок розширення класу поліномів [1], у якому шукається інтерполянт.

1. *Макаров В. Л., Демків І. І., Михальчук Б.Р. Необхідні і достатні умови існування функціоналного інтерполяційного полінома на континуальній множині вузлів //ДАН України, 2003, №7, С.7-12.*