гуна // Пр. 3-ї Української конф. з автоматичного керування "Автоматика – 96". – Севастополь, 1996. – С. 113–114. 3. Ткачук В.І., Осідач Ю.В. Вентильний електропривод мотор-коліс // Пр. 4-ї Української конф. з автоматичного керування "Автоматика – 97". – Черкаси, 1997. – С. 52. 4. Зубач В.Ф., Ткачук В.І. Безконтактне електронне реле швидкості // Вісн. Львів. політ. ін-та. – 1979. – № 9. – С. 111–116.

УДК 621.3

Р. Фільц

Технічно-Рільнича Академія в Бидгощі, Польща

УЗАГАЛЬНЕНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СТАТИЧНОГО ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПЕРЕТВОРЮВАЧА ЗІ СТРИЖНЕВИМ НЕПРОВІДНИМ ФЕРОМАГНІТНИМ МАГНІТОПРОВОДОМ

Описана математична модель для розрахунку перехідних процесів в узагальненому багатополюснику, що є статичним електромагнітним пристроєм, у якому магнітопровід має довільну стрижневу конструкцію, а котушки, що охоплють окремі стрижні або їх групи, утворюють довільне електричне коло. Модель призначена для безпосереднього її застосування в моделях систем, орієнтованих на використання методу вузлових потенціалів і неявних методів інтегрування.

Abstract. Mathematical model for transients calculation in multipol, which is the gene-ralized static electromagnetic converter with an arbitrary electric circuit and with rod-type ferromagnetic core of arbitrary construction is proposed. The model may be used as a part of system model, which is based on nodal method and implicit integration algo-rithm.

У сучасних електричних системах широко застосовують статичні електромагнітні перетворювачі зі стрижневими магнітопроводами (СЕПСМ) – однофазні й багатофазні, двообмоткові й багатообмоткові трансформатори, дроселі, статичні електромагнітні помножувачі частоти тощо. Розрахунок перехідних процесів у таких системах передбачає створення математичних моделей усіх елементів системи, зокрема, наявних у системі СЕПСМ. Опрацювання математичних моделей окремо для кожного типу СЕПСМ пов'язане з затратами висококваліфікованої праці, тому в сучасних умовах значно більш ефективною є стратегія, спрямована на створення моделі узагальненого СЕПСМ як статичного електромагнітного пристрою, в якому магнітопровід має довільну стрижневу конструкцію, а котушки, що охоплють окремі стрижні або їх групи, утворюють довільне електричне коло. Тоді опрацювання математичної моделі СЕПСМ конкретного типу зведеться до конкретизації вхідних даних про цей перетворювач у вигляді матриці, що описує схему його магнітного кола, вебер-амперних характеристик гілок цього кола, матриць, що описують схему його електричного кола, матриць сталих параметрів цього кола тощо. Очевидно, що при цьому модель узагальненого СЕПСМ мусить бути компатибільною з моделями решти елементів системи, тобто вона повинна узгоджуватись з прийнятою загальною стратегією моделювання системи.

Як показує досвід останніх десятиріч, задачі цього типу найбільш успішно розв'язуються на підставі методу вузлових потенціалів, оскільки при цьому максимально спрощується конструювання моделі системи з готових моделей її елементів як багатополюсників [1, 2].

У статті розглянена модель узагальненого СЕПСМ, призначена до безпосереднього застосування в моделях систем, тому СЕПСМ розглядається як багатополюсник, тобто як об'єкт, у якому процеси однозначно визначаються потенціалами на його затискачах. До опису процесів у СЕПСМ використовуються не диференційні, а інтегральні рівняння, що забезпечує високу числову стійкість алгоритму. Магнітні властивості СЕПСМ описуються його неявною магнітною характеристикою як нелінійною системою алгебраїчних рівнянь, яка дає змогу розраховувати магнітне коло й потокозчеплення гілок електричного кола СЕПСМ за відомими струмами гілок [3]. Неявна магнітна характеристика записується безпосередньо за законами магнітостатики (а не на підставі заступної схеми), що спрощує викладення і виключає неоднозначності в записі рівнянь. Магнітні властивості СЕПСМ при малих змінах стану описуються матрицями відповідних диференційних параметрів (магнітних опорів, магнітних провідностей, індуктивностей), що забезпечує найшвидшу збіжність ітераційних процедур.

При моделюванні перехідних процесів у СЕПСМ прийняті такі передумови: нехтуємо вихровими струмами в магнітопроводі й гістерезисом; вважаємо, що магнітне поле складається з двох незалежних з погляду рівнянь магнітостатики частин: основного поля (злокалізованого у феромагнітних стрижнях і немагнітних проміжках між ними) і поля "розсіяння" (злокалізованого в решті простору); в кожному зі стрижнів і в немагнітних проміжках магнітне поле є рівномірним.

Нехай маємо систему, яка складається з K багатополюсників, серед яких k-й багатополюсник є статичним електромагнітним перетворювачем зі стрижневим магнітопроводом. Клеми СЕПСМ, якими він під'єднується до системи, називатимемо полюсами СЕПСМ, а всі інші точки сполучення не менше ніж трьох гілок називатимемо вузлами цього СЕПСМ. Нехай його електричне коло містить $\mathrm{G_k}$ гілок, $\mathrm{P_k}$ полюсів і $\mathrm{W_k}$ вузлів.

Сукупності потенціалів полюсів і потенціалів вузлів СЕПСМ описуватимемо відповідно векторами

$$\varphi_{\mathrm{k}} = \begin{bmatrix} \varphi_{\mathrm{k1}} \\ \vdots \\ \varphi_{\mathrm{kP_k}} \end{bmatrix}; \quad \varphi_{\mathrm{kw}} = \begin{bmatrix} \varphi_{\mathrm{kw1}} \\ \vdots \\ \varphi_{\mathrm{kwW_k}} \end{bmatrix},$$

а сукупності струмів, потокозчеплень та індукованих напруг гілок електричного кола СЕПСМ і полюсних струмів СЕПСМ-векторами

$$i_{\mathrm{kg}} = \begin{bmatrix} i_{\mathrm{kg1}} \\ \vdots \\ i_{\mathrm{kgG_k}} \end{bmatrix}; \quad \psi_{\mathrm{kg}} = \begin{bmatrix} \psi_{\mathrm{kg1}} \\ \vdots \\ \psi_{\mathrm{kgG_k}} \end{bmatrix}; \quad u_{\mathrm{kg}L} = \begin{bmatrix} u_{\mathrm{kg}L1} \\ \vdots \\ u_{\mathrm{kg}L\mathrm{G_k}} \end{bmatrix}; \quad i_{\mathrm{k}} = \begin{bmatrix} i_{\mathrm{k1}} \\ \vdots \\ i_{\mathrm{kP_k}} \end{bmatrix}.$$

Нехай у магнітному колі СЕПСМ є $\mathrm{Q_k}$ гілок і $\mathrm{M_k}$ незалежних контурів. Сукупності магнітних напруг гілок, магнітних потоків гілок і контурних магнітних потоків магнітного кола СЕПСМ описуватимемо відповідно векторами

$$F_{\mathrm{km}} = \begin{bmatrix} F_{\mathrm{km1}} \\ \vdots \\ F_{\mathrm{kmQ_k}} \end{bmatrix}; \quad \Phi_{\mathrm{km}} = \begin{bmatrix} \Phi_{\mathrm{km1}} \\ \vdots \\ \Phi_{\mathrm{kmQ_k}} \end{bmatrix}; \quad \Phi_{\mathrm{k}} = \begin{bmatrix} \Phi_{\mathrm{k1}} \\ \vdots \\ \Phi_{\mathrm{kM_k}} \end{bmatrix}.$$

Прийнявши, що полюсні струми СЕПСМ спрямовані від нього до зовнішньої схеми, запишемо за першим законом Кірхгофа для полюсів і для вузлів СЕПСМ відповідно векторні рівняння

$$i_{\mathrm{k}} = -\mathrm{A_{kzw}} i_{\mathrm{kg}}; \tag{1}$$

$$\mathrm{A_{kww}} i_{\mathrm{kg}} = 0, \tag{2}$$

де

$$\mathrm{A_{kzw}} = \begin{bmatrix} \mathrm{A_{kzw1,1}} & \cdots & \mathrm{A_{kzw1,G_k}} \\ \vdots & & \vdots \\ \mathrm{A_{kzwP_k,1}} & \cdots & \mathrm{A_{kzwP_k,G_k}} \end{bmatrix}; \quad \mathrm{A_{kww}} = \begin{bmatrix} \mathrm{A_{kww1,1}} & \cdots & \mathrm{A_{kww1,G_k}} \\ \vdots & & \vdots \\ \mathrm{A_{kwwW_k,1}} & \cdots & \mathrm{A_{kwwW_k,G_k}} \end{bmatrix}$$

– матриці сполучень електричного кола СЕПСМ. За другим законом Кірхгофа маємо для гілок електричного кола СЕПСМ векторне рівняння

$$R_{\mathrm{kg}} i_{\mathrm{kg}} + u_{\mathrm{kgL}} - \mathrm{A_{kzw}^T} \varphi_{\mathrm{k}} - \mathrm{A_{kww}^T} \varphi_{\mathrm{kw}} = 0, \tag{3}$$

де $R_{\mathrm{kg}} = \mathrm{diag}(R_{\mathrm{kg1}}, \ \dots \ , R_{\mathrm{kgG_k}})$ – неособлива матриця опорів гілок електричного кола.

Вектор потокозчеплень гілок визначається через вектор індукованих напруг гілок за формулою

$$\psi_{\mathrm{kg}} = \int_{t_{-1}}^{t} u_{\mathrm{kgL}} \mathrm{d}t + \psi_{\mathrm{kg},-1}, \tag{4}$$

де $\psi_{\mathrm{kg},-1}$ – значення вектора ψ_{kg} в момент часу $t = t_{-1}$.

Неявна магнітна характеристика СЕПСМ – це система алгебраїчних рівнянь

$$\psi_{\mathrm{kg}} = L_{\mathrm{k\sigma g}} i_{\mathrm{kg}} + \mathrm{n_k} \Phi_{\mathrm{k}}; \tag{5}$$

$$\mathrm{B_k} F_{\mathrm{km}} - \mathrm{n_k^T} i_{\mathrm{kg}} = 0; \tag{6}$$

$$\Phi_{\mathrm{km}} = \mathrm{B_k^T} \Phi_{\mathrm{k}}; \tag{7}$$

$$F_{\mathrm{km}} = F_{\mathrm{km}}(\Phi_{\mathrm{km}}), \tag{8}$$

де

$$L_{\mathrm{k\sigma g}} = \begin{bmatrix} L_{\mathrm{k\sigma g1,1}} & \cdots & L_{\mathrm{k\sigma g1,G_k}} \\ \vdots & & \vdots \\ L_{\mathrm{k\sigma gG_k,1}} & \cdots & L_{\mathrm{k\sigma gG_k,G_k}} \end{bmatrix}$$

– матриця постійних індуктивностей СЕПСМ, яка визначається магнітним полем поза межами феромагнітних стрижнів і немагнітних проміжків між ними;

$$\mathrm{n_k} = \begin{bmatrix} \mathrm{n_{k1,1}} & \cdots & \mathrm{n_{k1,M_k}} \\ \vdots & & \vdots \\ \mathrm{n_{kG_k,1}} & \cdots & \mathrm{n_{kG_k,M_k}} \end{bmatrix}$$

– матриця, в якій елемент, розташований у g-му її рядку і m-му стовпці, дорівнює кількості провідників котушок g-ї гілки електричного кола СЕПСМ, охоплюваних m-м контурним магнітним потоком магнітного кола [3];

$$\mathrm{B}_{\mathrm{k}} = \begin{bmatrix} \mathrm{B}_{\mathrm{k1,1}} & \cdots & \mathrm{B}_{\mathrm{k1,Q_k}} \\ \vdots & & \vdots \\ \mathrm{B}_{\mathrm{kM_k,1}} & \cdots & \mathrm{B}_{\mathrm{kM_k,Q_k}} \end{bmatrix}$$

– матриця контурів магнітного кола. Вебер-амперні характеристики $F_{\mathrm{kmq}} = F_{\mathrm{kmq}}(\Phi_{\mathrm{kmq}})$; $(\mathrm{q} = 1,\ \ldots\ ,\ \mathrm{Q_k})$ гілок магнітного кола вважаємо заданими аналітично.

За першим законом Кірхгофа для вузлів системи з невідомими потенціалами і для незалежних вузлів системи з заданими потенціалами маємо відповідно рівняння

$$\sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{K}} \mathrm{A}_{\mathrm{kn}} i_{\mathrm{k}} = 0; \qquad \sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{K}} \mathrm{A}_{\mathrm{kd}} i_{\mathrm{k}} = 0, \tag{9}$$

де

$$\mathrm{A}_{\mathrm{kn}} = \begin{bmatrix} \mathrm{A}_{\mathrm{kn1,1}} & \cdots & \mathrm{A}_{\mathrm{kn1,P_k}} \\ \vdots & & \vdots \\ \mathrm{A}_{\mathrm{knN,1}} & \cdots & \mathrm{A}_{\mathrm{knN,P_k}} \end{bmatrix}; \qquad \mathrm{A}_{\mathrm{kd}} = \begin{bmatrix} \mathrm{A}_{\mathrm{kd1,1}} & \cdots & \mathrm{A}_{\mathrm{kd1,P_k}} \\ \vdots & & \vdots \\ \mathrm{A}_{\mathrm{kdD,1}} & \cdots & \mathrm{A}_{\mathrm{kdD,P_k}} \end{bmatrix}.$$

– матриці ввімкнення СЕПСМ до системи.

Вектор потенціалів полюсів СЕПСМ визначають за вектором невідомих потенціалів вузлів системи і вектором незалежних заданих потенціалів вузлів системи

$$\varphi_{\mathrm{n}} = \begin{bmatrix} \varphi_{\mathrm{n1}} \\ \vdots \\ \varphi_{\mathrm{nN}} \end{bmatrix}; \qquad \varphi_{\mathrm{d}} = \begin{bmatrix} \varphi_{\mathrm{d1}} \\ \vdots \\ \varphi_{\mathrm{dD}} \end{bmatrix}$$

згідно з формулою

$$\varphi_{\mathrm{k}} = \mathrm{A}_{\mathrm{kn}}^{\mathrm{T}} \varphi_{\mathrm{n}} + \mathrm{A}_{\mathrm{kd}}^{\mathrm{T}} \varphi_{\mathrm{d}}. \tag{10}$$

Система рівнянь (1)–(10) описує перехідні процеси в розглядуваній електричній системі. Розв'язуватимемо її числовим методом.

Алгебраїзувавши інтеграл у рівнянні (4) за формулою трапецій, отримуємо

$$\psi_{\mathrm{kg}} = \frac{\mathrm{h}}{2} u_{\mathrm{kgL}} + \frac{\mathrm{h}}{2} u_{\mathrm{kgL,-1}} + \psi_{\mathrm{kg,-1}}, \tag{11}$$

звідки

$$u_{\mathrm{kgL}} = \frac{2}{\mathrm{h}} \psi_{\mathrm{kg}} - \frac{2}{\mathrm{h}} \psi_{\mathrm{kg,-1}} - u_{\mathrm{kgL,-1}}, \tag{12}$$

і тоді рівняння (3) набуває вигляду

$$R_{\mathrm{kg}} i_{\mathrm{kg}} + \frac{2}{\mathrm{h}} \psi_{\mathrm{kg}} - \mathrm{A}_{\mathrm{kzw}}^{\mathrm{T}} \varphi_{\mathrm{k}} - \mathrm{A}_{\mathrm{kww}}^{\mathrm{T}} \varphi_{\mathrm{kw}} - \frac{2}{\mathrm{h}} \psi_{\mathrm{kg,-1}} - u_{\mathrm{kgL,-1}} = 0. \tag{13}$$

Система алгебраїчних (1), (2), (5)–(10), (12), (13) є нелінійною. Розв'язуватимемо її методом Ньютона.

Лінеаризована система алгебраїчних рівнянь на i-й ітерації має вигляд

$$\Delta i_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i}>} = -\mathrm{A}_{\mathrm{kzw}} \Delta i_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}>}; \tag{14}$$

$$\mathrm{A}_{\mathrm{kww}}\Delta i_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}>}=-f_{\mathrm{k1}}^{<\mathrm{i-1}>};\qquad(15)$$

$$\Delta\psi_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}>}=L_{\mathrm{k\sigma g}}\Delta i_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}>}+\mathrm{n_k}\Delta\Phi_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i}>};\qquad(16)$$

$$\mathrm{B_k}\Delta F_{\mathrm{km}}^{<\mathrm{i}>}-\mathrm{n_k^T}\Delta i_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}>}=-f_{\mathrm{k2}}^{<\mathrm{i-1}>};\qquad(17)$$

$$\Delta\Phi_{\mathrm{km}}^{<\mathrm{i}>}=\mathrm{B_k^T}\Delta\Phi_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i}>};\qquad(18)$$

$$\Delta F_{\mathrm{km}}^{<\mathrm{i}>}=R_{\mathrm{km}}^{<\mathrm{i-1}>}\Delta\Phi_{\mathrm{km}}^{<\mathrm{i}>};\qquad(19)$$

$$R_{\mathrm{kg}}\Delta i_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}>}+\frac{2}{\mathrm{h}}\Delta\psi_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}>}-\mathrm{A_{kzw}^T}\Delta\varphi_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i}>}-\mathrm{A_{kww}^T}\Delta\varphi_{\mathrm{kw}}^{<\mathrm{i}>}=-f_{\mathrm{k3}}^{<\mathrm{i-1}>};\qquad(20)$$

$$\sum_{\mathrm{k=1}}^{\mathrm{K}}\mathrm{A_{kn}}\Delta i_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i}>}=-f_{\mathrm{n}}^{<\mathrm{i-1}>};\qquad(21)$$

$$\Delta\varphi_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i}>}=\mathrm{A_{kn}^T}\Delta\varphi_{\mathrm{n}}^{<\mathrm{i}>},\qquad(22)$$

де $\Delta i_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i}>}$, $\Delta i_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}>}$, $\Delta\psi_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}>}$, $\Delta\Phi_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i}>}$, $\Delta F_{\mathrm{km}}^{<\mathrm{i}>}$, $\Delta\Phi_{\mathrm{km}}^{<\mathrm{i}>}$, $\Delta\varphi_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i}>}$, $\Delta\varphi_{\mathrm{n}}^{<\mathrm{i}>}$ – поправки невідомих i_{k}, i_{kg}, ψ_{kg}, Φ_{k}, F_{km}, Φ_{km}, φ_{k}, φ_{n} на і-й ітерації;

$$f_{\mathrm{k1}}^{<\mathrm{i-1}>}=\mathrm{A_{kww}}i_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i-1}>};\quad f_{\mathrm{k2}}^{<\mathrm{i-1}>}=\mathrm{B_k}F_{\mathrm{km}}^{<\mathrm{i-1}>}-\mathrm{n_k^T}i_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i-1}>};\quad f_{\mathrm{n}}^{<\mathrm{i-1}>}=\sum_{\mathrm{k=1}}^{\mathrm{K}}\mathrm{A_{kn}}i_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i-1}>};$$
$$f_{\mathrm{k3}}^{<\mathrm{i-1}>}=R_{\mathrm{kg}}i_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i-1}>}+\frac{2}{\mathrm{h}}\psi_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i-1}>}-\mathrm{A_{kzw}^T}\varphi_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i-1}>}-\mathrm{A_{kww}^T}\varphi_{\mathrm{kw}}^{<\mathrm{i-1}>}-\frac{2}{\mathrm{h}}\psi_{\mathrm{kg,-1}}-u_{\mathrm{kgL,-1}}\qquad(23)$$

– нев'язки рівнянь (1), (14), (9), обчислені за $(\mathrm{i}-1)-$м наближенням $i_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i-1}>}$, $i_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i-1}>}$, $\psi_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i-1}>}$, $\Phi_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i-1}>}$, $F_{\mathrm{km}}^{<\mathrm{i-1}>}$, $\Phi_{\mathrm{km}}^{<\mathrm{i-1}>}$, $\varphi_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i-1}>}$, $\varphi_{\mathrm{n}}^{<\mathrm{i-1}>}$ невідомих;

неособлива діагональна матриця

$$R_{\mathrm{km}}^{<\mathrm{i-1}>}=\left.\frac{\mathrm{d}F_{\mathrm{km}}}{\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{km}}}\right|_{\Phi_{\mathrm{km}}^{<\mathrm{i-1}>}}\qquad(24)$$

є $(\mathrm{i}-1)-$м наближенням *матриці диференційних магнітних опорів гілок магнітного кола* СЕПМП.

Рівняння (17) набуває з урахуванням (18), (19) вигляду

$$\mathrm{B_k}R_{\mathrm{km}}^{<\mathrm{i-1}>}\mathrm{B_k^T}\Delta\Phi_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i}>}=\mathrm{n_k^T}\Delta i_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}>}-f_{\mathrm{k2}}^{<\mathrm{i-1}>},\qquad(25)$$

звідки

$$\Delta\Phi_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i}>}=\Lambda_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i-1}>}\mathrm{n_k^T}\Delta i_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}>}-\Lambda_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i-1}>}f_{\mathrm{k2}}^{<\mathrm{i-1}>},\qquad(26)$$

де неособлива симетрична матриця

$$\Lambda_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i-1}>}=(\mathrm{B_k}R_{\mathrm{km}}^{<\mathrm{i-1}>}\mathrm{B_k^T})^{-1}\qquad(27)$$

є $(\mathrm{i}-1)-$м наближенням *матриці диференційних контурних магнітних провідностей магнітного кола* СЕПМП. Підставивши (26) до (16), отримуємо формулу

$$\Delta\psi_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}>}=L_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i-1}>}\Delta i_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}>}-\mathrm{n_k}\Lambda_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i-1}>}f_{\mathrm{k2}}^{<\mathrm{i-1}>},\qquad(28)$$

де неособлива симетрична матриця

$$L_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i-1}>}=L_{\mathrm{k\sigma g}}+\mathrm{n_k}\Lambda_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i-1}>}\mathrm{n_k^T}\qquad(29)$$

є $(\mathrm{i}-1)-$м наближенням *матриці диференційних індуктивностей гілок* СЕПМП.

Підставивши (28) до (20), отримуємо рівняння

$$Z_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}-1>}\Delta i_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}>}=\mathrm{A}_{\mathrm{kzw}}^{\mathrm{T}}\Delta\varphi_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i}>}+\mathrm{A}_{\mathrm{kww}}^{\mathrm{T}}\Delta\varphi_{\mathrm{kw}}^{<\mathrm{i}>}+\frac{2}{\mathrm{h}}\mathrm{n}_{\mathrm{k}}\Lambda_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i}-1>}f_{\mathrm{k2}}^{<\mathrm{i}-1>}-f_{\mathrm{k3}}^{<\mathrm{i}-1>}, \tag{30}$$

де неособлива симетрична матриця

$$Z_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}-1>}=R_{\mathrm{kg}}+\frac{2}{\mathrm{h}}L_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}-1>} \tag{31}$$

є $(\mathrm{i}-1)-$м наближенням *матриці крокових опорів гілок електричного кола* СЕПМП.

З (30) отримуємо формулу

$$\Delta i_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}>}=Y_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}-1>}\mathrm{A}_{\mathrm{kzw}}^{\mathrm{T}}\Delta\varphi_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i}>}+Y_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}-1>}\mathrm{A}_{\mathrm{kww}}^{\mathrm{T}}\Delta\varphi_{\mathrm{kw}}^{<\mathrm{i}>}+C_{\mathrm{k1}}^{<\mathrm{i}-1>}, \tag{32}$$

де неособлива симетрична матриця

$$Y_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}-1>}=(Z_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}-1>})^{-1} \tag{33}$$

є $(\mathrm{i}-1)-$м наближенням *матриці крокових провідностей гілок*;

$$C_{\mathrm{k1}}^{<\mathrm{i}-1>}=Y_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}-1>}(\frac{2}{\mathrm{h}}\mathrm{n}_{\mathrm{k}}\Lambda_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i}-1>}f_{\mathrm{k2}}^{<\mathrm{i}-1>}-f_{\mathrm{k3}}^{<\mathrm{i}-1>}). \tag{34}$$

Підставивши (32) до (15), отримуємо рівняння

$$\mathrm{A}_{\mathrm{kww}}Y_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}-1>}\mathrm{A}_{\mathrm{kzw}}^{\mathrm{T}}\Delta\varphi_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i}>}+Y_{\mathrm{kzw}}^{<\mathrm{i}-1>}\Delta\varphi_{\mathrm{kw}}^{<\mathrm{i}>}=C_{\mathrm{k2}}^{<\mathrm{i}-1>}, \tag{35}$$

де неособлива симетрична матриця

$$Y_{\mathrm{kzw}}^{<\mathrm{i}-1>}=\mathrm{A}_{\mathrm{kww}}Y_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}-1>}\mathrm{A}_{\mathrm{kww}}^{\mathrm{T}} \tag{36}$$

є $(\mathrm{i}-1)-$м наближенням *матриці крокових вузлово-полюсних провідностей* СЕПМП;

$$C_{\mathrm{k2}}^{<\mathrm{i}-1>}=-\mathrm{A}_{\mathrm{kww}}C_{\mathrm{k1}}^{<\mathrm{i}-1>}-f_{\mathrm{1k}}^{<\mathrm{i}-1>}. \tag{37}$$

З (35) знаходимо

$$\Delta\varphi_{\mathrm{kw}}^{<\mathrm{i}>}=-(Y_{\mathrm{kzw}}^{<\mathrm{i}-1>})^{-1}\mathrm{A}_{\mathrm{kww}}Y_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}-1>}\mathrm{A}_{\mathrm{kzw}}^{\mathrm{T}}\Delta\varphi_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i}>}+(Y_{\mathrm{kzw}}^{<\mathrm{i}-1>})^{-1}C_{\mathrm{k2}}^{<\mathrm{i}-1>}. \tag{38}$$

Підставивши (38) до (32), отримуємо формулу

$$\Delta i_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}>}=Y_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}-1>}\mathrm{A}_{\mathrm{kzw}}^{\mathrm{T}}\Delta\varphi_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i}>}-Y_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}-1>}\mathrm{A}_{\mathrm{kww}}^{\mathrm{T}}(Y_{\mathrm{kzw}}^{<\mathrm{i}-1>})^{-1}\mathrm{A}_{\mathrm{kww}}Y_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}-1>}\mathrm{A}_{\mathrm{kzw}}^{\mathrm{T}}\Delta\varphi_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i}>}+C_{\mathrm{k3}}^{<\mathrm{i}-1>}, \tag{39}$$

де

$$C_{\mathrm{k3}}^{<\mathrm{i}-1>}=Y_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}-1>}\mathrm{A}_{\mathrm{kww}}(Y_{\mathrm{kzw}}^{<\mathrm{i}-1>})^{-1}C_{\mathrm{k2}}^{<\mathrm{i}-1>}+C_{\mathrm{k1}}^{<\mathrm{i}-1>}. \tag{40}$$

Підставивши (39) до (14), отримуємо формулу

$$\Delta i_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i}>}=Y_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i}-1>}\Delta\varphi_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i}>}-\mathrm{A}_{\mathrm{kzw}}C_{\mathrm{k3}}^{<\mathrm{i}-1>}, \tag{41}$$

де особлива симетрична матриця

$$Y_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i}-1>}=\mathrm{A}_{\mathrm{kzw}}(Y_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}-1>}\mathrm{A}_{\mathrm{kww}}^{\mathrm{T}}(Y_{\mathrm{kzw}}^{<\mathrm{i}-1>})^{-1}\mathrm{A}_{\mathrm{kww}}Y_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}-1>}-Y_{\mathrm{kg}}^{<\mathrm{i}-1>})\mathrm{A}_{\mathrm{kzw}}^{\mathrm{T}} \tag{42}$$

є $(\mathrm{i}-1)-$м наближенням *матриці крокових міжполюсних провідностей* СЕПМП.

Підставивши (41) до (21), отримуємо рівняння

$$Y^{<\mathrm{i}-1>}\Delta\varphi_{\mathrm{n}}^{<\mathrm{i}>}=C^{<\mathrm{i}-1>}, \tag{43}$$

де неособлива симетрична матриця

$$Y^{<\mathrm{i}-1>}=\sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{K}}\mathrm{A}_{\mathrm{kn}}Y_{\mathrm{k}}^{<\mathrm{i}-1>}\mathrm{A}_{\mathrm{kn}}^{\mathrm{T}} \tag{44}$$

є $(\mathrm{i}-1)-$м наближенням *матриці крокових провідностей системи*;

$$C^{<i-1>} = \sum_{k=1}^{K} A_{kn} A_{kzw} C_{k3}^{<i-1>} - f_n^{<i-1>} \ . \qquad (45)$$

Алгоритм розв’язування задачі на i-й ітерації кроку інтегрування зводиться до виконання таких операцій:

- обчислення за $(i-1)-$м наближенням невідомих нев’язок $f_{k1}^{<i-1>}$, $f_{k2}^{<i-1>}$, $f_{k3}^{<i-1>}$, $f_{k3}^{<i-1>}$, $f_{n}^{<i-1>}$, $C_{k1}^{<i-1>}$, $C_{k2}^{<i-1>}$, $C_{k3}^{<i-1>}$, $C^{<i-1>}$ за формулами (23), (34), (37), (43), (45) і матриць $R_{km}^{<i-1>}$, $\Lambda_{k}^{<i-1>}$, $L_{kg}^{<i-1>}$, $Z_{kg}^{<i-1>}$, $Y_{kg}^{<i-1>}$, $Y_{kzw}^{<i-1>}$, $Y_{k}^{<i-1>}$, $Y^{<i-1>}$ за формулами (24), (27), (29), (31), (33), (36), (41), (43);
- розв’язання числовим методом лінійного векторного рівняння (43);
- обчислення поправок $\Delta\varphi_{k}^{<i>}$, $\Delta\varphi_{kw}^{<i>}$, $\Delta i_{kg}^{<i>}$, $\Delta\Phi_{k}^{<i>}$ за формулами (22), (26), (32), (38);
- обчислення i-го наближення векторів φ_n, φ_{kw}, i_{kg}, Φ_k за формулами

$$\varphi^{<i>} = \varphi^{<i-1>} + \Delta\varphi^{<i>}; \;\; \varphi_{kw}^{<i>} = \varphi_{kw}^{<i-1>} + \Delta\varphi_{kw}^{<i>}; \;\; i_{kg}^{<i>} = i_{kg}^{<i-1>} + \Delta i_{kg}^{<i>}; \;\; \Phi_{k}^{<i>} = \Phi_{k}^{<i-1>} + \Delta\Phi_{k}^{<i>};$$

- обчислення i-го наближення векторів φ_k, ψ_{kg}, Φ_{km}, F_{km}, u_{kgL}, за формулами (5), (7), (8), (10), (12).

Описаний алгоритм використовується в навчальному процесі під час викладання розділу “Лінійні та нелінійні багатополюсники” предмета “Теоретична електротехніка”.

1. Nieznański J. Iwan K., Szczęsny R., Ronkowski M. TCad for Windows. – Gdańsk, 1996. 2. Плахтына Е.Г. Математическое моделирование электромашинно-вентильных систем. – Львов, 1986. 3. Фильц Р.В. О схемах замещения магнитопроводов электротехнических устройств // Изв. вузов. Электромеханика. – 1989. – № 12. – С. 19–23. 4. Фильц Р.В. Магнитно-механические параметры электромеханических преобразо-вателей энергии // Изв. вузов. Электромеханика. – 1988. – № 12. – С. 18–22.