УДК 528.3

I. ЦЮПАК¹, I. ТРЕВОГО²

¹Кафедра вищої геодезії та астрономії, Національний університет "Львівська політехніка", вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, Україна, +38(032) 258-27-04, ел. пошта: i tsyupak@meta.ua

²Кафедра геодезії, Національний університет "Львівська політехніка", вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, Україна, +38(032)258-27-60, ел. пошта: itrevoho@gmail.com

ОЦІНКА НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ЛІНІЙНИХ ВИМІРЮВАНЬ ТЕХНОЛОГІЄЮ ГНСС У КООРДИНАТНО-ЧАСОВОМУ ПРОСТОРІ

Мета цієї роботи – сформувати модельне рівняння (моделі) непрямих лінійних вимірювань технологією ГНСС, яке б реалістично і повністю враховувало фактори, що впливають на точність (невизначеність) вимірів, дослідити можливі зміни стандартних невизначеностей, похибок, якими супроводжуються вимірювання, та оцінок сумарної невизначеності лінійних вимірювань під час метрологічних досліджень на еталонних об'єктах Яворівського наукового просторового геодезичного полігона. Методика. Методика аналізу непрямих лінійних вимірювань технологією ГНСС ґрунтується на методі оцінювання точності вимірювань, який рекомендує JCGM – Спільний комітет вказівок із метрології, що працює під егідою Міжнародного бюро з мір та ваг (ВІРМ). Відповідно до цих рекомендацій точність вимірювань виражається невизначеністю. Для розрахунку невизначеності лінійних вимірювань технологією ГНСС застосовано модельний підхід: 1) запропоновано модельне рівняння непрямих лінійних вимірювань; 2) виведено формули для поправок (похибок) і їх невизначеностей, що супроводжують ці вимірювання; 3) виконано дослідження оцінки невизначеності за різних можливих значень похибок; 4) для виміряних технологією ГНСС ліній, як у координатно-часовому просторі, під час метрологічних досліджень на еталонних об'єктах Яворівського наукового просторового геодезичного полігона (НПГП) виконано оцінку стандартної, сумарної та розширеної невизначеностей. Результати. Отримані в статті формули застосовано для оцінки стандартних невизначеностей похибок, які є складовими загальної похибки непрямих лінійних вимірювань технологією ГНСС. До таких похибок зараховано: похибку координат кінцевих пунктів лінії, отриманих із опрацювання ГНСС-вимірювань; похибку центрування антен приймачів на обох пунктах, похибку вимірювання висот антен приймачів на обох пунктах; похибку за нахил лінії до горизонту; похибку за ефемериди ГНСС-супутників, спричинену неурахуванням добових змін координат полюса і нерівномірності обертання Землі під час прогнозування ефемерид. На підставі отриманих результатів зроблено висновки. Наукова новизна та практичне значення. Більшість одержаних у статті формул для похибок вимірювань і їх невизначеностей застосовано вперше. Отримані результати дають змогу проаналізувати похибки та їх вплив на точність або невизначеність непрямих лінійних вимірювань у координатно-часовому просторі технологією ГНСС. Одержані стандартні невизначеності й сумарна невизначеність лінійних вимірювань сприятимуть розрахунку простежуваності до національного і міжнародного еталонів одиниці довжини – метра.

Ключові слова: лінійні вимірювання; технологія ГНСС; невизначеність; простежуваність; еталонний лінійний базис (ЕЛБ); фундаментальна просторова геодезична мережа (ФПГМ).

Вступ. Постановка проблеми

Метрологічні дослідження довжин ліній еталонного лінійного базиса (ЕЛБ) виконують тестованими фазовими електронними віддалемірами або електронними тахеометрами відповідної точності [Базисы эталонные, 2003; Метрологія. ДСТУ 3741:2015]. Сьогодні супутникові технології, зокрема ГНСС, також дають змогу вимірювати відстані між точками (непрямі або посередні вимірювання) із високою точністю [Неєжмаков та ін., 2011]. Супутникові технології особливо ефективні для вимірювання довжин великих ліній, а також між пунктами геодезичних мереж з відсутністю прямої видимості. Координати пунктів визначають технологією ГНСС у системі координат, змінній із часом, осі якої фіксовані на певну епоху в тілі Землі координатами референцних (опорних) пунктів відносно інерціальної системи координат [IERS Conventions (2003), 2004].

Відстані, отримані за наземними і супутниковими вимірами, як правило, відрізняються, хоча їх оцінка точності менша за різницю між ними, особливо для довжин ліній, більших за 600 м [Тревого&Цюпак, 2014а]. Для забезпечення порівнюваності вимірювань необхідно оцінити їх невизначеність та простежуваність до стандартної одиниці довжини SI або національного еталона [Величко, 2008].

Метою цієї роботи є виведення формул та аналіз похибок непрямих лінійних вимірювань технологією ГНСС у координатно-часовому просторі на основі модельного підходу до оцінки сумарної невизначеності.

Сучасний стан питання

Для забезпечення порівнюваності (єдності) вимірювань здійснюють калібрування приладів – засобів вимірювальної техніки (ЗВТ), а також їх періодичну перевірку на робочих еталонах, якими є ЕЛБ нульового і першого розрядів [Базисы эталонные, 2003]. Сьогодні скасовано обов'язкову класифікацію ЕЛБ або набору базисних ліній за точністю, але для кожного еталонного об'єкта повинна бути оцінена простежуваність до національного або міжнародного еталона довжини [Купко та ін., 2016].

Для наземних лінійних вимірювань – це прямі вимірювання електронними лазерними віддалемірами або тахеометрами, тобто електронні віддалемірні виміри – electronic distance measurement (EDM) – носіями еталона одиниці довжини є міжнародні та національні еталонні базиси або набір базисних ліній. Для матеріальної реалізації й підтримання одиниці довжини SI, тобто забезпечення міри, для порівнянь і її передавання ЗВТ створюють національні еталони (деякі з них прийнято як міжнародні, наприклад [Jokela&Hakli, 2006]) і робочі, а також правила (схема перевірки [Метрологія: ДСТУ 3741:2015, 2015]) передавання значення одиниці довжини від точніших до нижчих за точністю еталонів і до ЗВТ. Наприклад, для ЕЛБ Nummela у Фінляндії [Jokela&Hakli, 2006] як еталонний ЗВТ для передавання стандартної (еталонної) одиниці довжини і періодичних метрологічних досліджень ЕЛБ застосовують еталонний ЗВТ – Kern Mekometer ME5000. Цей прилад також використовують для порівняння ЕЛБ, які є національними еталонами в інших країнах (Литва, Естонія).

В Україні національними еталонами є: первинний ДЕТУ-01-03-98 і вторинний ВЕТУ-01-03-02-98 ета-

лони [Національні еталони]. Передавання стандартної одиниці довжини від первинного еталона здійснюється еталонним вимірювальним комплексом (робочим еталоном ЗВТ) – устаткування високої точності (УВТ) [ГОСТ 8.503-84 ГСИ, 1984], на який передано одиницю довжини від первинного еталона. Від вторинного національного еталона – ЕЛБ ННЦ "Інститут метрології" [Купко, 2004] одиницю довжини передають на еталони першого розряду за допомогою УВТ.

Комітет JCGM [JCGM 100:2008, 2008] рекомендує досягати єдності вимірювань простежуваністю, яка пов'язує невизначеність виміру з еталоном. Простежуваність – це властивість результату вимірювання, яка полягає у тому, що цей результат може бути пов'язаний із еталоном через задокументований нерозривний ланцюг калібрувань, метрологічних досліджень, кожне з яких робить свій внесок у невизначеність вимірювання [Величко, 2008].

Основою простежуваності є оцінка невизначеності самого виміру, а також кожного етапу в ланцюзі передавань стандартної одиниці довжини. Метрологічна простежуваність дає змогу оцінити результат вимірювань, точніше, його точність або невизначеність (наближення в околі еталона), відповідно забезпечуючи єдність (порівнюваність) вимірювань. Робоча група JCGM із вираження невизначеності у вимірюванні (GUM) рекомендує [JCGM 100:2008, 2008] методи оцінювання невизначеності, яка є мірою непевності або розсіювання вимірювань відносно найімовірнішого значення. Це значення – найближче до істинного.

Застосування ГНСС для точних визначень координат пунктів і непрямих лінійних вимірювань між точками на поверхні Землі або навколоземного простору потребує метрологічного забезпечення одиниць вимірювання часу (частоти) і довжини, а отже, координатно-часового забезпечення [Красовский, 2010].

На виміри ГНСС і результати визначень впливають похибки, а саме [Marreiros, 2012]:

 зсуву фазового центра антени (супутників і приймача);

дрейфу показів годинника (супутників і приймача);

3) ефемерид супутників ГНСС;

4) тропосферної та іоносферної затримок;

5) багатошляховості супутникового сигналу в антені приймача ГНСС;

6) ближнього поля антени приймача;

 геометрії розміщення супутників над пунктами. Зазначені похибки ГНСС-вимірювань впливають на точність визначення координат пунктів. До того ж треба врахувати метод, яким визначено координати. Застосовуючи відносний метод, як правило, використовують різниці фазових спостережень між двома пунктами і, залежно від відстані між ними, більшість цих похибок або вилучаються, або їхній вплив на результат визначення координат пункту значно послаблюється [Blewitt G., 1997].

Разом з цим, під час здійснення спільного дослідницького проєкту (JRP) "SIB60 метрологія для вимірювання відстаней", що виконувався у межах Європейської програми досліджень у метрології, виявлено, що похибки врахування впливу атмосфери нині не дають змоги визначити відстані завдовжки 1 км з невизначеністю, кращою за 1 мм (тобто >10⁻⁶), ні наземними приладами EDM, ні технологією ГНСС [JRP SIB60; Занимонский та ін., 2014].

На нашу думку, варто розглянути питання оцінки невизначеності відстаней, отриманих технологією ГНСС, як непрямих вимірювань у координатночасовому просторі, застосовуючи модельний підхід [Захаров&Водотыка, 2009].

Виклад основного матеріалу досліджень Модельний підхід до оцінки невизначеності вимірювань

Оцінку невизначеності вимірювань можна виконувати двома підходами: модельним і емпіричним [Захаров та ін., 2006]. Алгоритм модельного підходу містить такі кроки.

1. Складання рівняння моделі вимірювань, в якому виражено функціональну залежність результату вимірювання від параметрів або ефектів чи поправок, від яких залежить результат вимірювання і його точність або невизначеність.

На нашу думку, рівняння моделі непрямих лінійних вимірювань можна подати у такому вигляді:

$$d_{ij} = r_{ij} + \delta_e + \delta_{c_i} + \delta_{c_j} + \delta_{a_i} + \delta_{a_j} + \delta_h , \qquad (1)$$

де d_{ij} і r_{ij} – відповідно, відстань, приведена до середнього горизонту пунктів, і похила, отримана за координатами пунктів як виміряна величина; δ_e – поправка за ефемериди; δ_{c_i} і δ_{c_j} – поправки за центрування на пунктах *i* і *j*; δ_{a_i} і δ_{a_j} – поправки за похибки вимірювання висот антен приймачів ГНСС на пунктах *i* і *j*; δ_h – поправка за нахил лінії до горизонту.

У цьому рівнянні немає похибок ГНСС-вимірювань, тому що координати пунктів отримано із урівноваження методом найменших квадратів або фільтрації Калмана, і ці похибки вже враховано під час опрацювання або істотно компенсовано відповідною методикою визначення. Оцінкою точності визначення координат пунктів можна скористатись для обчислення невизначеності довжини лінії. У випадку застосування відносного методу визначення координат пункту щодо референцного (опорного) похибка ефемерид виключена і тоді рівняння (1) перепишемо так:

$$d_{ij} = r_{ij} + \delta_{c_i} + \delta_{c_i} + \delta_{a_i} + \delta_{a_i} + \delta_{a_i}$$
(2)

2. Оцінювання сумарної стандартної невизначеності лінії, виміряної технологією ГНСС, для моделі (2) виконаємо за формулою

$$u(d_{ij}) = \left[u^{2}(r_{ij}) + u^{2}(\delta_{c_{i}}) + u^{2}(\delta_{c_{j}}) + u^{2}(\delta_{a_{i}}) + u^{2}(\delta_{a_{i}}) + u^{2}(\delta_{a_{j}}) + u^{2}(\delta_{h_{ij}}) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (3)$$

де u(...) – стандартна невизначеність відповідного параметра або поправки.

3. Оцінювання стандартної невизначеності кожного параметра, що входить у формулу (3). Отримаємо формули для обчислення стандартної невизначеності кожного параметра. Зазначимо, що стандартні невизначеності параметрів можна обчислювати статистичними методами (за типом *A*) або нестатистичними (за типом *B*) [Захаров, 2004].

3.1. Стандартна невизначеність похилої відстані. Оскільки виміри непрямі, то формулу для обчислення стандартної невизначеності можна отримати із функції залежності відстані між пунктами від їх координат, тобто:

$$r_{ij} = \sqrt{\left(X_j - X_i\right)^2 + \left(Y_j - Y_i\right)^2 + \left(Z_j - Z_i\right)^2} , \quad (4)$$

де r_{ij} – похила відстань між опорним пунктом *i* та визначуваним *j*; *X*, *Y*, *Z* – координати пунктів *i* та *j*. Загальна формула стандартної невизначеності непрямих вимірів відстані як функції (4) координат двох точок *i* та *j* набуде такого вигляду:

$$u(r_{ij}) = \left[\left(\frac{\partial r_{ij}}{\partial X_i} \right)^2 u^2(X_i) + \left(\frac{\partial r_{ij}}{\partial X_j} \right)^2 u^2(X_j) + \left(\frac{\partial r_{ij}}{\partial Y_i} \right)^2 u^2(Y_i) + \left(\frac{\partial r_{ij}}{\partial Y_j} \right)^2 u^2(Y_j) + \left(\frac{\partial r_{ij}}{\partial Z_i} \right)^2 u^2(Z_i) + \left(\frac{\partial r_{ij}}{\partial Z_j} \right)^2 u^2(Z_j) \right]^{\frac{1}{2}}$$
(5)

де $\left(\frac{\partial r_{ij}}{\partial X_i}\right)$ – часткова похідна відстані r_{ij} за коорди-

натою X пункту i, такі самі похідні й за координатами Y та Z обох пунктів (i та j); u(...) – стандартні невизначеності координат X, Y, Z пунктів i та j. Зазначені стандартні невизначеності координат отримуємо із опрацювання ГНСС-вимірів. Відомо: щоб одержати формулу (5), необхідно розкласти функцію (4) у ряд Тейлора за усіма аргументами (координатами обох точок), обмежившись першими похідними. Знайшовши похідні й підставивши їх у формулу (5), отримаємо вираз для стандартної невизначеності $u(r_{ij})$ похилої відстані як виміряної величини:

$$u(r_{ij}) = \frac{1}{r_{ij}} \{ (X_j - X_i)^2 [u^2(X_j) + u^2(X_i)] + (Y_j - Y_i)^2 [u^2(Y_j) + u^2(Y_i)] + . \quad (6) + (Z_j - Z_i)^2 [u^2(Z_j) + u^2(Z_i)] \}^{\frac{1}{2}}$$

3.2. Стандартна невизначеність похибки центрування антен приймачів ГНСС. Навіть у випадку примусового центрування можлива невелика похибка у місцях з'єднання приладу чи антени приймача ГНСС. Цю похибку неможливо виміряти, тому приймемо її максимальне (граничне) значення δ_c та допустимо, що вона відповідає рівномірному закону розподілу. Тоді стандартну невизначеність визначатимемо за типом *B* згідно із такою формулою [Chiang, C. L., 2003]:

$$u(\delta_c) = \delta_c / \sqrt{3} , \qquad (7)$$

де δ_c – похибка; $u(\delta_c)$ – стандартна невизначеність. Центрування виконується на обох кінцях лінії, тому $u(\delta_{c_i}) = u(\delta_{c_i}) = u(\delta_c)$.

3.3. Стандартна невизначеність похибки вимірювання висоти антени приймача. Висоту антени приймача ГНСС треба вимірювати з похибкою 0,1 мм, але це непросте завдання і похибка може досягати й 1 мм. На кінцевих точках лінії *i* та *j* значення висоти антени a_i або a_j може становити від 0,05–0,07 м до 0,5–0,8 м. Невизначеність вимірювання висоти антени приймача $u(a_i)$ і $u(a_j)$ можна розрахувати подібно до п. 3.2 за формулою (7). Оцінимо вплив похибки висоти антени на стандартну невизначеність довжини лінії. Алгоритм виведення формули буде таким самим, як і у п. 3.1.

Функцію залежності відстані r_{ij} від похибок висот антен обох пунктів a_i і a_j подамо так:

$$r_{ij} = \left\{ \left(X_j + \Delta X_{a_j} \right) - \left(X_i + \Delta X_{a_i} \right) \right\}^2 + \left[\left(Y_j + \Delta Y_{a_j} \right) - \left(Y_i + \Delta Y_{a_i} \right) \right]^2 + , \quad (8) + \left[\left(Z_j + \Delta Z_{a_j} \right) - \left(Z_i + \Delta Z_{a_i} \right) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

де ΔX_{a_j} , ΔX_{a_i} , ..., ΔZ_{a_i} – похибки координат пунктів *i* та *j*, спричинені похибками висот антен приймачів. Висота антени вимірюється по прямовисній і, відповідно, у горизонтальній системі координат, а самі координати у екваторіальній, тому:

$$\Delta X_{i} = a_{i}Q_{X_{i}}
\Delta Y_{i} = a_{i}Q_{Y_{i}}
\Delta Z_{i} = a_{i}Q_{Z_{i}}$$
(9)

де Q_{X_i} , Q_{Y_i} , Q_{Z_i} – напрямні косинуси, які подамо такими виразами:

$$\begin{array}{c}
Q_{X_i} = \cos B_i \cos L_i \\
Q_{Y_i} = \cos B_i \sin L_i \\
Q_{Z_i} = \sin B_i
\end{array} ,$$
(10)

де B_i , L_i – геодезичні широта і довгота пункту, обчислені за координатами X_i , Y_i , Z_i . Величини, що входять у формули (9) і (10), повинні бути відомі й для пункту *j*.

Тепер, розкладаючи функцію (8) у ряд Тейлора й обмежуючись першими похідними, отримаємо загальну формулу виду:

$$u(\delta_{a_i}) = \left\{ \left(\frac{\partial r_{ij}}{\partial X_i} \frac{\partial X_i}{\partial a_i} + \frac{\partial r_{ij}}{\partial Y_i} \frac{\partial Y_i}{\partial a_i} + \frac{\partial r_{ij}}{\partial Z_i} \frac{\partial Z_i}{\partial a_i} \right)^2 u^2(a_i) \right\}^{\frac{1}{2}}$$
(11)

Після диференціювання формул (4) і (9), підставляючи в (11), отримаємо остаточну формулу для стандартної невизначеності $u(\delta_{a_i})$ похибки висоти антени у довжину лінії, а саме:

$$u(\delta_{a_{i}}) = \frac{1}{r_{ij}} \{ (X_{j} - X_{i})^{2} Q_{X_{i}} + (Y_{j} - Y_{i})^{2} Q_{Y_{i}} + (Z_{j} - Z_{i})^{2} Q_{Z_{i}} \}^{\frac{1}{2}} u(a_{i})$$

$$(12)$$

Зазначимо, що стандартна невизначеність похибки за висоту антени у довжині лінії $u(\delta_{a_j})$ на пункті *j* також обчислюється за формулою (12), якщо в ній замінити напрямні косинуси на Q_{X_i} , Q_{Y_i} , Q_{Z_i} і стандартну невизначеність виміряної висоти на $u(a_i)$.

3.4. Стандартна невизначеність поправки за приведення виміряної лінії до середнього горизонту пунктів. Для порівняння відстаней, виміряних між двома пунктами і та ј у різний час і різними приладами, необхідно приводити їх до тих самих точок вимірювання або, що простіше, до середнього горизонту пунктів на час вимірювання. Щоб зменшити похибку приведення, рекомендують поправку обчислювати не за зенітними відстанями, а за виміряними перевищеннями, які треба отримати з нівелювання II класу. Формулу поправки у довжину лінії за нахил б_h можемо подати у такому вигляді:

$$\delta_h = -\frac{\left(\Delta h_{ij}\right)^2}{2 \cdot r_{ij}} - \frac{\left(\Delta h_{ij}\right)^4}{8 \cdot r_{ij}^3} , \qquad (13)$$

де $\Delta h_{ij} = H_j - H_i$ – перевищення між пунктами, H_i і H_j – нормальні висоти цих пунктів. Звідси формула для обчислення стандартної невизначеності поправки за нахил лінії набуде такого вигляду:

$$u(\delta_{h}) = \frac{\Delta h_{ij}}{r_{ij}} \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\Delta h_{ij}}{r_{ij}} \right)^{2} \right] \cdot u(\Delta h_{ij}), \quad (14)$$

де $u(\Delta h_{ij})$ – стандартна невизначеність виміряного перевищення між пунктами *i* та *j*.

3.5. Стандартна невизначеність поправки за ефемериди ГНСС супутників. Геоцентричні системи координат (ITRF i ICRF), що входять у метрологічне забезпечення ГНСС, реалізуються точками, відповідно, на поверхні Землі й у просторі (зірки і квазари), положення яких змінні з часом унаслідок різних природних явищ. Тому положення цих точок є функціями часу, які математично описують з необхідною точністю, ці системи координат фіксують на певні епохи. Визначення координат точок і моментів часу на поверхні Землі за ГНСС-спостереженнями інколи називають координатно-часовими вимірюваннями, а поверхню, на якій розміщені точки, навігаційним полем [Неєжмаков та ін., 2011]. Тому простір, у якому визначають координати точок, змінних у часі, у системі координат, осі якої також залежні від епохи фіксації, можна назвати координатно-часовим.

Ефемериди супутників ГНСС, що передаються із супутниковим сигналом (broadcast), прогнозовані. Прогнозування кеплерових елементів орбіти виконують в інерціальній системі коорди-

нат ICRF і перетворюють у земну систему ITRF, фіксуючи напрямки осей земної системи відносно інерціальної параметрами обертання Землі (ПОЗ координати полюса x_p, y_p і різниця шкал часу (UT1-UTC)) на початок доби, що приймають епохою ефемерид te. Під час опрацювання ГНСС вимірювань із використанням broadcast ефемерид прогнозування положень супутників на моменти спостережень відбувається у земній системі координат, фіксованій відносно інерціальної на епоху t_e , без урахування змін координат полюса і різниці (UT1-UTC), але з урахуванням обертання Землі за допомогою кутової швидкості ω_e . Тут не взято до уваги нерівномірність добового обертання Землі та зміни координат полюса. Те саме відбувається й у випадку використання точних ефемерид, якщо файл параметрів обертання Землі не використовується під час опрацювання ГНССспостережень.

Отже, координати супутників можуть бути спотворені на величину добової зміни ПОЗ. Похибки координат супутників зростатимуть від початку до кінця доби на величину добових змін. Добові зміни координат полюса, отримані з аналізу даних IERS за 2017–2019 рр., можуть змінюватися від 0 до \pm (0,004″–0,005″).

Формулу для похибки, викликаної неврахуванням добової зміни ПОЗ, можна отримати на підставі рівняння перетворень координат із інерціальної системи координат у земну, тобто:

$$\mathbf{X}_{ITRF} = \mathbf{WNP} \cdot \mathbf{X}_{ICRF} , \qquad (15)$$

де X_{ITRF} та X_{ICRF} – відповідно вектор координат супутника у земній та інерціальній системах координат; W, N і P – матриці розмірності (3, 3), відповідно, ПОЗ, кутів нутації та прецесії. Похибку в координатах супутника через добову зміну ПОЗ можна отримати як різницю між координатами, визначеними у системі координат, фіксованій на початок доби й у відповідній системі із урахуванням добових змін ПОЗ, тоді

$$\delta \mathbf{X} = \mathbf{X}_{ITRF_{t}} - \mathbf{X}_{ITRF_{e}} =$$

$$= \left(\mathbf{W}_{t} - \mathbf{W}_{t_{e}}\right) \cdot \mathbf{NP} \cdot \mathbf{X}_{ICRF} = , \quad (16)$$

$$= \left(\mathbf{W}_{t} - \mathbf{W}_{t_{e}}\right) \cdot \mathbf{X}_{ITRF_{e}}$$

де $\delta \mathbf{X}$ – вектор похибки в координатах супутника; \mathbf{X}_{ITRF_t} і \mathbf{X}_{ITRF_e} – відповідно вектори координат супутника, обчислені із урахуванням добової зміни ПОЗ і за ПОЗ на початок доби, тобто епоху ефемериди t_e . Вираз для стандартної невизначеності отримаємо за алгоритмом, неодноразово застосованим вище. Для цього спочатку наведемо формули, що входять у цей вираз, а саме:

$$\mathbf{W} = \mathbf{R}_{y}(-x_{p}) \cdot \mathbf{R}_{x}(-y_{p}) \cdot \mathbf{R}_{z}(S) , \quad (17)$$

де $\mathbf{R}_{x}(-y_{p})$, $\mathbf{R}_{y}(-x_{p})$, $\mathbf{R}_{z}(S)$ – матриці Ейлера обертань навколо осей координат *X*, *Y*, *Z* на відповідні кути, знак мінус перед кутом означає, що матриця транспонована. Похідні від матриці **W** координат полюса й істинного зоряного часу *S* обчислимо за такими виразами:

$$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{W}} = \mathbf{N}\mathbf{P} \cdot \mathbf{X}_{ICRF} \,. \tag{18}$$

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x_{p}} = \frac{\partial \mathbf{R}_{y}(-x_{p})}{\partial x_{p}} \cdot \mathbf{R}_{x}(-y_{p}) \cdot \mathbf{R}_{z}(S)$$

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial y_{p}} = \mathbf{R}_{y}(-x_{p}) \cdot \frac{\partial \mathbf{R}_{x}(-y_{p})}{\partial y_{p}} \cdot \mathbf{R}_{z}(S)$$

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial S} = \mathbf{R}_{y}(-x_{p}) \cdot \mathbf{R}_{x}(-y_{p}) \cdot \frac{\partial \mathbf{R}_{z}(S)}{\partial S}$$
(19)

Матриці, які входять у вирази (19), мають такий вигляд:

$$\frac{\partial \mathbf{R}_{y}(-x_{p})}{\partial x_{p}} = \begin{bmatrix} -x_{p} & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ -1 & 0 & -x_{p} \end{bmatrix}; \quad (20)$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_{x}\left(-y_{p}\right)}{\partial y_{p}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & -y_{p} & 1\\ 0 & -1 & -y_{p} \end{bmatrix}; \quad (21)$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_{z}(S)}{\partial S} = \begin{bmatrix} -\sin S & \cos S & 0\\ -\cos S & -\sin S & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$
 (22)

Тепер стандартну невизначеність для похибки ефемерид супутників через неврахування добових змін ПОЗ подамо такою формулою

$$u(\delta \mathbf{X}) = \left\{ \left[\left(\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{W}} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x_p} \mathbf{X}_{ICRF} \right)^2 \left(\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{W}} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial y_p} \mathbf{X}_{ICRF} \right)^2 \left(\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{W}} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial S} \mathbf{X}_{ICRF} \right)^2 \right] \cdot \begin{bmatrix} u^2(x_p) \\ u^2(y_p) \\ u^2(S) \end{bmatrix} \right\}^{\frac{1}{2}}.$$
 (23)

4. Результати досліджень і обчислення стандартних невизначеностей. Нижче варто дослідити зміни значень невизначеностей за різних значень похибок вимірювань параметрів, що входять у наведені вище моделі вимірювань, подані формулами (2) і (3).

4.1. Результати досліджень стандартної невизначеності непрямих лінійних вимірювань технологією ГНСС. Для досліджень скористаємося формулою (6). Невизначеності координат пунктів під час лінійних вимірювань технологією ГНСС можна взяти із опрацювання супутникових спостережень на кінцевих точках лінії відносним методом (метод різниць фазових спостережень, виконаних одночасно на двох пунктах). Ці невизначеності отримано з опрацювання ГНССвимірювань модифікованим методом найменших квадратів або методом фільтрації Калмана, тобто це статистична оцінка стандартної невизначеності за типом A.

Під час тривалої сесії ГНСС-спостережень і їх опрацювання відносним методом, залежно від відстані між пунктами, с.к.п. координат, як правило, набуває значення 0,1–0,5 мм. Ці значення приймемо стандартними невизначеностями координат $u(X_i)$, $u(Y_i)$, $u(Z_i)$ для пункту *i* та такі самі для пункту *j*. З такими значеннями стандартних невизначеностей обчислимо стандартні невизначеності довжин ліній для ЕЛБ (табл. 1) і ФПГМ (табл. 2) Яворівського НПГП. У підзаголовку граф табл. 1 і табл. 2 вказано невизначеності координат пунктів u(X), u(Y), u(Z), у колонках 3–6 однакові для усіх координат, а в останньому стовпці прийнято розподіл значень стандартних невизначеностей, ближчий до реальності, а саме: u(X)=0,2, u(Y)=0,1; u(Z)=0,3, але самі значення реальних невизначеностей координат пунктів, отриманих з опрацювання ГНСС-вимірів, щонайменше у два рази більші. Отже, реальна стандартна невизначеність довжин ліній ЕЛБ може набувати значень, близьких до тих, що у стовпці 0,5 мм. Зазначимо, що стандартні невизначеності непрямих лінійних вимірювань практично незалежні від довжини лінії, але чутливі до стандартних невизначеностей координат та приростів координат між пунктами. Для довжин ліній ФПГМ (табл. 2) найреалістичнішими стандартними невизначеностями є результати у шостому і сьомому стовпцях.

Таблиця 1

Стандартні невизначеності довжин ліній ЕЛБ, отриманих технологією ГНСС

Table 1

The standard uncertainties of baselines which was measurement by technology GNSS

Tivia	Довжина	Невизначеності координат пунктів ($u(X); u(Y); u(Z)$), мм					
ЛНИЯ	лінії, км	0,1; 0,1; 0,1	0,2; 0,2; 0,2	0,5; 0,5; 0,5	1,0; 1,0; 1,0	0,2; 0,1; 0,3	
T1-T2	0,005	0,14	0,28	0,71	1,42	0,33	
T1-T3	0,011	0,12	0,23	0,59	1,17	0,23	
T1-T9	0,020	0,12	0,23	0,58	1,17	0,22	
T1-T14	0,025	0,11	0,22	0,55	1,11	0,19	
T1-T15	0,130	0,13	0,26	0,66	1,31	0,28	
T1-T16	0,240	0,12	0,23	0,59	1,17	0,22	
T1-T17	0,589	0,12	0,24	0,61	1,22	0,24	
T1-T21	0,978	0,12	0,23	0,58	1,16	0,21	
T1-T20	2,260	0,12	0,24	0,61	1,22	0,24	

Таблиця 2

Стандартні невизначеності довжин ліній ФПГМ, отриманих технологією ГНСС

Table 2

The standard uncertainties of the baselines of the Fundamental Spatial Geodetic Network obtained by GNSS technology

Лінія	Довжина	Невизначеності координат пунктів ($u(X); u(Y); u(Z)$), мм					
	лінії, км	0,1; 0,1; 0,1	0,5; 0,5; 0,5	1,0; 1,0; 1,0	0,2; 0,1; 0,3	0,4; 0,3; 0,5	
GOSH-ANDR	14,6	0,14	0,71	1,41	0,34	0,62	
GOSH-TZSU	11,8	0,14	0,71	1,41	0,24	0,52	
GOSH-VASL	14,2	0,14	0,71	1,41	0,27	0,54	
ANDR-TZSU	13,2	0,14	0,71	1,41	0,24	0,51	
ANDR-VASL	9,9	0,14	0,71	1,41	0,21	0,49	
TZSU-VASL	19,8	0,14	0,71	1,41	0,17	0,44	

4.2. Обчислення оцінки стандартної невизначеності похибки центрування антени ГНССприймача. Практично виміряти похибку центрування складно, тому її можна оцінити як граничну на рівні 0,1-0,2 мм, швидше це $\delta_c = 0,1$ мм. Згідно із зазначеним вище у п. 3.2, стандартну невизначеність центрування антени приймача можна оцінити за формулою (7) і

врахувати, що пунктів на кінцевих точках лінії два, тому

$$u^{2}\left(\delta_{c_{i}}\right)+u^{2}\left(\delta_{c_{j}}\right)=\frac{\delta_{c}}{\sqrt{3}}\sqrt{2}, \qquad (24)$$

якщо $\delta_c = 0,1 \text{ мм} \Rightarrow u(\delta_c) = 0,08 \text{ мм};$ якщо $\delta_c = 0,2 \text{ мм} \Rightarrow u(\delta_c) = 0,16 \text{ мм}.$

4.3. Результати досліджень оцінки стандартної невизначеності для похибки вимірювання висот антен ГНСС-приймачів. Похибка вимірювання висоти антени приймача спричиняє похибки у координатах пункту, які, своєю чергою, спричиняють похибку в довжині лінії. Спочатку оцінимо похибки координат пункту ($B = 50^{\circ}$, $L = 23^{\circ}30'$) за формулами (9) і (10). Результати подано у табл. З для похибки висоти антени δ_a , що приймаємо як 0,5, 1 або 2 мм. Зауважимо, що під час метрологічних досліджень такі значення похибок координат пункту треба враховувати.

Оцінимо вплив похибок висот антен ГНССприймачів на довжини ліній ЕЛБ (табл. 4).

Таблиця 3

Значення похибок координат пункту, спричинених похибкою висоти антени приймача ГНСС

Table 3

		8				
Похибка висоти антени, мм	Похибки у координати пункту, мм					
	δX _a	δY_a	δZ_a			
0,5	0,30	0,13	0,38			
1	0,59	0,26	0,77			
2	1,18	0,51	1,53			

The values of the point coordinate errors caused by the GNSS antenna height error

Таблиця 4

Оцінки похибок довжин ліній ЕЛБ, спричинених похибками висот антен ГНСС-приймачів обох пунктів

Table 4

Estimates of a lines length errors of baseline caused by GNSS receiver antenna heights errors at both points

Tinia		Похибки антен приймача на пунктах <i>i</i> та <i>j</i> , мм					
ЛИНИЯ	довжина лінії, км	1 та 2	1 та 3	1 та 5	2 та 5		
T1-T2	0,005	-0,058	-0,115	-0,230	-0,173		
T1–T3	0,010	-0,030	-0,060	-0,119	-0,090		
T1-T9	0,020	-0,018	-0,035	-0,070	-0,052		
T1-T14	0,025	-0,015	-0,030	-0,059	-0,044		
T1–T15	0,129	-0,009	-0,018	-0,036	-0,027		
T1–T16	0,239	-0,008	-0,015	-0,031	-0,023		
T1-T17	0,589	-0,010	-0,019	-0,038	-0,029		
T1-T21	0,977	0,002	0,004	0,008	0,006		
T1-T20	2,260	0,009	0,017	0,034	0,026		

Для цього аналізу використано дані метрологічного дослідження, виконаного на пунктах ЕЛБ технологією ГНСС. Результати цього дослідження отримано із порівняння довжин ліній, обчислених за координатами пунктів, спотворених похибками за висоту антени приймача і не спотворених. Значення похибок висот антен приймачів ГНСС вказано в шапці табл. 4 у колонках 3–6. Бачимо, що похибки є величинами малими, але більші значення, тобто 0,1–0,2 мм, входять у лінії до 25 м, причому похибки зростають зі збільшенням різниці похибок висот антен, виміряних на пунктах. Такі самі оцінки впливу похибок висот антен виконано і для ФПГМ (табл. 5), де довжини ліній від 10 до 20 км. Аналіз результатів табл. 4 і 5 показує, що похибки не залежать від довжини лінії. Враховувати ці похибки у довжини ліній варто під час метрологічних досліджень за умови достатньо точного (близько 0,1–0,2 мм) урахування впливу похибок на ГНСС вимірювання, для прикладу, таких як атмосферні ефекти, рух фазового центра антени, багатошляховість, ефекти збурень ближнього поля. Все ж похибка висоти антени приймача виникає під час вимірювань і впливає на лінійні вимірювання технологією ГНСС, тому варто оцінити і її вплив на невизначеність вимірювань.

Таблиця 5

Оцінки похибок довжин ліній ФПГМ, спричинених похибками висот антен ГНСС-приймачів обох пунктів

Table 5

of GNSS receivers at both points							
Лінія	Довжина лінії,	Похибки антен приймачів на пунктах <i>і</i> та <i>ј</i> , мм					
	КМ	1 та 2	1 та 3	1 та 5	2 та 5		
GOSH-ANDR	14,6	0,005	0,007	0,011	0,011		
GOSH-TZSU	11,8	0,012	0,017	0,029	0,029		
GOSH-VASL	14,2	0,004	0,004	0,006	0,008		
ANDR-TZSU	13,2	0,008	0,012	0,020	0,021		
ANDR-VASL	9,9	0,009	0,013	0,020	0,022		
TZSU-VASL	19,8	0,008	0,010	0,015	0,018		

Estimates of the line length errors of the Fundamental Spatial Geodetic Network caused by the errors of the antenna heights of GNSS receivers at both points

Вплив стандартних невизначеностей вимірювання висот антен ГНСС-приймачів на стандартну невизначеність вимірювання довжини лінії технологією ГНСС обчислимо за формулою (12), яку доповнимо з урахуванням того, що пунктів два. Результати оцінки стандартної невизначеності довжин ліній, спричиненої похибками висот антен для ліній ЕЛБ, подаємо у табл. 6, а для ліній ФПГМ у табл. 7. Під час метрологічних досліджень обчислення остаточних результатів довжин ліній і оцінка їх точності (невизначеності) виконується до 0,01 мм, тому отримані оцінки можуть становити інтерес, особливо для ліній до 100 м. Можливо, ця обставина свідчить про невпевнене вимірювання коротких ліній технологією ГНСС.

Таблиця б

Оцінка стандартної невизначеності довжин ліній ЕЛБ, спричиненої похибками висот антен ГНСС-приймачів обох пунктів

Table 6

Estimates of a lines length standard uncertainties of baseline caused by GNSS receiver antenna heights errors at both points

Піція	Довжина	Невизначеності вимірювання висоти антени приймача на пунктах <i>і</i> та <i>j</i> , мм							
ЛНИЯ	лінії, км	0,5 та 0,5	0,5 та 1,0	1 та 1	1 та 2	2 та 2	2 та 5		
T1-T2	0,005	0,041	0,065	0,082	0,130	0,164	0,312		
T1-T3	0,010	0,021	0,034	0,042	0,067	0,085	0,162		
T1-T9	0,020	0,012	0,020	0,025	0,039	0,050	0,094		
T1-T14	0,025	0,011	0,017	0,021	0,033	0,042	0,080		
T1-T15	0,129	0,006	0,010	0,013	0,020	0,026	0,049		
T1-T16	0,239	0,005	0,009	0,011	0,017	0,022	0,041		
T1-T17	0,589	0,007	0,011	0,014	0,021	0,027	0,052		
T1-T21	0,977	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,010		
T1-T20	2,260	0,006	0,010	0,012	0,019	0,024	0,045		

Таблиця 7

Оцінка стандартної невизначеності довжин ліній ФПГМ, спричиненої похибками висот антен ГНСС-приймачів обох пунктів

Table 7

Estimates of the line length standard uncertainties of the Fundamental Spatial Geodetic Network caused by the errors of the antenna heights of GNSS receivers at both points

Піція	Довжина	Невизначеності вимірювання висоти антени приймача на пунктах <i>і</i> та <i>ј</i> . мм					
511114	лінії. км	0.5 та 0.5	0.5 та 1.0	1 та 1	1 та 2	2 та 2	2 та 5
GOSH-ANDR	14,6	0,001	0,002	0,002	0,005	0,004	0,011
GOSH-TZSU	11,8	0,003	0,006	0,007	0,012	0,014	0,029
GOSH-VASL	14,2	0,002	0,002	0,003	0,004	0,007	0,008
ANDR-TZSU	13,2	0,002	0,004	0,004	0,008	0,009	0,021
ANDR-VASL	9,9	0,003	0,005	0,007	0,009	0,013	0,022
TZSU-VASL	19,8	0,003	0,004	0,006	0,008	0,013	0,018

4.4. Результати оцінки стандартної невизначеності для поправки за приведення виміряної лінії до середнього горизонту пунктів. Довжини ліній ЕЛБ вимірюють і тестованими електронними тахеометрами, і технологією ГНСС, тому порівнювання результатів метрологічних досліджень зручніше виконувати, приводячи виміряні похилі довжини ліній до середнього горизонту пунктів. Оцінимо стандартну невизначеність поправок у лінії ЕЛБ, застосовуючи формулу (14). Стандартну невизначеність перевищень $u(\Delta h_{ij})$ між пунктами *i* та *j*, визначених із нівелювання II класу, приймемо як граничну похибку, розподілену за рівномірним законом, яка залежить від відстані до пункту T1,

$$u(\Delta h_{ij}) = 5_{MM} \cdot \sqrt{L} / \sqrt{3} \quad . \tag{25}$$

де L – довжина лінії нівелювання, км. Формула (25) аналогічна до виразу (7). У табл. 8 і 9 вкажемо оцінки стандартної невизначеності поправок у лінії, відповідно, ЕЛБ і ФПГМ за нахил. Зазначимо, що стандартна невизначеність поправки в лінію за нахил залежить від співвідношення перевищення між пунктами до відстані між ними, а також від значення стандартної невизначеності поправки за нахил лінії до горизонту. Для ліній ФПГМ це відношення менше, але стандартні невизначеності поправки за нахил у кілька разів вищі, бо більші відстані між пунктами, тому і стандартні невизначеності теж більші.

5. Обчислення стандартної невизначеності ліній ЕЛБ (сумарної стандартної невизначеності). Довжини ліній ЕЛБ і ФПГМ отримано із непрямих лінійних вимірювань, а координати пунктів як кінцевих точок ліній визначено відносним методом або методом різниць спостережуваних величин. Цей метод дає змогу вилучати або істотно послаблювати багато похибок ГНССспостережень. До таких похибок належать похибки системи координат (наприклад, координат полюса і нерівномірності обертання Землі), що передаються через ефемериди супутників. Оскільки ці похибки майже виключаються, у цій роботі їх не будемо оцінювати.

Сумарна стандартна невизначеність виміряної величини є сумою добутків коефіцієнта чутливості на відповідну стандартну невизначеність як складову, що вносить свою похибку в остаточну вимірювану величину. У разі некорельованості складових величин модельного рівняння приймають, що коефіцієнти чутливості дорівнюють одиниці. Тому сумарну стандартну невизначеність обчислимо за формулою (3). Таблиця 8

Оцінка стандартної невизначеності поправки за приведення виміряних ліній ЕЛБ до горизонту

Table 8

Estimation of the standard uncertainty of the adjustment for bringing the measured Baseline Standard lines to the horizon

Лінія	Довжина лінії, км	$u(\Delta h_{ij}),$ мм	$u(\delta_h)$, мм
T1-T2	0,005	0,20	0,012
T1-T3	0,010	0,30	0,009
T1-T9	0,020	0,41	0,007
T1-T14	0,025	0,46	0,007
T1-T15	0,129	1,04	0,009
T1-T16	0,239	1,41	0,011
T1-T17	0,589	2,22	0,021
T1-T21	0,977	2,85	0,005
T1-T20	2,260	4,34	0,037

Таблиця 9

Оцінка стандартної невизначеності поправки за приведення виміряних ліній ФПГМ до горизонту

Table 9

Estimation of the standard uncertainty of the adjustment for bringing the measured Fundamental Spatial Geodetic Network lines to the horizon

Лінія	Довжина лінії, км	$u(\Delta h_{ij}),$ мм	$u(\delta_h)$, мм
GOSH-ANDR	14,6	11,03	0,012
GOSH-TZSU	11,8	9,92	0,088
GOSH-VASL	14,2	10,88	0,078
ANDR-TZSU	13,2	10,49	0,071
ANDR-VASL	9,8	9,04	0,086
TZSU-VASL	19,8	12,85	0,140

Результати для сумарної стандартної невизначеності вимірювань довжин ліній ЕЛБ і ФПГМ подаємо, відповідно, у табл. 10 і 11. Аналіз даних цих таблиць свідчить, що згідно з прийнятою моделлю непрямих лінійних вимірювань технологією ГНСС сумарні стандартні невизначеності практично не залежать від довжини лінії й містяться у межах 0,3–0,4 мм. Також результати показують, що точність (стандартна невизна-

тобто

ченість) виміряних ліній визначається стандартними невизначеностями (точністю) координат пунктів, встановлених із опрацювання ГНССспостережень. У нашому випадку стандартна невизначеність центрування антен приймачів ГНСС на кінцевих пунктах лінії також робить істотний внесок у значення сумарної стандартної невизначеності. Вимірювання висоти антени приймача ГНСС зі стандартною невизначеністю до 1 мм фактично не впливає на сумарну стандартну невизначеність вимірювання довжин ліній технологією ГНСС, крім лінії завдовжки 5 м. Стандартна невизначеність поправки за нахил лінії до горизонту не впливає на сумарну стандартну невизначеність під час вимірювання перевищень між пунктами геометричним нівелюванням ІІ класу.

Наукова новизна і практичне значення

Вперше поставлено завдання оцінки невизначеності лінійних вимірювань технологією ГНСС у модельному підході для оцінки сумарної стандартної невизначеності.

Таблиця 10

Сумарні стандартні невизначеності довжин ліній ЕЛБ, отриманих технологією ГНСС

Table 10

Total standard uncertainties for the lengths of baselines obtained by GNSS technology

	Довжина	С	u(d) you			
Лінія	лінії, км	$u(r_{ij})$	$u(\delta_{c_{ij}})$	$u(\delta_{a_{ij}})$	$u(\delta_{h_{ij}})$	<i>и</i> (<i>a_{ij}</i>), мм
T1-T2	0,005	0,334	0,160	0,082	0,012	0,38
T1-T3	0,010	0,227	0,160	0,042	0,009	0,28
T1-T9	0,020	0,220	0,160	0,025	0,007	0,27
T1-T14	0,025	0,188	0,160	0,021	0,007	0,25
T1-T15	0,129	0,282	0,160	0,013	0,009	0,32
T1-T16	0,239	0,219	0,160	0,011	0,011	0,27
T1-T17	0,589	0,241	0,160	0,014	0,021	0,29
T1-T21	0,977	0,210	0,160	0,003	0,005	0,26
T1-T20	2,260	0,236	0,160	0,012	0,037	0,29

Таблиця 11

Сумарні стандартні невизначеності довжин ліній ФПГМ, отриманих технологією ГНСС

Table 11

Total standard uncertainties for the lengths of Fundamental Spatial Geodetic Network obtained by GNSS technology

Лінія	Довжина лінії, км	C	u(d) , $u(d)$			
		$u(r_{ij})$	$u(\delta_{c_{ij}})$	$u(\delta_{a_{ij}})$	$u(\delta_{h_{ij}})$	и(а _{ij}), мм
T1-T2	14,6	0,344	0,160	0,002	0,012	0,38
T1-T3	11,8	0,242	0,160	0,007	0,047	0,29
T1-T9	14,2	0,270	0,160	0,003	0,023	0,31
T1-T14	13,2	0,239	0,160	0,004	0,031	0,29
T1-T15	9,8	0,213	0,160	0,007	0,042	0,27
T1-T16	19,8	0,169	0,160	0,006	0,055	0,24

Більшість формул для стандартних невизначеностей похибок непрямих лінійних вимірювань у статті отримано вперше. Одержані в статті результати дають змогу проаналізувати похибки та їх вплив на точність або невизначеність непрямих лінійних вимірювань у координатно-часовому просторі технологією ГНСС. Оцінки стандартних невизначеностей поправок і похибок вимірювання довжин ліній технологією ГНСС і оцінка сумарної невизначеності лінійних вимірювань сприятимуть розрахунку простежуваності до національного і міжнародного еталонів одиниці довжини – метра.

Висновки

1. У статті вперше поставлено завдання оцінки сумарної стандартної невизначеності непрямих лінійних вимірювань технологією ГНСС у координатно-часовому просторі.

2. Отримано формули для оцінки стандартних невизначеностей непрямих лінійних вимірювань технологією ГНСС.

3. Виконано оцінку сумарної стандартної невизначеності лінійних вимірювань технологією ГНСС, виконаних у межах метрологічних досліджень довжин ліній ЕЛБ і ФПГМ Яворівського наукового просторового геодезичного полігона.

4. Виконано аналіз отриманих у статті результатів оцінки сумарної стандартної невизначеності та стандартних невизначеностей складових модельного рівняння непрямих лінійних вимірювань технологією ГНСС. Оцінено сумарні стандартні невизначеності довжин ліній ЕЛБ і ФПГМ, менші за 0,4 мм.

5. Аналіз стандартної невизначеності довжин ліній, виміряних технологією ГНСС, показав, що вони практично незалежні від довжини лінії, але чутливі до стандартних невизначеностей координат пари пунктів як кінцевих точок лінії.

6. Стандарна невизначеність похибки вимірювання висот антен ГНСС-приймачів на парі пунктів (за похибок вимірювання висот антен 1–2 мм) не впливає на сумарну стандартну невизначеність виміряної лінії.

Література

- Базисы эталонные. Методика поверки (2003) *МИ БГЕИ 40-03*. Москва [Електронний ресурс]. Режим доступу: www.OpenGost.ru/
- Величко О. (2008). Нормалізація національних нормативних документів щодо простежуваності вимірювань. *Стандартизація, сертифікація, якість*. Київ, № 1, С. 25–32.

- ГОСТ 8.503-84 ГСИ. (1984). Государственная поверочная схема для средств измерения длин в диапазоне 24–75000 м. Москва, 7 с.
- Занимонский Е. М., Вельгош П., Стемпняк К., Купко В. С., Олейник А. Е., Любжин А. В., Цисак Я., Жак Л. (2014). Исследование элементов поверочной схемы в области ГНСС-измерений малых расстояний на основе международных эталонов. Український метрологічний журнал. Харків, № 3, С. 27–32.
- Захаров И. П. (2004). Неопределенность измерений: общие подходы к составлению бюджета неопределенности. Український метрологічний журнал. Харків, № 2, С. 10–15.
- Захаров И. П., Сергиенко М. П., Величко О. Н., Чепела В. Н. (2006). Методика оценивания неопределенности измерений при выполнении метрологических работ. Системи обробки інформації. Харків, Вип. 7(56), С. 32–36.
- Захаров И. П., Водотыка С. В. (2009). Оценивание неопределенности измерений: эволюция нормативной базы и основных подходов. *Системи обробки інформації*. Харків, Вип. 5(79), С. 9–14.
- Красовский П. А. (2010). Обеспечение единства координатно-временных измерений. [Електронний ресурс]. Режим доступу: http://pribory-si.ru/ publication/index.php? ELEMENT_ID=1122
- Купко В. С., Прокопов О. В., Лукін І. В. [та ін.]. (2004). Національний еталонний лінійно-геодезичний полігон. *Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва*. Львів, С. 98–104.
- Купко В., Неєжмаков П., Олейник А., Занімонський Є., Тревого І., Цюпак І., Цісак Я. Геодезія і метрологія великих довжин і коротких векторів. Експерименти і еталони. *Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва*. Львів, Вип. II (32), С. 55–62.
- Метрологія. Державна повірочна схема для засобів вимірювань довжини: ДСТУ 3741:2015. (2015). Київ: Держспоживстандарт України. (Національні стандарти України).
- Національні еталони ННЦ "Інститут метрології". Геометричні величини. [Електронний ресурс]. Режим доступу: http://www.metrology.kharkov.ua/ index.php?id=269&L=0
- Неєжмаков П. І., Прокопов О. В., Романько В. М. (2011). Забезпечення єдності координатно-часових вимірювань при використанні апаратури глобальних навігаційних супутникових систем. *Системи обробки інформації*, Вип. 6 (96), С. 185–193.

- Термінологія аналітичного вимірювання (2015). Вступ до VIM-3. *Eurachem* / Переклад укр. мовою. Київ, 80 с.
- Тревого І. С., Цюпак І. М. (2014а). Особливості метрологічної атестації еталонних геодезичних базисів. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Львів, Вип. I (27), С. 29–33.
- Тревого І. С., Цюпак І. М. (2014б). Метрологічна атестація еталонних базисів технологією GNSS. Метрологія та прилади. Харків, № 6, С. 52–55.
- Цюпак І. М. (2012). Точність визначення координат пунктів і довжин ліній за сесіями GPS-спостережень різної тривалості. *Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва*. Львів, Вип. I (23), С. 57–59.
- Blewitt G. (1997). Basics of the GPS Technique: Observation Equations. *Published by the Swedish Land Survey*. 46 p. [Electronic resource]. Access mode: http://www.nbmg.unr.edu/staff/pdfs/blewitt% 20basics%20of%20gps.pdf.
- Chiang C. L. (2003). Statistical methods of analysis. World Scientific. 617 p.
- International vocabulary of metrology Basic and general concepts and associated terms (VIM). (2012). 3rd ed. *JCGM 200:2012*. BIPM.

- IERS Conventions 2003. (2004). McCarthy D. D., Petit G. (eds.). *IERS Technical Note*, No. 32. 127 p. Verlag des Bundesamts fur Kartographie und Geodasie, Frankfurt am Main.
- JCGM 100:2008. (2008). Evaluation of measurement data Guide to the expression of uncertainty in measurement. *BIPM*.
- Jokela J., Hakli P. (2006). Current Research and Development at the Nummela Standard Baseline. *Paper presented on XXIII FIG Congress*. Munich, Germany, October 8–13.
- Jokela J., Häkli P, Ahola J., Būga A., Putrima R. (2009). On traceability of long distances. *Paper presented on XIX IMEKO World Congress Fundamental and Applied Metrology*. September 6–11, Lisbon, Portugal.
- JRP SIB60 "Metrology for long distance surveying". [Electronic resource]. Access mode: https://www. emrp-surveying.eu/sib60-home.html.
- Marreiros P. (2012). Kinematic GNSS Precise Point Positioning. *Ph. D. Thesis in Surveying Engineering*. University of Porto. 161 c.

I. TSYUPAK¹, I. TREVOHO²

¹ Department of Higher Geodesy and Astronomy, Lviv Polytechnic National University, 12, S. Bandery str., Lviv, 79013, Ukraine, +38 (032) 258-27-04, e-mail: i_tsyupak@meta.ua

² Department of Geodesy, Lviv Polytechnic National University, 12, S. Bandery str., Lviv, 79013, Ukraine +38 (032) 258-27-60, e-mail: itrevoho@gmail.com

ASSESSMENT OF UNCERTAINTY OF LINEAR MEASUREMENTS by GNSS TECHNOLOGY IN COORDINATE-TIME SPACE

The purpose of this work is to present a model equation (model) of indirect linear measurements with GNSS technology that would realistically and fully take into account factors that affect the accuracy (uncertainty) of measurements, to investigate possible changes in the standard uncertainties of the accompanying measurement errors and to evaluate the total uncertainty of the measurement measurements at the reference objects of the Yavoriv Scientific Spatial Geodetic Landfill. Method. The technique of analyzing indirect linear measurements with GNSS technology is based on the recommended JCGM - Joint Committee on Metrology Guidelines, which works under the auspices of the International Bureau of Weights and Measures (BIPM), a method of estimating the accuracy of measurements. According to these recommendations, the accuracy of measurements is uncertain. To calculate the uncertainty of linear measurements, GNSS technology uses a model approach: 1) a model equation of indirect linear measurements is proposed; 2) formulas for corrections (errors) and their uncertainties accompanying these measurements are displayed; 3) studies of uncertainty estimation at different possible values of error values are performed; 4) for the measured lines, GNSS technology, as in the coordinate-time space, performed in metrological studies on the reference objects of the Yavoriv Scientific Spatial Geodetic Network (SSGN), is estimated standard, total and extended uncertainty. Results. The formulas obtained in the article are used to estimate the standard uncertainties of errors that are components of the total error of indirect linear measurements by GNSS. The following errors include: the error of the coordinates of the endpoints of the line obtained from the processing of GNSS measurements; the error of centering the antennas of the receivers at both points, the error of measuring the heights of the antennas of the receivers at both points; error for slope of line to horizon; error for GNSS-satellite ephemeris caused by the disregard of the daily changes of the pole coordinates

and the unevenness of the Earth's rotation in the prediction of ephemeris. Based on the obtained results, conclusions are drawn. Scientific novelty and practical significance. Most of the formulas obtained in the article for the measurement errors and their uncertainties were applied for the first time. The results obtained allow us to analyze the errors and their effect on the accuracy or uncertainty of indirect linear measurements in the coordinate-time space by GNSS technology. Obtained standard uncertainties and total uncertainty of linear measurements will contribute to the calculation of traceability to national and international standards of unit length – meter.

Key words: linear measurements; GNSS technology; uncertainty; traceability; standard baseline (SBL); fundamental spatial geodetic network (FSGN).

References

- Bazisy etalonnye. Metodika poverki (2003). [Reference bases. Verification technique]. *MI BHEI* 40-03. Moskva [Elektronnyi resurs]. Rezhym dostupu: www.OpenGost.ru/.
- Velychko O. (2008). Normalizatsiia natsionalnykh normatyvnykh dokumentiv shchodo prostezhuvanosti vymiriuvan. [Normalization of national regulations on traceability of measurements]. *Standartyzatsiia, sertyfikatsiia, yakist*. Kyiv, № 1, S. 25–32.
- HOST 8.503-84 HSY. (1984). Hosudarstvennaia poverochnaia skhema dlia sredstv yzmerenyia dlyn v dyapazone 24–75000 m [GOST 8.503-84 GIS. State verification scheme for measuring instruments in the range of 24-75000 m]. Moskva, 7 s.
- Zanimonskyi E. M., Velhosh P., Stempniak K., Kupko V. S., Oleinyk A. E., Liubzhyn A. V., Tsisak Ya., Zhak L. (2014). Issledovanie elementov poverochnoi skhemy v oblasti HNSS-izmerenii malykh rasstoianii na osnove mezhdunarodnykh etalonov [Investigation of the elements of the verification scheme in the field of GNSS measurements of small distances based on international standards]. Ukrainskyi metrolohichnyi zhurnal. Kharkiv, № 3, S. 27–32.
- Zakharov Y. P. (2004). Neopredelennost yzmerenyi: obshchye podkhody k sostavlenyiu biudzheta neopredelennosty [Measurement Uncertainty: General Approaches to Budgeting Uncertainty]. Ukrainskyi metrolohichnyi zhurnal. Kharkiv, № 2, S. 10–15.
- Zakharov I. P., Serhiienko M. P., Velychko O. N., Chepela V. N. (2006). Metodika otsenivaniia neopredelennosti izmerenii pri vypolnenii metrolohicheskikh rabot [Methodology for assessing the measurement uncertainty when performing metrological work]. Systemy obrobky informatsii. Kharkiv, Vyp. 7(56), S. 32–36.
- Zakharov Y. P., Vodotyka S. V. (2009). Otsenivaniie neopredelennosti izmerenii: evoliutsiia normativnoi bazy i osnovnykh podkhodov [Estimation of measurement uncertainty: evolution of the regulatory framework and basic approaches]. *Systemy obrobky informatsii*. Kharkiv, Vyp. 5(79), S. 9–14.
- Krasovskii P. A. (2010). Obespechenie edinstva koordinatno-vremennykh izmerenii [Ensuring the unity of coordinatetime measurement]. [Elektronnyi resurs]. Rezhym dostupu: http://pribory-si.ru/publication/index.php? ELEMENT_ID=1122
- Kupko V. S., Prokopov O. V., Lukin I. V. (2004). Natsionalnyi etalonnyi liniino-heodezychnyi polihon [National reference linear-geodetic landfill]. *Suchasni dosiahnennia heodezychnoi nauky ta vyrobnytstva*. Lviv, S. 98–104.
- Kupko V., Neiezhmakov P., Oleinyk A., Zanimonskyi Ye., Trevoho I., Tsiupak I., Tsisak Ya. Heodeziia i metrolohiia velykykh dovzhyn i korotkykh vektoriv. Eksperymenty i etalony[Geodesy and metrology of large lengths and short vectors. Experiments and standards]. *Modern achievements of geodetic science and production*. Lviv, Vyp. II (32), S. 55–62.
- Metrolohiia. Derzhavna povirochna skhema dlia zasobiv vymiriuvan dovzhyny[Metrology. State verification scheme for length measuring instruments]: DSTU 3741:2015 (2015). Kyiv: State Consumer Standard of Ukraine. (National Standards of Ukraine).
- Natsionalni etalony NNTs "Instytut metrolohii". Heometrychni velychyny. [Elektronnyi resurs]. National standards of NSC "Institute of Metrology". Geometric values. [Electronic resource]. Rezhym dostupu: http://www.metrology.kharkov.ua/index.php?id=269&L=0
- Neiezhmakov P. I., Prokopov O. V., Romanko V. M. (2011). Zabezpechennia yednosti koordynatno-chasovykh vymiriuvan pry vykorystanni aparatury hlobalnykh navihatsiinykh suputnykovykh system [Ensuring unity of coordinate-time measurements when using the equipment of global navigation satellite systems]. *Information Processing Systems*, Iss. 6 (96), pp. 185–193.

- Terminolohiia analitychnoho vymiriuvannia (2015). Vstup do VIM-3 [The terminology of analytical measurement. Introduction to VIM-3]. *Eurashem* /Translation into Ukrainian. Kyiv, 80 p.
- Trevoho I. S., Tsiupak I. M. (2014a). Osoblyvosti metrolohichnoi atestatsii etalonnykh heodezychnykh bazysiv [Features of metrological certification of reference geodetic bases]. *Modern achievements of geodetic science and production*. Lviv, Vyp. I (27), pp. 29–33.
- Trevoho I. S., Tsiupak I. M. (2014b). Metrolohichna atestatsiia etalonnykh bazysiv tekhnolohiieiu GNSS [Metrological certification of reference bases by GNSS technology]. *Metrology and devices*. Kharkov, No. 6, P. 52–55.
- Tsiupak I. M. (2012). Tochnist vyznachennia koordynat punktiv i dovzhyn linii za sesiiamy GPS-sposterezhen riznoi tryvalosti [Accuracy of point coordinates and line lengths for GPS sessions of varying lengths]. *Modern achievements of geodetic science and production*. Lviv, Vyp. I (23), pp. 57–59.
- Blewitt G. (1997). Basics of the GPS Technique: Observation Equations. *Published by the Swedish Land Survey*. 46 p. [Electronic resource]. Access mode: http://www.nbmg.unr.edu/staff/pdfs/blewitt%20basics%20of%20gps.pdf.
- Chiang C. L. (2003). Statistical methods of analysis. World Scientific, 617 p.
- International vocabulary of metrology Basic and general concepts and associated terms (VIM). (2012). /3rd ed. *JCGM* 200:2012. BIPM.
- IERS Conventions 2003. (2004). McCarthy D. D., Petit G. (eds.). *IERS Technical Note,* No. 32, 127 p. Verlag des Bundesamts fur Kartographie und Geodasie, Frankfurt am Main.
- JCGM 100:2008. (2008). Evaluation of measurement data Guide to the expression of uncertainty in measurement. BIPM.
- Jokela J., Hakli P. (2006). Current Research and Development at the Nummela Standard Baseline. *Paper presented on XXIII FIG Congress*. Munich, Germany, October 8–13.
- Jokela J., Häkli P, Ahola J., Būga A., Putrima R. (2009). On traceability of long distances. *Paper presented on XIX IMEKO World Congress Fundamental and Applied Metrology*. September 6–11, Lisbon, Portugal.
- JRP SIB60 "Metrology for long distance surveying". [Electronic resource]. Access mode: https://www.emrpsurveying.eu/sib60-home.html.
- Marreiros P. (2012). Kinematic GNSS Precise Point Positioning. Ph. D. Thesis in Surveying Engineering. University of Porto, 161 c.

