Зазначимо, що запропонована математична модель може бути застосована для випадків, коли переріз каналу буде відмінним від розглянутих, тобто отримані результати узагальнюють результати робіт [1, 2, 6].

1. Joo-Hee Hong, Byoung-Sik Kim and Dok-Chan Kim. Demulsification of Oil – Water Emulsions by Microwave Irradiation. Korean Chem. Eng. Res. – December, 2004. – Vol. 42, No. 6. – Р. 662–668. 2. Анфиногентов В.И., Галимов М.Р., Морозов Г.А., Морозов О.Г. Математическое моделирование микроволновой сепарации водонефтяной эмульсии // Математические методы в технике и технологиях – ММТТ18: Сб. тр. Междунар. научн. конф. Т. 3. –К азань: Изд-во Казан. гос. технол. ун-та, 2005. – С. 159–162. 3. Шульман З.П. Конвективный тепломассоперенос реологически сложных жидкостей. – М.: Энергия, 1975. – 352 с. 4. Сафрончик А.И. Неустановившиеся течения вязкопластичного материала между параллельными стенками // Прикладная математика и механика. – 1959. – Т. 23, вып. 5. – С. 71–76. 5. Сафрончик А.И. Неустановившиеся течения вязкопластичного материала в круглой трубе // Прикладная математика и механика. – 1960. – Т. 24, вып. 1. – С. 53–59. 6. Анфиногентов В.И. Математическое моделирование СВЧ нагрева диэлектриков. – Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2006. – 137 с. 7. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твёрдых тел. – М: Наука, 1964. – 487 с. 8. Коряшкина Л.С., Яковенко В.А. О решении одной задачи теплопереноса с фазовым превращением // Питання прикладної математики і математичного моделювання: Сб. научн. тр. – Дніпропетровськ: ДНУ, 2003. – С. 100–113.

УДК 621.382.001

О.Є. Гамола Національний університет "Львівська політехніка", м. Львів

ЕЛЕКТРОТЕПЛОВА МОДЕЛЬ НАПІВПРОВІДНИКОВОГО ДІОДА

© Гамола О.С., 2007

Запропоновано електротеплову модель напівпровідникового діода, яка дозволяє розрахувати розподіл температури Т в структурі з врахуванням залежності рухливості носіїв заряду µ та часу життя т від температури.

The electric heat model of semiconductor diode which allows to evaluate distributing of the temperature T in its structure when dependence of charge transmitters mobility μ and time of life τ on temperature is taken into account.

Постановка проблеми. Сучасні напівпровідникові прилади – це наношарові структури, кожна ділянка якої легована домішками п або р типу різної концентрації. Електрофізичні властивості таких структур залежать від розподілу температури в них, який зумовлений значним двовимірним електричним полем ($10^5 - 10^6$ В/см). Застосування дифузійно-дрейфової моделі переносу носіїв заряду щодо таких структур не забезпечує адекватності відтворення електрофізичних процесів у них. Створення математичних моделей напівпровідникових приладів, які б враховували явище теплопереносу та його вплив на параметри напівпровідникових структур є актуальною задачею.

Аналіз останніх досліджень. Для вирішення цієї проблеми деякі автори пропонують балістичну модель переносу носіїв заряду в малих системах [1, 2], яка допускає, що носії заряду рухаються в середовищі без будь-яких зіткнень. Проте ця модель не дає доброго чисельного результату порівняно з точним розв'язком рівняння Больцмана. У статті Чена [3] виведено і проаналізовано дифузійно-балістичне рівняння теплопровідності, яке враховує дифузійний та

балістичний механізми поширення носіїв температури, проте є складнішим, ніж звичайне рівняння теплопровідності.

Задачі дослідження. Метою статті є побудова математичної моделі напівпровідникового діода, яка б враховувала теплоперенос у структурі, а також залежність рухливості носіїв заряду μ та часу релаксації τ від температури Т. За основу взято систему рівнянь, запропоновану Страттоном [4], яку розвинуто для застосування щодо двоконтинуумного струмопереносу в напівпровідниковому середовищі.

Виклад основного матеріалу. Побудуємо електротеплову модель для напівпровідникового діода (рис. 1). Система рівнянь, які описують струмо- та теплоперенос в напівпровідниковому діоді, містить рівняння Пуассона

$$-\nabla(\varepsilon_{as}\nabla\phi) = e(p-n+N), \qquad (1)$$

рівняння неперервності електронного струму

$$-\nabla J_{n} = -qR , \qquad (2)$$

рівняння неперервності діркового струму $-\nabla J_p = qR$

рівняння теплового балансу

$$\nabla \mathbf{J}_{\mathrm{T}} = \left(\mathbf{J}_{\mathrm{n}} + \mathbf{J}_{\mathrm{p}}\right) \nabla \boldsymbol{\varphi} \,, \tag{4}$$

де n, p – концентрації електронів і дірок; N – результуюча концентрація іонізованих донорної та акцепторної домішок; φ – електричний потенціал; q – заряд електрона; J_n, J_p – густини електронного та діркового струмів; J_T – тепловий потік; ε_{as} – абсолютна діелектрична провідність напів-провідника.



Рис. 1. Структура напівпровідникового діода

Густини електронного і діркового струмів виражаємо через ф, n, p і T з врахуванням того, що

рухливість носіїв заряду і час релаксації змінюються за такими законами $\mu = \mu \left(\frac{T_0}{T}\right)^{-\alpha} = AT^{-\alpha}$,

$$\tau = \tau \left(\frac{T}{T_0}\right)^{1-\alpha} :$$

$$J_{n} = -qn\mu_{n}\nabla\phi + qD_{n}\nabla n + kn\mu_{n}(1-\alpha)\nabla T, \qquad (5)$$

$$J_{p} = -qp\mu_{p}\nabla\phi - qD_{p}\nabla p + kp\mu_{p}(1-\alpha)\nabla T, \qquad (6)$$

де μ_n , μ_p – рухливості електронів і дірок; $\phi_T = kT/q$ – температурний потенціал (електронна температура); Т – температура; k – стала Больцмана; $D_n = \phi_T \mu_n$, $D_p = \phi_T \mu_p$ – коефіцієнти дифузії електронів і дірок; $\alpha = 1, 0.5$.

Рівняння густин електронного і діркового струмів, що в дифузійно-дрейфовій моделі містили тільки дифузійні $-qn\mu_n\nabla\phi$, $-qp\mu_p\nabla\phi$ і дрейфові $qD_n\nabla n$, $-qD_p\nabla p$ складові, доповнено тепловими складовими $kn\mu_n(1-\alpha)\nabla T$, $kp\mu_p(1-\alpha)\nabla T$.

Тепловий потік обчислюємо за таким виразом:

$$\mathbf{J}_{\mathrm{T}} = -\mathbf{c}\nabla\mathbf{T} \,, \tag{7}$$

с – коефіцієнт теплопровідності напівпровідника.

Параметр R відображає рекомбінацію Шоклі-Ріда-Холла, яка є основним процесом рекомбінації через пастки, що розташовані в забороненій зоні напівпровідника

$$R = \frac{np - n_i^2}{\tau_p (n + n_1) + \tau_n (p + p_1)},$$
(8)

де n_i – концентрація носіїв у власному напівпровіднику, τ_n , і τ_p – час життя носіїв електроні і дірок відповідно, а n_1 і p_1 – параметри, пов'язані з енергетичним рівнем пасток. Якщо рівень пастки розташований в середині забороненої зони (як передбачається), то n_1 і p_1 дорівнюють n_i .

Сформуємо граничні умови. Для меж, що прилягають до ізоляції, використовуємо симетричні граничні умови. Для меж, що розташовані далеко від активної зони приладу, електричне поле і густини електричних струмів мають нульову нормальну складову. Ці обидва типи меж (рис. 1) описуємо за допомогою граничних умов Неймана:

для меж 1, 3, 5, 6, 7
$$\overline{n} \times \nabla \varphi = 0$$
, (9)

для меж 1, 3, 5, 6, 7
$$n \times J_n = 0$$
, (10)

для меж 1, 3, 5, 6, 7
$$\overline{n} \times \overline{J}_p = 0.$$
 (11)

для меж 1, 3, 7
$$\overline{n} \times \overline{J}_{T} = 0.$$
 (12)

На межах, що контактують з металом, електричний потенціал сталий. Якщо прийняти, що швидкість рекомбінації на електроді безмежна, то вступає в силу закон діючих мас:

$$\mathbf{n}_{i}^{2} = \mathbf{n}\mathbf{p} \,. \tag{13}$$

На підставі цього та припущення, що на електроді відсутній заряд, обчислюємо концентрацію носіїв. Тоді граничні умови на електродах (2, 4) мають вигляд

$$\varphi = U_{a} + \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N/2 + \sqrt{N/2^{2} + n_{i}^{2}}}{n_{i}} \right),$$
(14)

$$n = N/2 + \sqrt{(N/2)^2 + n_i^2}, \qquad (15)$$

$$p = -N/2 + \sqrt{(N/2)^2 + n_i^2} , \qquad (16)$$

для меж 2, 4, 5, 6 $\overline{n} \times \overline{J}_T = k_T (T_b - T),$ (17)

де U_a – прикладена напруга; Т_b – температура навколишнього середовища.

Результуючу концентрацію іонізованих донорної та акцепторної домішок N описуємо за допомогою функції Гаусса:

$$N = N_{Dn} + N_{Dn\max}G(x, -y, \infty, y_1) - N_{Ap\max}G(x, y, x_1, 0) , \qquad (18)$$

де N_{Dn} – концентрація іонізованої домішки в епітаксійному шарі напівпровідника; N_{Dnmax} – концентрація домішки в підкладці; N_{Apmax} – максимальне значення концентрації акцепторної домішки; G – функція Гаусса

$$G(x, y, x_{1}, y_{1}) = \begin{cases} e^{\frac{(x-x_{1})^{2}}{a^{2}}} \cdot e^{\frac{(y-y_{1})^{2}}{a^{2}}} x \rangle x_{1}, y \rangle y_{1} \\ e^{\frac{(x-x_{1})^{2}}{a^{2}}} \\ e^{\frac{(y-y_{1})^{2}}{a^{2}}} \\ e^{\frac{(y-y_{1})^{2}}{a^{2}}} \\ e^{\frac{(y-y_{1})^{2}}{a^{2}}} \\ e^{\frac{(x-x_{1})^{2}}{a^{2}}} \\ e^{\frac{(x-x_{1})^{2}}{a^{2}}}} \\ e^{\frac{(x-x_{1})^{$$

де $a = y_2 / \sqrt{log(N_{Apmax} / N_{Dn})}$.

Числову реалізацію математичної моделі діода здійснюємо за допомогою програмного пакета FEMLAB. Для цього за допомогою навігатора формуємо двовимірну стаціонарну мультифізичну модель в координатному базисі φ , n, p i T. Далі задаємо геометрію зони розрахунку, на якій будуємо скінченно елементну сітку з Лагражево-квадратичними елементами. Розрахунок здійснюємо за допомогою розв'язувача нелінійних диференційних рівнянь.

За результатами розрахунку отримано розподіл фізичних полів у структурі. Зокрема розподіл температурного поля показано на рис. 2.

Concentration, ct



Рис. 2. Розподіл температури в діоді за напруги $U_a = 3,0 B$

Для обчислення струму через анод або катод необхідно проінтегрувати нормальні складові густин електронного і діркового струмів $n \times J_n$ та $n \times J_p$, які можуть бути виражені множниками Лагранжа. На підставі цього розраховуємо вольт-амперну характеристику діода (рис. 3).



Рис. 3. Вольтамперна характеристика діода

Висновки. Результати розрахунку показують нерівномірний розподіл температурного поля в структурі. Температура має найбільші значення в межах високоомної ділянки діода (низька концентрація домішок), що збігається з теоретичними міркуваннями. Отже, електротеплова модель діода адекватно відображає процеси струмо- та теплопереносу в напівпровідниковій структурі, й може використовуватися для дослідження впливу температурного поля на параметри приладу.

1. Федирко В.А. Электронная техника. Сер. 3: Микроэлектроника. – 1984. – № 3. – С. 23–27. 2. Рыжий В.И., Баннов Н.А., Федирко В.А. ФТП. – 1984. – Т. 18, вып. 5. – 769 с. 3. Chen G. Phys. Rev. Lett 86, 2297 (2001). 4. Stratton R. Phys. Rev., **126** (6), 2002 (1962).