ГЕОДЕЗІЯ

УДК 523.4

П.М. Зазуляк, В.І. Нікулішин Національний університет "Львівська політехніка"

МОДЕЛЬ ГРАВІТАЦІЙНОГО ПОЛЯ МІСЯЦЯ, ОДЕРЖАНА ЗА АНОМАЛІЯМИ У ВІЛЬНОМУ ПОВІТРІ

© Зазуляк П.М., Нікулішин В.І., 2011

Рассмотрен способ вычисления модели селенопотенциала по данным аномалий в свободном воздухе.

In this paper the method of computing model selenopotentsialu according to the anomalies in free air.

Постановка проблеми. Гравітаційне поле дає змогу вивчати внутрішню структуру та еволюцію планетарного тіла. До 2001 року за даними різних місій до Місяця створено понад 40 моделей селенопотенціалу різних степенів та порядків. Запуск японського КА SELENE(Кагуя) у 2007 році дав змогу отримати дані з віддаленого боку Місяця з використання супутника-ретранслятора.

Виклад основного матеріалу. Значним недоліком попередніх моделей є відсутність даних прямих спостережень зворотного боку Місяця. Із Землі ми можемо спостерігати тільки 59 % поверхні Місяця. Вперше вдалось отримати прямі спостереження зворотного боку Місяця супутником, запущеним у межах місії SELENE (Кагуя) 14 вересня 2007 року з космічного центру Танегасіма (Японія). SELENE складався з трьох супутників: головний супутник, який знаходився на полярній орбіті з середньою висотою 100 км над поверхнею Місяця, і два субсупутники, які знаходились на полярній еліптичній орбіті на висоті від 129 до 792 км (Vstar) і на висоті від 120 до 2395 км (Rstar).

Rstar виконував роль супутника-ретранслятора для 4-шляхових (4-way) доплерівських спостережень. Це дало змогу спостерігати зворотний бік Місяця. Протягом місії стандартні 2-шляхові(2-way) дані (віддалемірні і доплерівські) збиралися з трьох супутників, доповнюючись 4-шляховими(4-way) даними, коли це було можливо.



Рис. 1. Принцип роботи 2-х шляхових (віддалемірних та доплерівських) та 4-шляхових доплерівських спостережень [3,5]

Як доповнення до 4-шляхових спостережень, SELENE зібрав ще один тип орбітальних даних, які ще до цього широко не застосовувались для обчислення моделей гравітаційного поля планет: однопроменеві диференціальні РЗНБ (Радіоінтерферометрія з наддовгою базою) спостереження між двома субсупутниками (Rstar та Vstar) та двома наземними станціями(так звана VRAD місія). РЗНБ вимірювання використовувалось для визначення орбіти супутника ретранслятора. Положення супутника протягом цілої місії SELENE визначалася з перекривань орбіт двох субсупутників SELENE, які брали участь у РЗНБ спостереженні, що покращило точність визначення координат супутника на порядок. Сигнали S і X-діапазону, які передаються з штучних радіоджерел обох супутників, приймаються одночасно наземною станцією. Бортові радіоджерела предають чотири сигнали: три сигнали S-діапазону (fs1=2212 Мгц, fs2=2218 Мгц, i fs3=2287 Мгц) та один сигнал X-діапазону(fx1=8456 Мгц) (рис. 1). Таку кількість несучих хвиль підібрано спеціально для вирішення багатозначності, яка виникає при фазовому методі вимірювання.

Першою моделлю гравітаційного поля, отриманою з місії SELENE, була модель (автори Намікі та ін., 2009) 90-го порядку, побудована за 4-шляховими доплерівськими вимірами, зібраними протягом перших п'яти місяців. Матцумото та ін. (2010) опублікували оновлену модель SGM100h – сотого степеня та порядку, гармонічні коефіцієнти якої обчислені за 4-шляховими доплерівськими даними, які були отримані протягом всієї місії. Завдяки тому, що вимірювання проводилися для зворотного боку Місяця, коефіцієнти цієї моделі до 70-го степеня та порядку можна визначати без апріорних обмежень. Ця модель чітко розділяє кільцеві структури, пов'язані з басейнами на протилежному боці [5]. Дані, які використовували для побудови моделі SGM100h, наведено у табл. 1.

Таблиця 1

	Супутник	Тип даних	К-ть		
Зворотний бік	SELENE, 4-way	Д	67786		
	SELENE, Основний	Д	3573542		
	_	В	62438		
	SELENE, Rstar	Д	159269		
	-	В	150470		
	SELENE, Vstar	Д	42852		
	_	В	35,386		
Видимий бік	Lunar, Orbiter I-V	Д			
	Apollo 15,16	Д	9		
	Clementine	Д	,23		
	_	В	,301		
	Lunar Prospector Nominal mission	Д,В	°		
	SMART-1	Д			

Дані, які використовували для побудови моделі SGM100h (Д – доплерівські, В – віддалемірні [3])

На сайті місії SELENE [6] було опубліковано значення аномалії у вільному повітрі, які покривають поверхню Місяця одноградусною сіткою, загальна кількість яких становить 64800 (360х180). Ці значення можуть бути використані для побудови моделі селенопотенціалу. Аномалії сили тяжіння подамо виразом (1)

$$\Delta g = -\frac{GM_{\langle}}{\rho^2} \sum_{n=2}^{\infty} (n+1) \left(\frac{R}{\rho}\right)^n \sum_{m=0}^n \left(C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda\right) P_{nm}\left(\sin(\phi)\right). \tag{1}$$

де GM₍ – селеноцентрична гравітаційна стала; C_{nm}, S_{nm} – гармонічні коефіцієнти; R – середній радіус Місяця; φ – широта; λ – довгота; P_{nm} – приєднані функції Лежандра [2]. На основі рівняння (1) формуємо систему рівнянь, в якій C_{nm} та S_{nm} – невідомі, а Δg – стовпець вільних членів. Коефіцієнти при невідомих записуються в матрицю A, кількість рядків в якій становить 64800, а

кількість стовпців залежить від ступеня та порядку n та m. Вираз для обчислення стовпця невідомих V у матричному вигляді має вигляд

$$V = -(A^T P_0 A)^{-1} A^T P_0 \Delta g,$$
⁽²⁾

де P_0 – коваріаційна матриця помилок вихідних величин $\Delta g[1]$.

$$P_{0} = \begin{pmatrix} \frac{1}{m_{\Delta g_{1}}^{2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_{\Delta g_{2}}^{2}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & . & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & . & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{m_{\Delta g_{N-1}}^{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{m_{\Delta g_{N}}^{2}} \end{pmatrix},$$
(3)

Помилки аномалій у вільному повітрі m_{дg} ,використані в цій роботі, наведено в табл. 2 [5].

		Тиолиця 2
№ п/п	Широта, ф ^о	тдд, мГал
1	0-30	15
2	30-60	32
3	60-90	43

Таблиця3

Tabana

		Обчислена модель				LP100K(Lunar Prospector)			
n	m	C _{nm}	S _{nm}	σC_{nm}	σS_{nm}	C _{nm}	\mathbf{S}_{nm}	σC_{nm}	σS_{nm}
2	0	-9.0789E-05	0.0000E+00	2.1616E-07	0.0000E+00	-9.0874E-05	0.0000E+00	5.3192E-09	0.0000E+00
2	1	1.5678E-07	-5.9520E-08	2.2990E-07	2.5149E-07	8.3831E-09	7.7065E-09	4.2915E-09	3.4972E-09
2	2	3.4611E-05	6.8444E-08	2.1217E-07	1.9307E-07	3.4626E-05	1.1422E-08	3.6509E-09	3.1773E-09
3	0	-3.2198E-06	0.0000E+00	1.1327E-07	0.0000E+00	-3.1794E-06	0.0000E+00	6.1087E-09	0.0000E+00
3	1	2.6247E-05	5.3803E-06	1.1782E-07	1.1782E-07	2.6349E-05	5.4670E-06	6.4988E-09	4.5963E-09
3	2	1.4121E-05	4.9465E-06	1.2385E-07	1.2381E-07	1.4199E-05	4.8823E-06	6.5587E-09	5.7659E-09
3	3	1.2196E-05	-1.7300E-06	1.0660E-07	1.0798E-07	1.2285E-05	-1.7661E-06	4.5773E-09	4.7039E-09
4	0	3.1633E-06	0.0000E+00	7.3615E-08	0.0000E+00	3.2151E-06	0.0000E+00	6.1604E-09	0.0000E+00
4	1	-6.0128E-06	1.6681E-06	7.9187E-08	7.9765E-08	-6.0133E-06	1.6317E-06	7.8731E-09	4.8258E-09
4	2	-7.0143E-06	-6.7485E-06	8.1268E-08	8.1119E-08	-7.1067E-06	-6.7657E-06	8.8066E-09	8.6251E-09
4	3	-1.3123E-06	-1.3465E-05	8.0665E-08	8.1148E-08	-1.3676E-06	-1.3420E-05	8.3509E-09	8.3655E-09
4	4	-6.0309E-06	3.9284E-06	7.0665E-08	6.9625E-08	-6.0334E-06	3.9422E-06	6.4127E-09	5.7409E-09

У результаті обчислень було отримано модель 90-го порядку, коефіцієнти якої до четвертого порядку наведено у табл. З. Для порівняння в цій самій табл. наведено коефіцієнти моделі *LP100K(Lunar Prospector)*[4].

З використанням одержаної моделі обчислено значення аномалій в сітці $1^{\circ}x1^{\circ}$ за співвідношенням (1) та знайдено різниці вихідних даних, які отримані з сайту місії SELENE та обчислених значень аномалій v. Значення середньоквадратичної помилки, обчислене за формулою Бесселя

 $\mu = \sqrt{\frac{[\nu\nu]}{n-1}}$, дорівнює 0,3 мГал для моделі 90-го порядку.

На рис. 2 показано зміни порядкових дисперсій

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{\sum_{m=0}^n \left(\overline{C}_{nm}^2 + \overline{S}_{nm}^2\right)}{2n+1}} \tag{4}$$

для отриманої моделі гравітаційного поля до 90-го порядку, а також емпіричний закон зміни, встановлений для гравітаційного потенціалу Місяця [4]

$$\sigma_n = \frac{\beta \cdot 10^{-4}}{n^2} = \frac{1.2 \cdot 10^{-4}}{n^2}.$$
 (5)



Рис. 2. Зміна порядкових дисперсій σ_n для отриманої моделі та емпіричне значення

Також для отриманої моделі та моделі *LP100К* обчислено моменти інерції Місяця за формулою

$$\frac{C}{M_{\ell}R_{\ell}^{2}} = \frac{2C_{22} - C_{20}}{\beta} - C_{20} - 2C_{22}.$$
(6)

$$\frac{C}{M_{\ell}R_{\ell}^{2}}(o \delta \eta u c \pi e h a \quad mode \pi b) = 0,3933$$

$$\frac{C}{M_{\ell}R_{\ell}^{2}}(LP100K(Lunar \quad Prospector)) = 0,3935$$

На рис. З показано аномалії у вільному повітрі для зворотного боку Місяця, отримані для побудованої моделі.



Рис. 3. Аномалії у вільному повітрі знайдені за отриманою моделлю

Висновки. Завдяки використано субсупутників за методом радіоінтерферометрії з наддовгою базою у місії SELENE(Кагуя) вдалось отримати моделі гравітаційного поля, які чітко розділяють кільцеві структури, пов'язані з басейнами на протилежному боці.

З рис. 2 видно, що графік порядкових дисперсій обчисленої моделі збігається з графіком, побудованим за емпіричною функцією.

Отримані моменти інерції узгоджуються з результатами, отриманими іншими авторами [4].

1. Гопкинс Дж. Анализ методов расчета моделей гравитационного поля Земли из комбинации наземних и супутникових данних / Использование искусственних спутников для геодезии. – М.: Mup,1975. – С. 139–148. 2. Сагитов М.У. Лунная гравиметрия // Наука. – 1979. – С. 433. 3. An improved lunar gravity field model from SELENE and historical tracking data: Revealing the farside gravity features: journal of geophysical research [Електронний ресурс] / К. Matsumoto, S. Goossens, Y. Ishihara, Q. Liu, F. Kikuchi, T. Iwata, N. Namiki, H. Hanada, H. Noda, N. Kawano, // Journal of geophysical research. – 2010. – № 1. – 115. – Режим доступу до журн. :http://www.agu.org/pubs/crossref/2010/2009JE003499.shtml. 4. Konopliv A.S., Binder A.B., Hood L.L., Kucinskas A.B., Sjogren W.L. and Williams J.G.Improved gravity field of the Moon from lunar prospector // Science. – 1998. – 281. – P.1476–1480. 5. Lunar gravity field determination using SELENE same-beam differential VLBI tracking data: SpringerLink [Електронний ресурс] / S. Goossens K. Matsumoto, Q. Liu, F. Kikuchi, K. Sato, H. Hanada, Y. Ishihara, H.Noda, N. Kawano, N. Namiki, T.Iwata, F. G. Lemoine, D.D.Rowlands ,Y. Harada, M. Chen // Journal of Geodesy. – 2010.–№4.–205-208.– Режим доступу до журн. : http://www.springerlink.com/content/n2p6437361xh4244/ 6. Japan Aerospace Exploration Agency. Kaguya(SELENE). http://www.SELENE.jaxa.jp/en/science/RSAT/G_Anom_Map 4 public e.htm