

ЧИСЛОВИЙ ПАРАМЕТРИЧНИЙ СИНТЕЗ МІЖРЕЗОНАНСНОЇ ВІБРОУДАРНОЇ СИСТЕМИ

© Гурський В.М., Ланець О.С., 2014

Розв'язано задачу числового параметричного синтезу міжрезонансної віброударної системи на основі розв'язання системи нелінійних диференціальних рівнянь, з пошуком максимального значення пришвидшення робочої маси та з обмеженням на власні частоти коливань системи. Здійснено порівняльну оцінку гармонійної та синтезованої віброударної системи з урахуванням обмежень на рух коливальних мас, зокрема на досягнення системою потрібних технологічних показників та із забезпеченням умови функціонування приводу.

The article solves the task of numeral self-reactance synthesis of the interresonance vibroshock system by calculation of the systems of nonlinear differential equations, with the calculation of the maximal value of acceleration of working mass and with limitation of the system own frequencies. The comparative estimation of the harmonious and synthesized vibroshock system is carried out taking into account limits on the motion of swaying masses, in particular on the system achievement of the necessary technological indexes and with providing its drive functioning.

Вступ. У вібраційних технологічних засобах домінують ударно-вібраційні системи [1–6], використання яких можливе як у зарезонансних [1], так і у резонансних [2–5] режимах. На особливу увагу заслуговують резонансні схеми машин, що дозволяють значною мірою заощаджувати енергію на збурення системи. Відомі резонансні машини [7], що реалізують гармонійний режим роботи, з технологічного погляду поступаються аналогічним віброударним. Використання останніх вимагає реалізації перевантажень на робочому органі (як критерію технологічної придатності машини), значно менших за значенням $(2 - 2,5)g$, ніж у гармонійних режимах $(4 - 5)g$.

Постановка проблеми. Однією з основних проблем, пов'язаних з роботою вібраційних машин з електромагнітним приводом, є встановлення найсприятливішого для системи (номінального) значення $\Delta_{\text{ном}}$ повітряного зазору між осердям та якорем електромагнітного віброзбуджувача, що забезпечує роботу останнього з урахуванням досягнення необхідних технологічних показників. Як правило, проблеми супроводжуються переважно рухом реактивної коливальної маси, інерційне значення якої в декілька разів менше за відповідний показник корпусної маси системи, до якої монтується окремо осердя або ж автономний привід загалом. Необхідність збільшення значення зазору або інерційності реактивної маси, за умови реалізації потрібної для робочої маси амплітуди, спричиняє непропорційне зростання величини споживаної потужності та вимагає вибору приводу зі значно вищими енергетичними показниками. Обмеження руху реактивної маси повинно не порушувати функціональності вібраційної системи за умови досягнення нею відповідних технологічних показників на робочій коливальній масі.

Тому обмеження відносного переміщення мас в елементах електромагнітного приводу бажано здійснювати за умови реалізації якісно нових динамічних режимів роботи коливальної системи, з обмеженим впливом інерційності коливальних мас.

Аналіз останніх досліджень. Задачі синтезу та динамічного аналізу віброударних систем ґрунтовно подано у багатьох наукових працях, зокрема і для машин технологічного призначення

[1–6]. Відомо [7], що суттєвого збільшення ефективності функціонування вібраційних систем (зниження енергоспоживання) можна досягти за рахунок підвищення коефіцієнта динамічності системи, який визначається пружно-інерційними параметрами. Так, з метою підвищення функціональної ефективності двомасового вібраційного майданчика розроблено конструкцію системи (рис. 1), де функцію робочого органа виконує активна маса m_1 , а силове збурення реалізовано за рахунок конструктивно введеного модуля 1, який жорстко з'єднаний з проміжною масою m_2 . Інерційні параметри активної та проміжної мас перерозподілені так: $m_1 = 83,4 \text{ кг}$, $m_2 = 44 \text{ кг}$, а інерційне значення реактивної маси становить $m_3 = 0,268 \text{ кг}$. Очевидно, мале інерційне значення реактивної маси спричинюватиме проблеми, пов'язані з роботоздатністю системи (особливо під час зміни її власної частоти) та з вибором схеми живлення привода. Частка жорсткості [7], що визначає ступінь ефективності системи, дорівнює $\eta = 0.9$. Прийемо за робочу частоту вимушених коливань системи 50 Гц , яка реалізована на типовому двотактному приводі. Для високоефективних систем з погляду практичної реалізації системи придатна тільки двотактна схема вмикання [7, 12]. Усі розрахункові параметри системи подано в табл. 1.

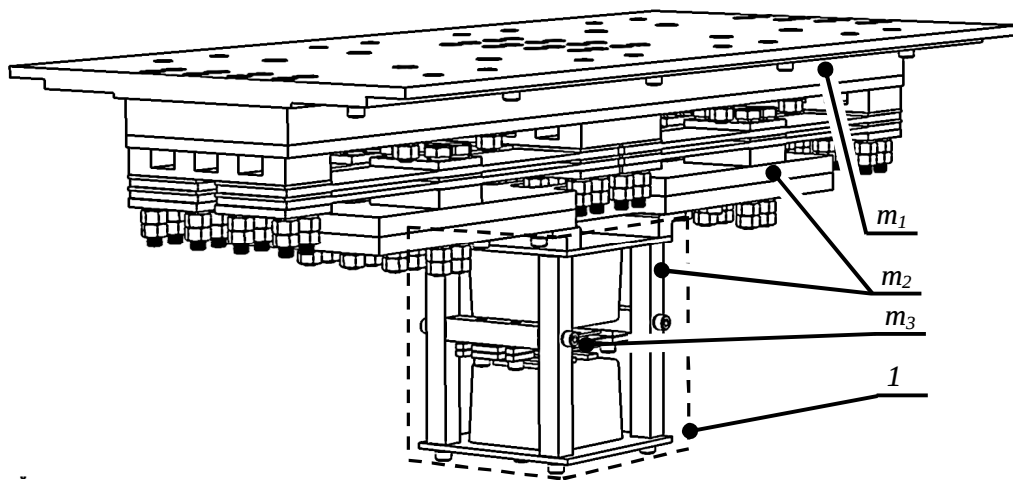


Рис. 1. 3D-модель базового високоефективного вібраційного майданчика (рама, на якій встановлена коливальна система, не відображена)

Таблиця 1

Параметри високоефективного (міжрезонансного) вібраційного майданчика

Параметри	Розрахункова формула	Числове значення
Інерційні	$m_1; m_2; m_3$	$83,4 \text{ кг}; 44 \text{ кг}; 0,268 \text{ кг}$
Частка жорсткості	$h = \frac{\left[(z^2 - 1) \cdot m_1 m_2 + z^2 (m_2^2 + m_1 m_3 + m_2 m_3) \right] - m_2^2 - m_2 m_3}{(z^2 - 1) \cdot (m_2 + m_3) \cdot (m_1 + m_2 + m_3)}$	0,9
Парціальні резонансні налагодження	$z_1 = \frac{z}{\sqrt{\frac{h \cdot m_3 + (h-1) \cdot m_2}{(h-1) \cdot (m_1 + m_2) + h \cdot m_3}}}; z_2 = \frac{z}{\sqrt{h}}$	1,7 ; 1,03
Пружні параметри вібраційної системи	$c_1 = m_1 \left(\frac{w}{z_1} \right)^2; c_2 = m_3 \left(\frac{w}{z_2} \right)^2$	$2,851 \cdot 10^6 \frac{H}{м}; 2,428 \cdot 10^4 \frac{H}{м}$
Коефіцієнти в'язкого тертя в пружних елементах за коефіцієнта внутрішнього непружного опору $g = 0,025$	$b_1 = \frac{g \cdot c_1}{w}; b_2 = \frac{g \cdot c_2}{w}$	$227 \frac{кг}{с}; 2 \frac{кг}{с}$

Розроблення вібраційних технологічних машин повинно узгоджуватися з обмеженням на відносне переміщення коливальних мас у системі електромагнітного привода

$$\max(x_2(t) + x_3(t)) < \Delta_{ном}. \quad (1)$$

Зокрема, для поданого майданчика та його параметрів для досягнення перевантаження на робочому органі у $5g$ на частоті коливань 50 Гц максимальне значення амплітуди коливань реактивної маси становитиме $X_3 = 6,154 \text{ мм}$, що не задовольняє умову (1) раціонального функціонування для встановленого типу електромагніта, для якого за паспортом $\Delta_{ном} = 3 \text{ мм}$.

У практичному сенсі це змушує до реалізації системи зі значно меншим значенням η , за якого встановлюватимуться раціональні значення інерційності реактивної маси та її амплітуди. Однак при цьому суттєво зменшується коефіцієнт динамічності та зростає величина споживаної потужності системи, потрібна для досягнення відповідного технологічного режиму за перевантаженням. Іншим варіантом може бути перехід на вищі частоти збурення, для прикладу, на 100 Гц . Однак при цьому виникає потреба у додаткових і запобіжних, з огляду на малу інерційність реактивної маси, засобах керування роботою системи.

Постановка задачі. В статті розглядається питання реалізації віброударного режиму роботи міжрезонансної (тримасової) вібраційної машини шляхом перебудови та перерахунку пружних параметрів. Для цього необхідно сформулювати задачу їхнього синтезу, оперуючи відповідними власними частотами коливань. На підставі проведеного синтезу пропонується здійснити оцінку якості та обґрунтування нового варіанта виконання вібраційної системи за допомогою:

- 1) встановлення віброударного режиму на відповідній коливальній масі з метою її вибору за робочу;
- 2) забезпечення заданого перевантаження на робочій масі;
- 3) порівняння реалізованої віброударної системи з базовою високоефективною гармонійною моделлю за відповідним показником.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо тримасову модель вібраційної системи, що визначається інерційними характеристиками коливальних мас та пружними параметрами ланок. Структурна схема вібраційної системи подана як вільна неізольована (без додаткових пружних ланок – ізоляторів) коливальна система, зображена на рис. 2, а. Пропонуємо віброударний режим у нелінійній системі реалізувати використанням асиметричної пружної характеристики виду 1, б між масами, що зазнають силового електромагнітного збурення.

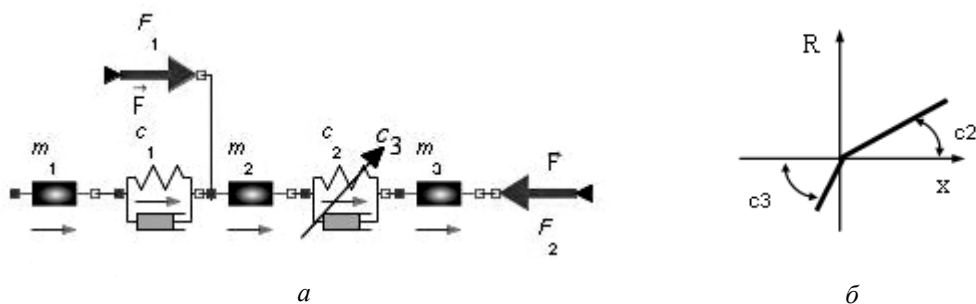


Рис. 2. Структурна схема віброударної системи та змінна пружна характеристика ланки

Пришвидження коливальних мас розглядуваної системи визначають, розв'язавши систему диференціальних рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_1(t) &= \frac{1}{m_1} [-c_1 \cdot (x_1(t) - x_2(t)) - b_1 \cdot (\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t))]; \\ \ddot{x}_2(t) &= \frac{1}{m_2} \begin{cases} -F \sin(\omega t) + c_1 \cdot (x_1(t) - x_2(t)) + b_1 \cdot (\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)) - \\ c_2 \cdot (x_2(t) - x_3(t)) + b_2 \cdot (\dot{x}_2(t) - \dot{x}_3(t)), & x_2(t) - x_3(t) \geq 0; \\ c_3 \cdot (x_2(t) - x_3(t)) + b_3 \cdot (\dot{x}_2(t) - \dot{x}_3(t)), & x_2(t) - x_3(t) < 0 \end{cases}; \\ \ddot{x}_3(t) &= \frac{1}{m_3} \begin{cases} F \sin(\omega t) + c_2 \cdot (x_2(t) - x_3(t)) + b_2 \cdot (\dot{x}_2(t) - \dot{x}_3(t)), & x_2(t) - x_3(t) \geq 0; \\ c_3 \cdot (x_2(t) - x_3(t)) + b_3 \cdot (\dot{x}_2(t) - \dot{x}_3(t)), & x_2(t) - x_3(t) < 0 \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Оптимальним для системи є білярезонансний режим, за якого отримаємо максимальне значення пришвидження робочої маси:

$$a_{p \max} \rightarrow \max. \quad (3)$$

Тому задачу синтезу потрібно ґрунтувати на частотному аналізі, в якому отримані власні частоти коливань є головним інструментом (обмеженнями) вибору параметрів моделі.

Власні частоти системи виду (2) за постійних (лінійних) пружних характеристик і $c_2 = c_3$ [8]:

$$\omega_{01(02)} = \sqrt{\frac{A \mp \sqrt{A^2 - 4B}}{2}}, \quad (4)$$

де $A = \frac{c_1 + c_2}{m_2} + \frac{c_1}{m_1} + \frac{c_2}{m_3}$, $B = c_1 c_2 \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_1 m_2 m_3}$ – параметричні коефіцієнти механічної системи в частотному рівнянні (знак “–” відповідає значенню ω_{01} , знак “+” ω_{02}).

У тримасову систему для реалізації віброударного міжрезонансного режиму роботи закладається принцип використання двох власних частот коливань за відповідним співвідношенням між ними. Власні частоти ω_{22} і ω_{23} системи за напрямками роботи відповідно пружних параметрів c_2 і c_3 :

$$\omega_{22} = \sqrt{\frac{A - \sqrt{A^2 - 4B}}{2}},$$

$$\omega_{23} = \sqrt{\frac{A^* + \sqrt{A^{*2} - 4B^*}}{2}}, \quad (5)$$

де $A^* = \frac{c_1 + c_3}{m_2} + \frac{c_1}{m_1} + \frac{c_3}{m_3}$, $B^* = c_1 c_3 \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_1 m_2 m_3}$.

Зведену другу власну частоту, що визначається набором представлених пружних параметрів c_1 , c_2 , c_3 , знаходять за формулою [9]

$$\Omega_{023} = \frac{2\omega_{22} \cdot \omega_{23}}{\omega_{22} + \omega_{23}}. \quad (6)$$

За рахунок використання асиметричної пружної характеристики в систему до розгляду долучається зведена друга власна частота вібраційної системи (6). Структура синтезованих власних частот системи наведена на рис. 3.

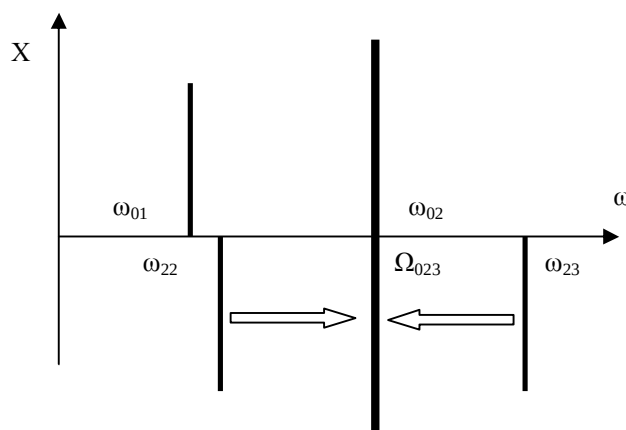


Рис. 3. Структура синтезованих власних частот коливань гармонійної (верх) та віброударної (низ) системи у частотній області

Визначальними для розглядуваної системи за відомих її інерційних параметрів будуть значення пружних параметрів, що формують раціональне співвідношення між власними частотами

та встановлюють умову роботи у білярезонансному режимі. Для цього приймаємо залежності для здійснення процедури їхнього синтезу, сформовані за парціальними частотами коливальних мас:

$$c_1(z_1) = m_1 \left(\frac{\omega}{z_1} \right)^2; \quad c_2(z_2, m_3) = m_3 \left(\frac{\omega}{z_2} \right)^2; \quad \frac{c_3(z_2, m_3)}{c_2(z_2, m_3)} = k.$$

Із задачі про раціональний синтез асиметричної пружної характеристики для двомасових вібраційних машин [10] встановлено раціональне відношення між параметрами, за якого встановлюється дорезонансний віброударний режим – $c_3/c_2 = 4$. Очевидним є те, що визначальна умова під час синтезу значень парціальних резонансних налагоджень z_1, z_2 (пружних параметрів) ґрунтуватиметься на оцінці значення зведеної власної частоти коливальних системи із резонансним налагодженням z :

$$\left. \begin{aligned} \Omega_{023}(z_1, z_2, m_3) &= \frac{\omega}{z}; \\ z_1 > 0, z_2 > 0. \end{aligned} \right\}. \quad (7)$$

Основні параметри синтезу – це парціальні резонансні налагодження z_1, z_2 . Інерційність реактивної маси m_3 визначається, в основному, умовою (1), а тому системи (7), (1) і (2) повинні розглядатися сумісно. З іншого боку, обмеження на рух реактивної маси коригується величиною номінального зусилля збурення F .

Для розв’язання задачі синтезу розроблено числовий алгоритм розв’язання нелінійного рівняння виду (7) на основі функції Find та вбудованого в неї методу Левенберга–Марквардта у програмному продукті MathCAD з пошуком відповідних парціальних налагоджень за відповідно попередньо прийнятих наближень. Отримані значення z_1, z_2 встановлюють потрібні пружні параметри для подальшого числового розв’язання диференціальних рівнянь (2) з оцінкою обмеження (1) та з умовою на перевантаження робочої маси $a_{p\max} \geq 5g$. Зауважимо, що для базової моделі $a_{p\max} \equiv a_1$. Оцінивши часові залежності пришвидшень коливальних мас (рис. 4), зокрема для віброударної системи, встановлено, що такий режим наявний на проміжній масі, що безпосередньо зазнає силового збурення, а тому $a_{p\max} \equiv a_2$.

Однак застосування умови (7) як обмеження під час синтезу є недостатнім для досягнення якісного результату, оскільки останній залежатиме від вибору початкових наближених значень z_1, z_2 . Тому постає задача про використання будь-яких значень початкових наближень z_1 та z_2 , а використання умови (7) достатньо для отримання позитивного результату. Оптимальні значення z_1^* та z_2^* визначаються на підставі оптимізаційної задачі:

$$a_{p\max}(z_1, z_2, m_3) \rightarrow \max, \quad (8)$$

з обмеженнями виду (7), що доповнюються додатковим обмеженням на інерційність реактивної маси

$$m_3 \equiv m_3^*. \quad (9)$$

Питання вибору раціонального значення інерційності реактивної маси m_3 полягає в тому, щоб ефективність за значенням $a_{p\max}$ віброударної системи була вищою, аніж у лінійній системі, якщо $c_3 = c_2$. Зауважимо, що для лінійної системи обмеженням виступає друга власна частота коливальних $\omega_{02}(z_1, z_2, m_3) = \frac{\omega}{z}$. Для моделювання системи (2) використано номінальне значення тягового зусилля $85H$.

Отримані значення оптимальних та розрахункових параметрів порівнюваних систем наведено в табл. 2.

Оптимальні параметри гармонійної та віброударної систем

Інерційність реактивної маси m_3^* , [кг]	Оптимальні резонансні налагодження z_1^*/z_2^*	Максимальне значення пришвидшення робочої маси $a_{p\max}$, [м/с ²]	Максимальне відносне переміщення $\max(x_2(t) + x_3(t))$, [мм]
1	$\frac{1,756/1,055^{**}}{1,592/1,346}$	$\frac{70,3}{70,51}$	$\frac{4,934}{18,65}$
2	$\frac{1,777/1,102}{1,586/1,358}$	$\frac{47,5}{69,98}$	$\frac{1,93}{8,91}$
3	$\frac{1,798/1,136}{1,576/1,375}$	$\frac{38,8}{67,37}$	$\frac{1,17}{5,61}$
4	$\frac{1,81/1,17}{1,573/1,382}$	$\frac{33,7}{68,9}$	$\frac{0,74}{4,06}$
5	$\frac{1,81/1,21}{1,567/1,395}$	$\frac{30,3}{68,32}$	$\frac{0,41}{3,09}$
10	$\frac{1,839/1,357}{1,537/1,457}$	$\frac{22,6}{65,49}$	$\frac{0,13}{1,15}$

* У чисельнику – значення для лінійної системи

Зазначимо, що інерційне значення реактивної маси m_3 є принциповим для гармонійної системи, за подальшого її збільшення система перетворюється на неефективну та втрачається можливість отримати розв'язки пружних параметрів за методикою [7]. Для віброударної системи цієї проблеми не існує, а тому під час синтезу можна оперувати будь-яким прийнятним її значенням, практично не втрачаючи в ефективності.

Отримані порівняльні показники розрахункових параметрів порівнюваних систем наведено в табл. 3.

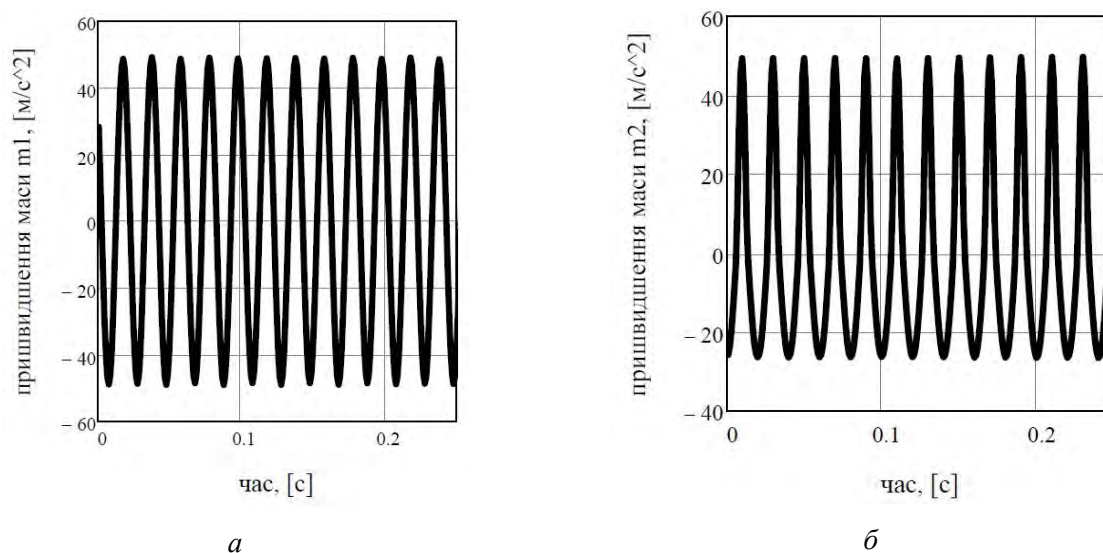


Рис. 4. Часові залежності пришвидшення робочої маси гармонійного (а) та віброударного майданчика (б)

Оскільки модель системи спрощена, тобто без врахування процесів роботи приводу та оброблення над середовищем, то для оцінки якості можна скористатися критерієм, що визначає технічну та технологічну досконалість системи (ефективність функціонування)

$$\xi = \frac{a_{p\max}}{P}, \quad (10)$$

де $P = f(t) \cdot (v_2(t) - v_3(t))$ – споживана потужність (на коливання) системи (до уваги беруть діюче значення).

Порівняльна характеристика гармонійної та віброударної систем

Тип моделі	Парціальні резонансні налагодження z_1/z_2	Значення власних частот коливань, [рад/с]	Максимальне перевантаження робочої маси	Інерційність реактивної маси, [кг]	Номинальне зусилля збурення, [Н]	Діюче значення споживаної потужності, [Вт]	Питомий показник ξ , [м/с ² /Вт]
Гармонійна	1,81/1,213	$\omega_{01} = 243,18$ $\omega_{02} = 320,41$	5,0g	5	137	41,601	1,173
Віброударна	1,567/1,395	$\omega_{01} = 220,59$ $\Omega_{023} = 320,41$			61	28,33	1,731

Згідно з наведеною 3D-моделлю вібраційного майданчика із гармонійним міжрезонансним режимом на рис. 5 зображено його експериментальний зразок (рис. 5) із робочою частотою коливань 100 Гц (на двотактній схемі). Використання вищих частот дає змогу досягати аналогічних за частоти 50 Гц перевантажень, але за амплітуди, у чотири рази меншої. Це забезпечило виконання умови (1). Живлення вібраційного майданчика відбувалось від звукового генератора 3Г–33 із напругою близько 30 В. Встановлено [12], що потужність, споживана двома віброзбудниками, дорівнює 9 Вт, а амплітуда коливань активної маси $X_1 = 0.11$ мм. Пришвидшення робочого органа становить: $X_1 \cdot (628 \text{ рад/с}^2)^2 = 43,16 \text{ м/с}^2$, а згаданий питомий показник при цьому $4,8 [\text{м/с}^2 / \text{Вт}]$. Однак використання двотактної схеми в промислових варіантах на частоті 100 Гц вимагає використання додаткових засобів керування, що суттєво впливає на собівартість машини. Окрім того, амплітудно-частотна характеристика реактивної маси [12] визначається високою нестабільністю амплітуди поза межами робочої частоти коливань. Очевидно, що зміна пружно-інерційних параметрів системи під час завантаження спричинюватиме інтенсивні коливання згаданої маси, що суперечитиме виконанню умови (1).

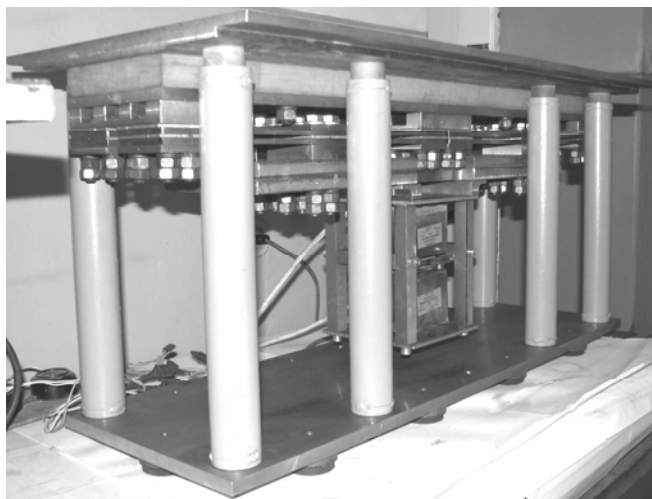


Рис. 5. Експериментальний зразок високоефективного вібраційного майданчика

Тому перехід на віброударні системи дасть змогу застосувати з метою приводу традиційні однокатні (імпульсні) [11] та двотактні схеми з реалізацією частот коливань 50 Гц і 100 Гц за рахунок нарощення інерційності реактивної маси, а також досягати потрібних умов роботи системи.

За частоти збурення 100 Гц наведений показник (10) з інерційністю реактивної маси $m_3^* = 5 \text{ кг}$ становитиме для гармонійної системи – $2,2 [\text{м/с}^2 / \text{Вт}]$, для віброударної – $3,3 [\text{м/с}^2 / \text{Вт}]$.

Результати проведеного синтезу дають підстави зробити такі **висновки**:

1) синтезовано оптимальні пружні параметри віброударної системи за відповідних інерційних значень коливальних мас системи, що забезпечують функціонування системи в резонансному режимі з урахуванням обмеження на рух коливальних мас у структурі приводу;

- 2) встановлено, що ефективна реалізація віброударного режиму роботи здійснюється на коливальній масі, що зазнає силового (електромагнітного) збурення;
- 3) синтезовані власні частоти коливальних віброударної системи можуть слугувати ефективним засобом для подальшого аналітичного синтезу параметрів міжрезонансної віброударної системи;
- 4) реалізована віброударна система дає змогу оперувати будь-яким прийнятним значенням реактивної маси, забезпечувати відповідні технологічні показники та задовольняти умови роботи приводу. Ефективність її використання щодо реалізації заданих технологічних режимів у 1,5 разу вища, ніж відповідної лінійної моделі.

1. Потураев В. Н., Франчук В. П., Надутый В. П. *Вибрационная техника и технологии в энергоемких производствах: монография.* – Днепропетровск, 2002. – 190 с. 2. Іскович-Лотоцький Р. Д., Обертюх Р. Р., Севостьянов І. В. *Процеси та машини вібраційних і віброударних технологій: монографія.* – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2006. – 291 с. 3. Назаренко І.І. *Прикладные задачи теории вибрационных систем: учеб. пособие.* – К.: ИСНО, 1993. – 216 с. 4. Назаренко І.І. *Дослідження та створення вібраційних машин із комбінаційними резонансними режимами* / І.І. Назаренко, М.М. Ручинський, А.Г. Свідерський та ін. // *Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво).* – № 1(31). – 2012. – ПолтНТУ. – С. 131–140. 5. Шатохин В.М. *Анализ и параметрический синтез нелинейных силовых передач машин: монография.* – Харьков: НТУ “ХПИ”, 2008. – 456 с. 6. Порівняння динамічної поведінки віброударних систем різних типів / О.С. Погорелова, Т.Г. Постнікова // *Опір матеріалів і теорія споруд.* – 2010. – № 85. – С. 61–73. 7. Ланець О.С. *Високоєфективні міжрезонансні вібраційні машини з електромагнітним приводом (Теоретичні основи та практика створення): монографія.* – Львів: Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”, 2008. – 324 с. 8. Гурський В.М. *Забезпечення двочастотних резонансних режимів роботи вібраційного стола для ущільнення бетоносумішей* / В.М. Гурський, І.В. Кузьо, О.В. Ланець // *Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Динаміка, міцність та проектування машин і приладів”.* – Львів, 2010. – № 678 – С. 44–51. 9. *Вибрации в технике: справочник. Т. 2: Колебания нелинейных механических систем.* – 1979. – 351 с. 10. Кузьо І.В. *Оптимізаційний синтез полічастотних вібраційних систем з імпульсним електромагнітним приводом* / І.В. Кузьо, О.С. Ланець, В.М. Гурський // *Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні: укр. міжвід. наук.-техн. зб.* – Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2013. – Вип. 47. – С. 3–12. 11. Кузьо І. В. *Реалізація нелінійних полічастотних резонансних вібраційних машин з використанням одноктактних електромагнітів* / І. В. Кузьо, В. М. Гурський, О. С. Ланець // *Вібрації в техніці та технологіях.* – 2012. – № 1 (65). – С. 10–14. 12. Ланець О. С. *Наукові основи створення енергоощадних міжрезонансних вібраційних машин: автореф. дис. ... на здобуття наук. ступеня д-ра техн. наук: 05.02.02* / Ланець Олексій Степанович; Нац. ун-т “Львів. політехніка”. – Л., 2011. – 40 с.