УДК 621.302:621.314.1

**Б.М. Дівеєв, І.В. Коник, Д.Л. Паращук***
Національний університет "Львівська політехніка",
* Академія Сухопутних військ ім. гетьмана Петра Сагайдачного

# ОПТИМІЗАЦІЯ ДИНАМІЧНОГО ГАСНИКА КОЛИВАНЬ ПІД ЧАС ІМПУЛЬСНОГО НАВАНТАЖЕННЯ



**Розглянуто методи розрахунку і оптимізації конструкції динамічних гасників коливань (ДГК) під час імпульсного навантаження. Представлено дискретно-континуальну модель динамічної системи: базисну конструкцію – ДГК. Розглянуто вплив еластичних та демпфуючих властивостей ДГК. Проаналізовано збіжність теоретичних та експериментальних результатів.**

**The paper deals with the methods of calculation and optimization of constructions with the dynamic vibration absorbers (DVA) by impulse loading. The discrete-continue models of dynamic system: basic construction – DVA's are offered. The influence of elastic and damping properties of DVA are considered. Theoretical results are compared to experimental.**

**Вступ.** ДГК широко застосовуються для зменшення рівнів вібрації і шуму як у різноманітних машинах, станках, приладах, так і в будівельних спорудах. Джерелами цих збурень, наприклад, у колісних машинах можуть бути як процеси взаємодії коліс з дорогою, так і внутрішні джерела: двигуни, трансмісії. У будівельних конструкціях джерелами вібраційних збурень може виступати сейсмічне або вітрове навантаження. На практиці часто зустрічається імпульсне ударне навантаження. ДГК є доволі ефективним засобом для підвищення рівня затухання коливань під час імпульсного збурення.

**Аналіз останніх досліджень.** Оптимізація ДГК для недемпфованої одномасової основної системи за дії гармонійного збудження належить до стандартних задач. Детальний розгляд методів розрахунку подано в [1–3]. Достатня увага звернена і на розрахунок та оптимізацію ДГК під час імпульсних навантажень [4–6]. Такі дослідження проводяться у "часовому просторі" на відміну від досліджень у "частотній області". Більшість практичних застосувань ДГК ґрунтується на недостатньо повних математичних моделях складних конструкцій і неефективному проектуванні ДГК. Не враховуються пружні властивості самої конструкції, пружні властивості вузла приєднання ДГК до основної конструкції, характеристики приєднаних елементів.

У цій роботі застосовано варіант динамічної конденсації — зменшення порядку вирішуючої системи рівнянь динамічної рівноваги шляхом апріорного врахування формозміни елементів [7–10]. Ці конденсовані моделі дають змогу оперувати конструктивними параметрами, що безпосередньо впливають на якість функціонування агрегата та його міцність.

**Постановка завдання.** У динаміці складних конструкцій багато уваги приділено методам конденсації систем рівнянь високого порядку, що охоплюють широкий частотний спектр. У цій роботі запропоновано алгоритм конденсації для основного деформівного елемента: платформи ***P*** (товстої масивної пластини) (рис. 1). Платформа знаходиться на двох пружних опорах (лінійних в'язко-пружних). До платформи приєднаний ДГК пластинчастого типу масою *Ma*. Також приєднана зосереджена маса *M1*. Розглядаються плоскі вертикальні коливання конструкції під дією деякої вертикальної періодичної (гармонійної) вимушуючої сили. Поздовжні коливання не розглядаються з двох причин. По-перше, ця схема може служити моделлю плавності ходу колісної машини з ДГК, де, очевидно, поздовжні коливання не враховуються. Також, якщо це модель обертової машини з ДГК, то враховуючи характер навантаження, також недоцільно розглядати поздовжні коливання.

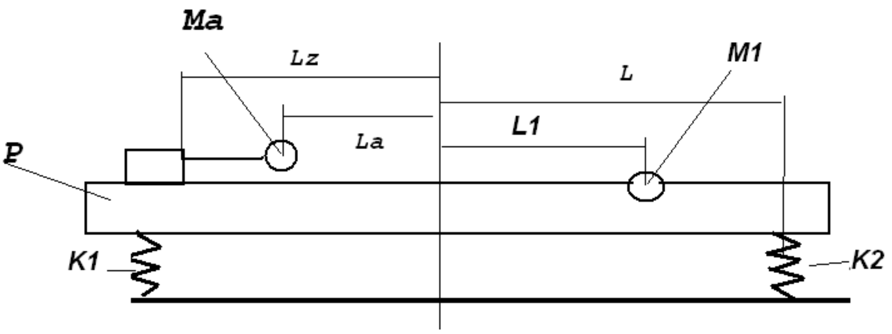


*Рис. 1. Загальний вигляд платформи з ДГК*

**Дискретно-континуальна модель платформи з ДГК.** Під час застосування ДГК для зменшення коливань конструкцій у середньому частотному діапазоні необхідно враховувати деформативність цієї конструкції. Адже робоча частота ДГК може наближатися до власних частот конструкції. У такому випадку необхідно розглянути узагальнену дискретно-континуальну розрахункову схему [7–10]. Дослідимо платформу як гнучку конструкцію з приєднаними ДГК.

З варіаційного принципу Гамільтона–Остроградського [7–10] випливає

$$\int_{T_0}^{T_1} (\delta U - \delta K + F\delta u)dt = 0 . \tag{1}$$

За кінематичних умов

$$W(x) = (w + x\gamma + q_1\varphi_1(x) + q_2\varphi_2(x) + ...) \tag{2}$$

(у випадку дослідження вертикальних коливань) отримаємо такі інтегральні співвідношення:

$$\delta K = \int_{-L}^{L} \rho\left(\dot{w} + x\,\dot{\gamma} + \dot{q}_1\,\varphi_1(x) + \dot{q}_2\,\varphi_2(x) + ...\right)\left(\delta\,\dot{w} + x\delta\,\dot{\gamma} + \delta\,\dot{q}_1\,\varphi_1(x) + \delta\,\dot{q}_2\,\varphi_2(x) + ...\right)dx \; +$$

$$+ \; m\left(\dot{w} + L_m\,\dot{\gamma} + \dot{q}_1\,\varphi_1(L_m) + \dot{q}_2\,\varphi_2(L_m) + ...\right)\left(\delta\,\dot{w} + L_m\delta\,\dot{\gamma} + \delta\,\dot{q}_1\,\varphi_1(L_m) + \delta\,\dot{q}_2\,\varphi_2(L_m) + ...\right)$$

$$+ m_a\,\dot{w}_a\,\delta\,\dot{w}_a \tag{3}$$

$$\delta U = k_1((w_0 - (w - L\gamma)))((-(\delta w - L\delta\gamma))) + k_2((w_0 - (w + L\gamma)))((-(\delta w + L\delta\gamma)))$$
$$+ k_a(w_a - w + L_a\gamma - Q_{a1}q_1 - Q_{a2}q_2 ...)(\delta w_a - \delta w + L_a\delta\gamma - Q_{a1}\delta q_1 - Q_{a2}\delta q_2 ...) + E_1q_1\delta q_1 + E_2q_2\delta q_2 + ... ,$$

де

$$Q_{qi} = \varphi_i(L_z) + \varphi_i'(L_z)(L_z - L_a), \tag{4}$$

– геометричний параметр.

Тут для спрощення цими самими символами $w, \gamma, q_1, q_2$ позначено амплітуди відповідних переміщень (у загальному випадку лінійної в'язко-пружної моделі ([7–10]) – це комплексні числа).

Згрупувавши члени за незалежних варіацій переміщень на основі (3, 4), отримаємо систему звичайних диференційних рівнянь [7–10]:

$$M\frac{d^2Y}{dt^2} + C\frac{d\ Y}{dt} + KY = F , \tag{5}$$

де $M$ – матриця мас; $C$ – матриця в'язкопружного демпфування; $K$ – матриця жорсткості; $Y = (w, \gamma, q_1, q_2)^T$ – вектор переміщень; $F$ – вектор зовнішніх сил.

Цю систему прийнято записувати у нормальній формі (розв'язаній стосовно других похідних):

$$\frac{d^2Y}{dt^2} + M^{-1}\left(C\frac{d\ Y}{dt} + KY - F\right) = 0 \ . \tag{6}$$

**Числовий аналіз**. Рівняння динамічної рівноваги отримують на основі (3), (4) під час інтегрування по частинах у виразі для кінетичної енергії та враховуючи припущення, що віртуальні поля на початковій та кінцевій точці у варіаційному співвідношенні Гамільтона–Остроградського фіксовані. Прирівнюючи до нуля члени за незалежних варіацій, отримаємо систему звичайних диференційних рівнянь:

$$\begin{gathered}
\left( (m+m_1)\ddot{w}_0 + \left(\frac{L}{2}m + L_1\, m_1\right)\ddot{w}_1 + \left(m_{02} + \cos\left(\frac{\pi L_1}{L}\right)m_1\right)\ddot{w}_2 \right) + \\
+ (k_1 D_K + k_2 D_K + k_A D_A)\dot{w}_0 - L(k_2 D_K - k_1 D_K)\dot{w}_1 - k_A D_A \dot{w}_A + (k_1 + k_2 + k_A)w_0 - \\
- L(k_2 - k_1)w_1 - k_A w_A = k_2 D_K \dot{w}_z + k_2 w_z , \\
\left( \left(\frac{L}{2}m + a\, m_1\right)\ddot{w}_0 + \left(\frac{L^2}{3}M + L_1{}^2 m_1\right)\ddot{w}_1 + \left(m_{12} + L_1 \cos\left(\frac{\pi L_1}{L}\right)m_1\right)\ddot{w}_2 \right) - \\
- L(k_2 D_K - k_1 D_K)\dot{w}_0 + \left(L^2(k_2 D_K + k_1 D_K) + L_A{}^2 D_A k_A\right)\dot{w}_1 - L_A k_A \dot{w}_A - L(k_2 - k_1)w_0 + \\
+ \left(L^2(k_2 + k_1) + L_A{}^2 k_A\right)w_1 - L_A k_A w_A = L k_2 D_A \dot{w}_z + L k_2 w_z , \\
\left( \left(m_{02} + \cos\left(\frac{\pi L_1}{L}\right)m_1\right)\ddot{w}_0 + \left(m_{12} + a\cos\left(\frac{\pi L_1}{L}\right)m_1\right)\ddot{w}_1 + \left(m_{22} + \left(\sin\left(\frac{\pi L_1}{L}\right)^2 m_1\right)\right)\ddot{w}_2 \right) - \quad , \\
- Q_A k_A D_A \dot{w}_0 - Q_A D_A k_A L_A \dot{w}_1 + k_{22} D_K \dot{w}_2 - k_A Q_A w_A - Q_A k_A w_0 - Q_A k_A L_A w_1 + k_{22} w_2 - k_A Q_A w_A = 0, \\
m_A \ddot{w}_A - k_A D_A \dot{w}_0 - L_A k_A D_A \dot{w}_1 - Q_A D_A k_A \dot{w}_2 + k_A D_A \dot{w}_A - k_A w_0 - L_A k_A w_1 - Q_A k_A w_2 + k_A w_A = 0 \ .
\end{gathered} \tag{9}$$

Тут введені позначення: $w_0 \equiv w$, $w_1 \equiv \gamma$, $w_2 \equiv q_1$, $w_A$ – переміщення ДГК. Зберігається лише перша форма згинальних коливань пластини. Розглядається кінематичне гармонійне збурення $w_z$ під другою пружною опорою.

Рівняння (9) приводяться до нормальної форми (8). Позначивши $Y_P = {dY}/{dt}$, отримаємо систему звичайних диференціальних рівнянь у нормальній формі:

$$\frac{dY_P}{dt} + M^{-1}(CY_P + KY - F) = 0, \quad \frac{dY}{dt} = Y_P . \tag{10}$$

Розв’язок здійснюємо методом Гіра.

На рис. 2 показано характер загасання коливних процесів за різних параметрів ДГК.

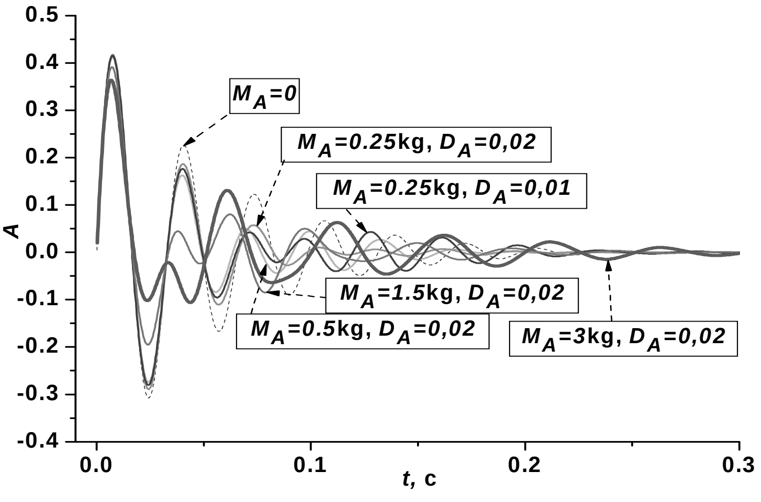


*Рис. 2. Ефективність ДГК за різних параметрів*

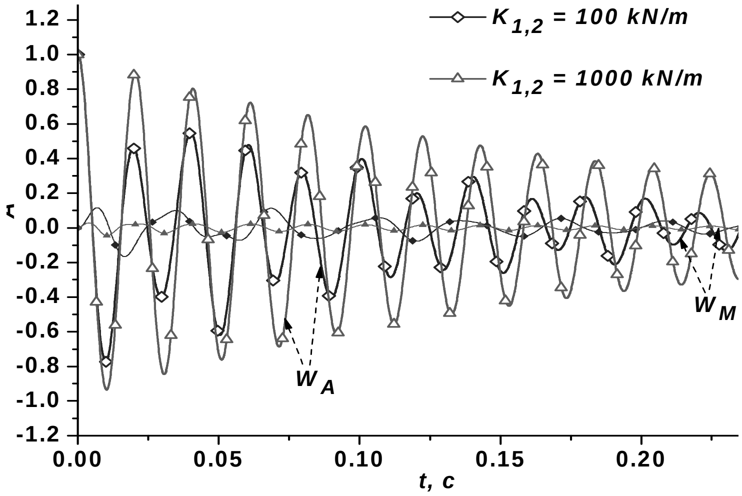


*Рис. 3. Характер загасання коливань платформи залежно від жорсткості її пружного закріплення К1, К2 ($W_A$ – коливання ДГК, $W_V$ – коливання платформи)*

Демпфування у системі вважалося в'язким. Розглядалися такі вхідні дані (див. рис. 1.): *L=0,1м; Lz=0,08 м; La=0,02 м; L1=0,03 м; Ro=7850 кг/м*$^3$*; M1=6 кг; Ma =3 кг; K1=1000 кН/м; K2=1000 кН/м; Ka=150 кН/м; DempK=0,001; DempA=0,0002; DempE=0,01; NCR=5000* – кількість точок розрахунку; (*T0-TK) – (0—0,3 с)* – часовий діапазон.

Необхідно відзначити, що у цьому випадку надто мале демпфування в ДГК відіграє негативну роль (додатково показано на рис. 2), оскільки перехідні процеси затухають значно повільніше.

На рис. 3 показано характер затухання коливань платформи залежно від жорсткості її пружного закріплення.

**Експериментальні дослідження**. Проводилися також експериментальні дослідження. Пластина закріплена на чотирьох пружинах до масивного фундаменту. До пластини згідно зі схемою, показаною на рис. 1, закріплювався ДГК (маса на пластинчастому пружному елементі).

На рис. 4 показано структурну схему вимірювально-реєструючого апаратного комплексу.


*Рис. 4. Схема вимірювально-реєструючого апаратного комплексу*

На рис. 5 прийняті такі позначення: 1 – вузол кріплення ДГК; 2 – ДГК; 3 – свинцеві кульки; 4 – контейнер; 5 – електродвигун; 6 – гвинти; 7 – віброплатформа.

Свинцеві кульки можуть переміщатися у контейнері, створюючи додаткове демпфування.

Нижче наведені віброграми затухаючих коливань.

На рис. 6 показано осцилограму коливань платформи без ДГК, а також осцилограму коливань платформи за наявності ДГК.

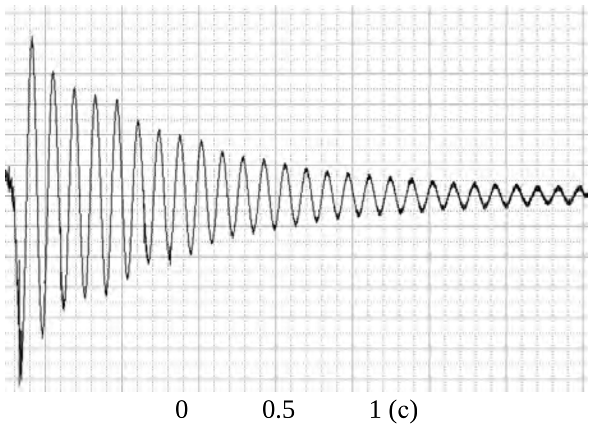


*Рис. 5. Осцилограма затухаючих коливань платформи без ДГК*

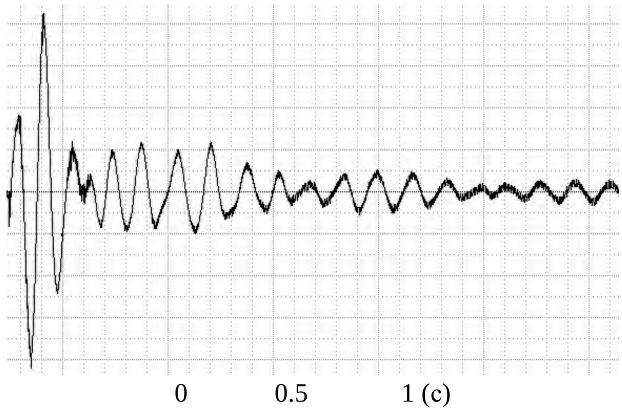


*Рис. 6. Осцилограма затухаючих коливань платформи з ДГК*

Проведений аналіз підтвердив, що експериментально отримані характеристики процесів загасання коливань аналогічні до результатів, отриманих теоретично (рис. 2, 3).

**Висновки.** Розроблено теоретичні моделі для дослідження динаміки і демпфування дискретно-континуальної структури деформівна платформа – ДГК. Динамічна поведінка системи визначається з урахуванням заданої кількості параметрів. Отримано алгоритми аналізу такого типу конструкцій під час імпульсного навантаження. Досліджено вплив маси, інтенсивності демпфування у ДГК та жорсткості закріплення основної конструкції на характер затухаючих динамічних процесів.

*1. Вибрации в технике. – Т.6: Защита от вибрации и ударов. – М.: Машиностроение. 1981. – 456 с. 2. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М.: Наука, 1967. – 444 с. 3. Den Hartog, J. P. (1956), Mechanical Vibrations (4th edition) Mc Graw-Hill, New York. 4. Chin-Kun Teng, Chao-Yin Hsiao, Chung-Shing Wang. Effects of an absorber on impact characteristics in machine cushion design with area ratio modified guiding structure Simulation Modelling Practice and Theory 16 (2008) 1200–1214. 5. A.G. Chehab, M.H. EI Naggar, Response of block foundations to impact loads, Journal of Sound and Vibration 276 (2004) 293–310. 6. Y. Z. Wang & S. H. ChengThe Optimal Design of Dynamic Absorber in the Time Domain and the Frequency Domain Applied Acoustics 28 (1989) 67-78. 7. Diveyev B., Vikovych I., Kernytskyy I., Butyter I. Prospects of application of modern methods for optimum designing of technological machines // VI konferencja naukowo-praktyczna “ENERGIA W NAUCE I TECHNICE”. – Białystok-Suwałki, Poland, June 22-23, 2007. – Streszczenia referatów. – P. 13–20. 8. Ivan Kernytskyy, Bohdan Diveyev, Jurij J. Vybranets, Nazar Kernytskyy. Using of dynamic vibration absorbers for regulation of vibrating compactor vibration properties. Acta Scientarium Polonorum Architectura (Budownictwo) 7 (3) 2008. – P. 43–50. 9. Bohdan Diveyev, Ivan Kernytskyy, Nazar Kernytskyy, Roman Sava. Laminated beam clamp conditions influence on frequency spectra. IV konferencja: Inżynierskie i przestrzenne aspekty zabudowy obszarów niezurbanizowanych. – Warszawa, 2010. – S.26–27. 10. Bohdan Diveyev, Ivan Kernytskyy, Nazar Kernytskyy, Roman Sava. Sound transmission loss across a sandwich plate with the dynamic vibration absorbers. IV konferencja: Inżynierskie i przestrzenne aspekty zabudowy obszarów niezurbanizowanych. – Warszawa, 2010. – S. 27–28.*