

РОЗРАХУНОК МЕТАЛОДЕРЕВ'ЯНОЇ ФЕРМИ З УРАХУВАННЯМ ДЕФОРМАЦІЙ ВЕРХНЬОГО ПОЯСУ

© Пенцак А.Я., 2005

Запропоновано нову несучу комбіновану металодерев'яну балкову конструкцію, регулювання напружено-деформованого стану якої виконується без її попереднього напруження. Таке регулювання базується на методиці розрахунку конструкції за деформованим станом. Розроблено методику розрахунку металодерев'яної балкової системи з урахуванням її деформованого стану.

In the article is offered the combined steel-wood beam construction adjusting of the tensions being of which is executed without its previous tension. Such adjusting is based on the method of calculation of construction after the deformed being. The method of calculation of the steel-wood beam system is developed taking into account its deformed being.

Стан питання. Розроблення нових конструкцій має на меті покращити відомі конструкції передовсім у плані зменшення їхньої вартості. Враховують також функціональні та естетичні показники – адже прогини балкових несучих конструкцій обмежені нормами [1]. Покращання економічних показників балкових несучих конструкцій можна досягти регулюванням їхнього напружено-деформованого стану [2, 6].

Постановка задачі. За чинною методою розрахунку балкових конструкцій за недеформованою схемою [4, 5], визначаючи несучу здатність, не враховують додаткові переміщення від деформацій верхнього поясу, тим самим несуча здатність конструкції за міцністю та деформативністю є різною.

Проектування металодерев'яних балкових конструкцій, рівномірних за першою та другою групами граничних станів, а також з урахуванням додаткових переміщень від деформацій частин конструкцій є актуальною задачею. Розв'язання поставленої задачі сприяє підвищенню конкурентоспроможності металодерев'яних балкових конструкцій та зменшенню будівельного об'єму проєктованих приміщень.

Розв'язання задачі. Пропонується нова несуча комбінована металодерев'яна балкова конструкція (рис. 1), регулювання напружено-деформованого стану якої виконується без її попереднього напруження. Таке регулювання базується на методиці розрахунку конструкції за деформованим станом. Ця методика започаткована у [3, 7]. Вона, на відміну від традиційної методики [4], базується не на статичних, а на енерговаріантних принципах деформованих систем, зокрема на принципі Лагранжа. Вона дає змогу визначити зусилля у всіх елементах системи за її деформованим станом, що не потребує її попереднього напруження. За цією методикою всі балкові системи моделюють узагальнено балкою на крайніх шарнірних і проміжних пружинних опорах.

Експериментальні дослідження металодерев'яної комбінованої системи ыз затяжками показали значно більші їхні деформації навантаженням, ніж вираховані за стандартними програмами на ЕВМ без урахування деформованої схеми. Тому метою цього теоретичного дослідження було врахування деформацій нижнього поясу як під час збільшення зовнішнього навантаження, так і залежно від попереднього напруження зтяжки на прогині ферми.

Відносна деформація зтяжки $\varepsilon = \frac{N_z}{E_z A_z}$, де N_z – зусилля розтягу зтяжки; $E_z A_z$ – модуль

пружності та площа перетину зтяжки.

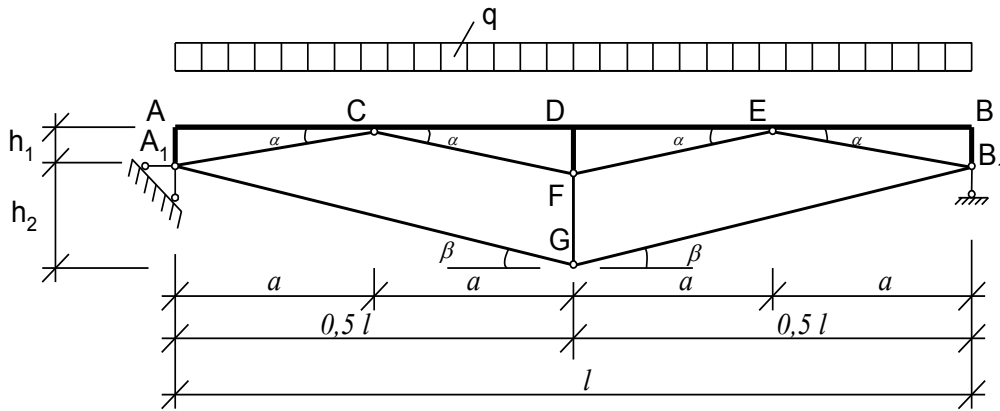


Рис. 1. Металодерев'яна комбінована система

Оскільки кут нахилу α затяжки порівняно малий, тобто її довжина порівняно мало відрізняється від прольоту ферми l , пружність затяжки має істотний вплив на деформативність ферми. Враховуючи, що затяжка має велику гнучкість, вважаємо, що згинальний момент в кожному її перерізі дорівнює нулю. З урахуванням умови рівноваги зусиль в кожному перерізі затяжки можна виразити геометричну інтерпретацію її довільної елементарної частки на кожній ділянці прольоту ферми.

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \alpha. \quad (1)$$

Звідси прогин затяжки від власної ваги

$$y(x) = \int_0^{0.5l} Q_{(x)} dx \frac{1}{H},$$

де $Q_{(x)}$, H – відповідно вертикальна і горизонтальна складові зусилля натягу затяжки від власної ваги. Тоді $\frac{dQ}{dx} = q$; $\frac{dH}{dx} = h$, де q і h – складові навантаження від власної ваги.

Враховуючи, що $\operatorname{tg} \alpha = \frac{N_c}{H}$ можна записати

$$y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha = \frac{N_c l}{4H}, \quad (2)$$

де N_c – зусилля стиску середньої (центральної стійки); H – горизонтальна реакція.

Згідно з геометрією силового трикутника, головний вектор рівнодіючої зусиль N_c і H , що розтягують затяжку $N_c = \sqrt{N_c^2 + H^2}$. З подібності трикутників силового відповідного за геометричними розмірами довжини L і стрілки провисання затяжки, можна знайти горизонтальну складову натягу затяжки H (відповідно горизонтальної реакції). $H = \frac{N_c}{2\sqrt{\frac{L^2}{l^2} - 1}}$. Тоді, якщо $L/l \rightarrow 1$,

натяг затяжки прямує до ∞ . При врахуванні впровадження затяжки $H \neq \infty$, хоча залежно від E (модуля пружності), або зміщення опори може бути великим. Відповідно також чим більша L/l , тим менший натяг затяжки N_3 .

Оскільки опора нерухома, то зусилля в інших елементах вузла B , крім затяжки, не показані (рівновагу вузла забезпечують опорні реакції $N_c/2$ і H та зусилля в затяжці N_3).

Згідно з умовою рівноваги

$$N_3 = H \sqrt{1 + tg^2 \alpha} = H \sqrt{1 + \frac{N_c^2}{4H^2}}. \quad (3)$$

Загальна довжина деформованої зтяжки

$$L = l \sqrt{1 + tg^2 \alpha} = l \sqrt{1 + \frac{N_c^2}{4H^2}}. \quad (4)$$

З іншого погляду ця довжина також дорівнює

$$L = L_0 + \int_0^{L_0} \varepsilon dL_0,$$

де L_0 – початкова довжина нижнього поясу (зтяжки), до завантаження ферми

$$\varepsilon = \frac{N}{E_3 A_3} = \frac{H}{E_3 A_3} \sqrt{1 + \frac{N_c^2}{4H^2}}.$$

Тоді

$$L = L_0 \left(1 + \frac{H}{E_3 A_3} \sqrt{1 + \frac{N_c^2}{4H^2}} \right), \quad (5)$$

Підставивши в ліву частину (5) значення L із рівняння (4) після нескладних перетворень знайдемо

$$N_c = 2H \sqrt{\frac{\left(\frac{L_0}{l}\right)}{\left(1 - \frac{H}{E_3 A_3} \cdot \frac{L_0}{l}\right)^2} - 1}, \quad (6)$$

Що справедливо і при початковому натягу зтяжки. Тоді $\frac{L_0}{l} < 1$.

На стадії попереднього напруження (до прикладення зовнішнього навантаження вважаємо, що $N_c = 0$)

$$H = H_n = E_3 A_3 \frac{l - L_0}{L_0}. \quad (7)$$

Складова прогину ферми в середині прольоту в результаті деформації зтяжки

$$y_{1/2} = -\frac{N_c l}{4H} = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\left(\frac{L_0}{l}\right)}{\left(1 - \frac{H}{E_3 A_3} \cdot \frac{L_0}{l}\right)^2} - 1}. \quad (8)$$

При початковому натягу зтяжки (попередньому напруженні) маємо зменшення прогину на величину

$$\Delta y_{1/2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\left(\frac{L_0}{l}\right)^2}{\left(1 - \frac{E_3 A_3 (l - L_0) L_0}{L_0 E_3 A_3} \cdot \frac{L_0}{l}\right)^2} - 1} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\left(\frac{L_0}{l}\right)^2}{\left(1 - \frac{l - L_0}{l}\right)^2} - 1}. \quad (9)$$

Варто відзначити, що, аналізуючи виведені вище залежності, можна зробити доволі цікаві практичні висновки.

Так, при незначній зміні довжини зтяжки істотно змінюються її прогини (не враховуючи загальної зміни прогинів ферми загалом від зміни зовнішнього навантаження).

Наприклад, при співвідношенні $\frac{L_0}{l} = 1.01$ і $\frac{H}{E_3 A_3} = 0.001$ прогин зтяжки становить $y_{1/2} = 0.08l$, тобто 8% від величини прольоту.

Під час традиційного розрахунку, тобто без урахування деформації зтяжки $l = L_0$, з формули (4), підставивши замість l значення L_0 , знаходимо

$$L_0 = l \sqrt{1 + 4tg^2 \alpha} = l \sqrt{1 + \frac{N_c^2}{4H^2}}. \quad (10)$$

Звідки

$$N_c = 2H \sqrt{\frac{L_0^2 - l^2}{l^2}} = \frac{2H}{l} \sqrt{L_0^2 - l^2}. \quad (11)$$

Розглянемо випадок, коли $\frac{L_0}{l} = 1$ (ферма з паралельними поясами) – зтяжка горизонтальна.

Розрахункова схема зтяжки

Згідно з (6)

$$N_c = 2H \sqrt{\frac{1}{\left(1 - \frac{H}{E_3 A_3}\right)^2} - 1} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{E_3 A_3}} \sqrt{H^3}, \text{ якщо рахувати, що } \frac{H}{E_3 A_3} \leq 1.$$

Прогин зтяжки внаслідок її видовження

$$y_{1/2} = -\frac{N_c l}{4H} = -\frac{1}{2} \frac{l}{\sqrt[3]{E_3 A_3}} \sqrt[3]{N_c}. \quad (12)$$

Якщо $N_c = 0$, $\frac{dy}{dN_c} = \infty$.

Необхідно також відзначити, що на основі аналізу виведених вище залежностей видно, що залежність прогину зтяжки від її видовження є нелінійною.

У разі температурних перепадів також можна врахувати зміну прогину зтяжки від температурних деформацій. У такому випадку довжина зтяжки дорівнює

$$L = L_0 (1 + \varepsilon + \varepsilon_1), \quad (13)$$

де ε_1 – відносна температурна деформація;

$$\varepsilon_1 = \frac{\int_0^l \alpha t dl}{L},$$

де αt – температурна деформація в перетинах.

Якщо температура у всіх перетинах по довжині зтяжки однакова, то $\varepsilon_1 = \alpha t$ і (5) можна записати

$$L = L_0 \left(1 + \varepsilon + \frac{H}{E_3 A_3} \sqrt{1 + \frac{N_c^2}{4H^2}} \right);$$

а також

$$N_c = 2H \sqrt{\frac{\left(\frac{L_0}{l}\right)^2 (1 + \varepsilon_1)^2}{\left(1 - \frac{HL_0}{E_3 A_3 l}\right)}} - 1. \quad (14)$$

Отже, враховуючи поздовжні деформації затяжки від дії зовнішнього силового навантаження, змін температури навколишнього повітря, а також залежно від початкових силових деформацій (напружень) можна коригувати розрахунки прогинів ферм.

Висновки

1. Теоретичні та експериментальні дослідження свідчать, що проектування металодерев'яних балкових конструкцій з урахуванням додаткових переміщень від деформацій верхнього поясу сприяє підвищенню конкурентоспроможності металодерев'яних балкових конструкцій та зменшенню будівельного об'єму проєктованих приміщень. Розроблення металодерев'яних балкових конструкцій, рівномірних за першою та другою групами граничних станів, а також з урахуванням додаткових переміщень від деформацій частин конструкцій дає змогу зменшити прогини конструкцій на 10 – 15% залежно від прольоту конструкції, величини та схеми прикладення навантаження, а також від зміни початкової стріли прогину (кута β) затяжки.

2. Збільшення початкової стріли прогину (кута β) затяжки, призводить до зменшення величини внутрішнього зусилля розтягу при однаковому зовнішньому навантаженні, що не суперечить традиційному розрахунку за недеформованою схемою.

3. У разі незначної зміни довжини затяжки можна значно змінити її прогини. Так, активно регулюючи зусилля в фермі (попередньому напруженні, наприклад, гвинтовими тягами) можна значно зменшити її прогини.

1. Нилов А.А., Пермяков В.А., Прицкер А.А. *Стальные конструкции производственных зданий. Справочник.* – К., 1989. 2. Беленя Е.И. *Обзор исследований предварительно напряженных металлических конструкций // III Международная конференция по предварительно напряженным металлическим конструкциям.* – М. – Т. 5. – 1971. 3. Гоголь М.В. *Автореферат дисертації на тему: “Робота стиснутих сталених стержнів, які підсилюються під навантаженням з регулюванням зусиль в елементах, які напружуються”.* – М., 1989. 4. Трохимович В.В., Пермяков В.А. *Оптимизация металлических конструкций.* – К., 1983. 5. Трофимов В.И., Каминский А.М. *Легкие металлические конструкции зданий и сооружений. Учебное пособие.* – М., 2002. 6. Москалев Н.С., Попова Р.А. *Стальные конструкции легких зданий. Учебное пособие.* – М., 2003. 7. Гоголь М.В. *Проблема економічності несучих металокопструкцій перекриття та покриття.* // *Вісник Національного університету “Львівська політехніка”.* – Львів. – №520. – 2004. – С. 42–45.