УДК 621.313.32

Ю.М. Васьковський, Ю.А. Гибель
Національний технічний університет України "КПІ"

МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ КОЛО-ПОЛЬОВИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ ЕНЕРГІЇ

Розглянуто методи чисельного розв'язання коло-польових математичних моделей електромеханічних перетворювачів енергії. Проаналізовано властивості різних методів. Показано перспективність використання методу розподілу змінних, який забезпечує високу вірогідність результатів моделювання і ефективність обчислювальних процедур.

The methods of numerical decision of the circuit – field mathematical models of electromechanical energy converters are considered. The properties of the different methods are analysed. Perspective of the distribution variable method are shown. This metod provides reliability of modeling results and great efficiency of computing procedures.

Постановка проблеми. Найбільшу вірогідність результатів математичного моделювання динамічних режимів електромеханічних перетворювачів енергії (ЕМПЕ) можна отримати на основі спільного розв'язання рівнянь рівноваги електричних кіл обмоток перетворювача, рівнянь механічної рівноваги його рухомих частин і рівнянь електромагнітного поля в активній зоні. Математичні моделі ЕМПЕ, які засновані на спільному аналізі зазначених систем рівнянь, називаються коло – польовими математичними моделями (КПММ) [1]. У загальному вигляді КПММ складається з таких векторних рівнянь:

$$\frac{d\psi_j}{dt} + r i_j - u_j = 0, \quad j = \overline{1,N} \tag{1}$$

$$-J_m \frac{d\omega_m}{dt} + M_m - M_{Bm} = 0; \quad \frac{d\gamma_m}{dt} = \omega_m, \; m = \overline{1,L} \tag{2}$$

$$f\left[i, \gamma, A\right] = 0 \tag{3}$$

де $i = colon(i_1, ..., i_N)$, $\psi = colon(\psi_1, ..., \psi_N)$, $u = colon(u_1, ..., u_N)$ – вектор-стовпці струмів, магнітних потокозчеплень і зовнішніх напруг обмоток ЕМПЕ; N – кількість обмоток; $\gamma = colon(\gamma_1, ... \gamma_L)$ – вектор просторових координат рухомих частин ЕМПЕ; L – кількість незалежних координат, що характеризують просторове положення рухомих частин; $A = colon(A_1, \ldots, A_q)$ – вектор-стовпець обраних змінних стану електромагнітного поля (векторний магнітний потенціал, магнітна індукція тощо); q – кількість вузлів сітки, що покриває розрахункову активну зону перетворювача; $\omega = colon(\omega_1, ... \omega_L)$ – вектор-стовпець швидкостей (кутових або лінійних) рухомих частин; r, J, M, M_B – активний опір обмоток, момент інерції, електромагнітний момент і зовнішній момент. Векторне рівняння (3) описує розподіл електромагнітного поля у вузлах дискретної сітки. Це рівняння отримують після алгебраізації диференціального рівняння у часткових похідних будь-яким чисельним методом, наприклад методом скінченних елементів.

Значною мірою структуру КПММ і методи її чисельного розв'язання визначає вид рівняння електромагнітного поля в активній зоні перетворювача. Для широкого класу ЕМПЕ розподіл електромагнітного поля в активній зоні можна з високою вірогідністю описати стаціонарним рівнянням Пуассона:

$$\vec{\nabla} \times \frac{1}{\mu}(\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{J}_{стор} \tag{4}$$

де μ – магнітна проникність; $\vec{J}_{стор}$ – щільність сторонніх струмів. До таких перетворювачів належать усі ЕМПЕ із шихтованими магнетопроводами і зосередженими багатовитковими обмотками, які намотано тонким дротом малого поперечного перетину. На відміну від рівнянь електричних кіл обмоток рівняння Пуассона не залежить від часу, а результати його розв'язання визначаються миттєвими значеннями джерел поля – струмами в обмотках, і геометрією розрахункової області, яка змінюється внаслідок зміни координат рухомих частин ЕМПЕ. Тому при чисельній реалізації КПММ для таких перетворювачів доцільно розробити методи, що використовують принцип роздільного розв'язання ланцюгової і польової підсистем КПММ. Такий підхід дозволяє істотно заощадити обчислювальні витрати при розв'язанні задачі і забезпечити широке впровадження колопольових методів аналізу у практику наукових і інженерних розрахунків.

Інший клас перетворювачів становлять ЕМПЕ, що мають електропровідні масивні частини з індукованими струмами, які беруть безпосередню участь в електромеханічному перетворенні енергії. Масивну електропровідну частину ЕМПЕ можна розглядати як вторинну обмотку, яка завдяки явищу дифузії електромагнітного поля в електропровідне середовище не має чітко вираженої геометричної конфігурації. У динамічному режимі внаслідок зміни товщини скін-шару змінюється глибина проникнення струмів у середовище й у результаті істотно змінюються інтегральні характеристики ЕМПЕ. Електромагнітне поле в активній зоні таких перетворювачів описується таким нестаціонарним рівнянням у часткових похідних:

$$\vec{\nabla} \times \frac{1}{\mu}(\vec{\nabla} \times \vec{A}) - \gamma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \gamma\left(\vec{V} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})\right) = \vec{J}_{стор} \ , \tag{5}$$

де γ – електропровідність; $\vec{V}$ – швидкість руху середовища відносно джерела поля. Для розв'язання нестаціонарного рівняння (5) необхідно задати початкові умови. Чисельну реалізацію КПММ для ЕМПЕ такого типу необхідно проводити методами покрокового інтегрування у часі єдиної системи (1)–(3) взаємозалежних диференціальних рівнянь електричних кіл обмоток, руху й електромагнітного поля [4]. Через велику розмірність системи диференціальних рівнянь (СДР), нелінійність і жорсткість її властивостей, несиметричність і відсутність стрічкової структури матриці СДР чисельне розв'язання зазнає значних труднощів, які пов'язані, насамперед з високою трудомісткістю обчислень. Здебільшого навіть застосування високопродуктивних ПЕОМ не забезпечує ефективного розв'язання. Тому, якщо за умовами задачі це можливо, доцільно на основі еквівалентних замін вторинних розподілених обмоток зосередженими обмотками з рівномірно заданою по перетину щільністю струму, звести вихідну задачу до простішої, електромагнітне поле в якій можна описати рівнянням (4).

Задачі досліджень. Розглянемо деякі методи розв'язання КПММ для ЕМПЕ, електромагнітне поле яких можна описати рівнянням Пуассона (4). При формулюванні КПММ за наявності у конструкції ЕМПЕ феромагнітного магнетопроводу необхідно строго враховувати нелінійність електромагнітних зв'язків між обмотками ЕМПЕ. Моделювання перетворювачів з урахуванням нелінійності його електромагнітних зв'язків необхідно виконувати на основі концепції динамічних електромагнітних параметрів (ДЕМП) [6]. Отримати динамічні параметри ЕМПЕ нескладно, якщо відома його магнето-механічна характеристика (ММХ) – залежності магнітних потокозчеплень обмоток і просторових векторів електромагнітних моментів (сил), що діють на рухомі частини ЕМПЕ, як функції від струмів в обмотках і координат рухомих частин (роторів):

$$\psi_j = \psi_j(i,\gamma),\ \overrightarrow{M}_{ЭМ\,k} = \overrightarrow{M}_{ЭМ\,k}(i,\gamma)\ , \qquad (6)$$

Після диференціювання потокозчеплень отримаємо рівняння (1) у вигляді :

$$\frac{\partial \psi_j}{\partial i_k}\cdot\frac{di_k}{dt}+\frac{\partial \psi_j}{\partial \gamma_m}\cdot\omega_m + i_j r - u_j = 0 \qquad (7)$$

де $\partial\psi_j / \partial i_k$ – динамічні власні (при $k = j$) і взаємні (при $k \neq j$) індуктивності обмоток і $\partial\psi_j / \partial\gamma_l$ – динамічні коефіцієнти ЕРС руху. ДЕМП знаходять чисельним диференціюванням ММХ.

Методи розв'язання КПММ за способом визначення ММХ і ДЕМП можна розділити на дві групи. До першої групи належать методи, що визначають *поточні значення* ММХ і ДЕМП під час інтегрування СДР електричних кіл обмоток. До другої групи – методи *попереднього визначення* всієї ММХ і ДЕМП і подальшого вибору необхідних значень параметрів зі сформованої бази даних.

Серед методів першої групи слід відзначити *метод поінтервальної апроксимації* (МПА) [2, 3]. У МПА весь аналізований відрізок часу динамічного процесу $(0,...,T)$ розподіляється на низку досить великих часових інтервалів $[t_k, t_{k+1}]$, $k = 0,...,M$, $T = \sum_{j=1}^{M} \Delta t_j$. Розміри кожного такого інтервала вибираються так, щоб вони в десятки разів перевищували розміри кроку по часу, що використовується для чисельного розв'язання СДР обмоток ЕМПЕ. Розрахунки електромагнітного поля виконуються тільки на кінцях кожного поточного інтервалу Δt_k у моменти часу t_k і t_{k+1}, причому для розрахунку поля використовуються поточні і "прогнозовані" миттєві значення струмів в обмотках і координат роторів. На підставі результатів розрахунків поля усередині кожного з інтервалів формуються аналітичні вирази, що апроксимують функції магнітних потокозчеплень і ДЕМП обмоток. Аргументами апроксимаційних виразів є вектори невідомих змінних i, γ. Усередині інтервалів чисельно розв'язується СДР електричних кіл обмоток і руху роторів, що має малу розмірність. Обчислювальні алгоритми МПА передбачають на границях інтервалів обмін даними і послідовну передачу керування від польового розв'язку до розв'язку СДР ЕМПЕ і навпаки. Цим досягається висока обчислювальна ефективність методу – витрати процесорного часу на розв'язання задачі при використанні МПА зменшуються в 10–100 разів порівняно з методом покрокового інтегрування повної системи рівнянь ЕМПЕ.

За допомогою МПА проаналізовано низку практично важливих задач. Але МПА не є універсальним методом і, як показали результати чисельних експериментів, у разі надмірно різкої зміни невідомих змінних може давати суттєві похибки. Крім того, проблема раціонального розподілу аналізованого відрізку процесу на розрахункові інтервали не формалізується і може вирішуватися тільки емпірично.

Універсальним методом, що належить до другої групи методів розв'язання КПММ, є *метод динамічних характеристик* (МДХ). Чисельними методами виконується сукупність розрахунків магнітного поля і потокозчеплень обмоток при варіації заданих миттєвих значень струмів і координат у діапазонах їхньої імовірної зміни. За знайденою сукупністю вузлових значень формуються залежності $\psi_j = \psi_j(i,\gamma)$. У проміжках між розрахунковими вузловими значеннями величини потокозчеплень визначаються за інтерполяційними формулами. Потім здійснюється чисельне диференціювання знайдених залежностей і визначення сукупності ДЕМП. Отримана у такий спосіб розрахункова інформація формує базу даних динамічних параметрів ЕМПЕ, до якої можна звернутися під час розв'язання СДР.

Проте попередній розрахунок повної залежності $\psi_j = \psi_j(i,\gamma)$ є дуже трудомісткою задачею. Застосування МДХ є виправданим при дослідженні і багатоваріантній оптимізації режимів роботи ЕМПЕ заданої конструкції. Якщо ж ставиться задача удосконалення конструкції перетворювача, то застосування МДХ є недоцільним, оскільки аналіз кожного нового варіанта потребує трудомісткої побудови нової ММХ.

Виклад основного матеріалу. Для зниження трудомісткості обчислень й урахуванню нелінійних властивостей ЕМПЕ доцільно визначити залежності $\psi_j = \psi_j(i,\gamma)$ у вигляді суми добутків окремих функцій, кожна з який залежить тільки від однієї змінної:

$$\psi_j(i,\gamma) = \sum_{k=1}^{N} \varphi_j(i_k) \cdot \xi_{jk}(\gamma) \tag{8}$$

де $\varphi_j(i_k)$ – залежності потокозчеплень j-ї обмотки від струму k-ї обмотки при відсутності струмів в інших обмотках ЕМПЕ; $\xi_{jk}(\gamma)$ – безрозмірні функції, що характеризують зміну потокозчеплень j-ї обмотки при переміщенні рухомої частини за умови незмінності заданого струму в k-й обмотці і відсутності струмів в інших обмотках. Ці функції зручно визначити у вигляді відношення $\xi_{jk}(\gamma) = \psi_j(i_k,\gamma)/\psi_j(i_k,\gamma_0)$, де значення координати рухомої частини, при якій потокозчеплення $\psi_j(i_k,\gamma_0)$ має максимальне значення; $i_k = colon(0,...,i_k,...,0)$.

Динамічні параметри легко знайти, диференціюючи вираз (8) по змінним i і γ:

$$\frac{\partial \psi_j}{\partial i_k} = \xi_{jk}(\gamma) \cdot \frac{\partial \varphi_j(i_k)}{\partial i_k} \; ; \; \frac{\partial \psi_j}{\partial \gamma_l} = \sum_{k=1}^{N} \varphi_j(i_k) \cdot \frac{\partial \xi_{jk}(\gamma)}{\partial \gamma} \tag{9}$$

Визначення потокозчеплень за формулою (8) дозволяє істотно скоротити обчислювальні витрати при розрахунках ММХ. Порівняно з МДХ кількість трудомістких розрахунків поля зменшується у $(n^{N+L-1})/(N+L)$ разів, де n – кількість розрахункових точок по кожній змінній. Таке зменшення зумовлене використанням принципу поділу змінних, відповідно до якого довільна функція декількох змінних шукається у вигляді добутку окремих функцій, кожна з який залежить тільки від однієї змінної. Коло-польовий метод аналізу ЕМПЕ на основі виразу (8) називається *методом поділу змінних* (МПЗ).

МПЗ порівняно з МДХ вносить похибку, що пов'язана з застосуванням у формулі (8) принципу суперпозиції. Проте МПЗ при розв'язанні багатьох КПММ виявився достатньо достовірним і ефективним. Про це свідчать результати порівняльного аналізу розрахункових результатів, отриманих точнішим МДХ і МПЗ. На рис. 1 зображено розрахункові графіки струму, що отримані двома зазначеними методами для електромашинного генератора імпульсів струму (ЕГІС) обертового типу [5]. Розбіжність розрахункових амплітуд становить усього 7 %, причому МПЗ дає менші значення.

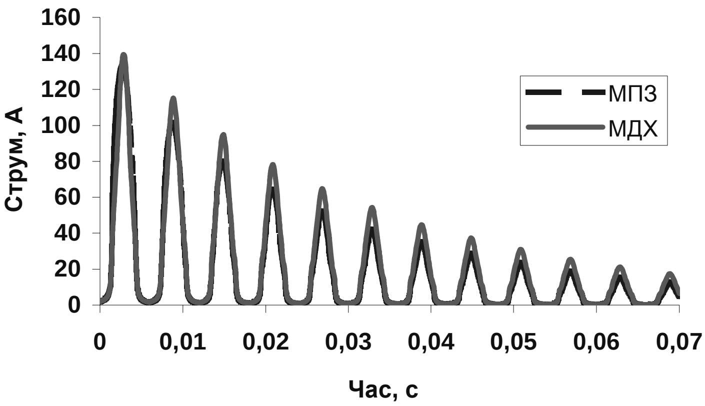

Рис. 1. Графіки серії імпульсів струму ЕГІС, отриманих МДХ і МПЗ

МПЗ успішно використовувався для аналізу КПММ як традиційних електричних машин, так і нетрадиційних ЕМПЕ. Наприклад, для аналізу динамічних режимів трифазного синхронного генератора (СГ) без демпферної системи використовувалася така КПММ. Модель сформульовано у еквівалентній двофазній системі координат статора.

Потокозчеплення записуються як довільні функції струмів обмоток та кута повороту ротора $\psi_j = \psi_j(i_\alpha, i_\beta, i_f, \gamma)$, $j = \alpha, \beta, f$. СДР рівноваги електричних кіл обмоток у власних координатах у формі Коші після перетворень має такий вигляд:

$$\begin{cases} \dfrac{di_\alpha}{dt} = -\dfrac{\dfrac{\partial\Psi_\alpha}{\partial i_f}\left(\dfrac{\partial\Psi_f}{\partial i_\beta}\cdot K_\beta - \dfrac{\partial\Psi_\beta}{\partial i_\beta}\cdot K_f\right) + \dfrac{\partial\Psi_\beta}{\partial i_f}\left(\dfrac{\partial\Psi_\alpha}{\partial i_\beta}\cdot K_f - \dfrac{\partial\Psi_f}{\partial i_\beta}\cdot K_\alpha\right) + \dfrac{\partial\Psi_f}{\partial i_f}\left(\dfrac{\partial\Psi_\beta}{\partial i_\beta}\cdot K_\alpha - \dfrac{\partial\Psi_\alpha}{\partial i_\beta}\cdot K_\beta\right)}{Z} \\ \dfrac{di_\beta}{dt} = -\dfrac{\dfrac{\partial\Psi_\alpha}{\partial i_f}\left(\dfrac{\partial\Psi_\beta}{\partial i_\alpha}\cdot K_f - \dfrac{\partial\Psi_f}{\partial i_\alpha}\cdot K_\beta\right) + \dfrac{\partial\Psi_\beta}{\partial i_f}\left(\dfrac{\partial\Psi_f}{\partial i_\alpha}\cdot K_\alpha - \dfrac{\partial\Psi_\alpha}{\partial i_\alpha}\cdot K_f\right) + \dfrac{\partial\Psi_f}{\partial i_f}\left(\dfrac{\partial\Psi_\alpha}{\partial i_\alpha}\cdot K_\beta - \dfrac{\partial\Psi_\beta}{\partial i_\alpha}\cdot K_\alpha\right)}{Z} \\ \dfrac{di_f}{dt} = \dfrac{\dfrac{\partial\Psi_\alpha}{\partial i_\alpha}\left(\dfrac{\partial\Psi_f}{\partial i_\beta}\cdot K_\beta - \dfrac{\partial\Psi_\beta}{\partial i_\beta}\cdot K_f\right) + \dfrac{\partial\Psi_\beta}{\partial i_\alpha}\left(\dfrac{\partial\Psi_\alpha}{\partial i_\beta}\cdot K_f - \dfrac{\partial\Psi_f}{\partial i_\beta}\cdot K_\alpha\right) + \dfrac{\partial\Psi_f}{\partial i_\alpha}\left(\dfrac{\partial\Psi_\beta}{\partial i_\beta}\cdot K_\alpha - \dfrac{\partial\Psi_\alpha}{\partial i_\beta}\cdot K_\beta\right)}{Z} \end{cases} \qquad (10)$$

де $K_\alpha = u_\alpha - i_\alpha r - \omega\,\partial\psi_\alpha / \partial\gamma$, $K_\beta = u_\beta - i_\beta r - \omega\,\partial\psi_\beta / \partial\gamma$, $K_f = u_f - i_f r - \omega\,\partial\psi_f / \partial\gamma$,

$$Z=\frac{\partial\Psi_\alpha}{\partial i_f}\left(\frac{\partial\Psi_f}{\partial i_\alpha}\cdot\frac{\partial\Psi_\beta}{\partial i_\beta}-\frac{\partial\Psi_\beta}{\partial i_\alpha}\cdot\frac{\partial\Psi_f}{\partial i_\beta}\right)+\frac{\partial\Psi_\beta}{\partial i_f}\left(\frac{\partial\Psi_\alpha}{\partial i_\alpha}\cdot\frac{\partial\Psi_f}{\partial i_\beta}-\frac{\partial\Psi_f}{\partial i_\alpha}\cdot\frac{\partial\Psi_\alpha}{\partial i_\beta}\right)+\frac{\partial\Psi_f}{\partial i_f}\left(\frac{\partial\Psi_\beta}{\partial i_\alpha}\cdot\frac{\partial\Psi_\alpha}{\partial i_\beta}-\frac{\partial\Psi_\alpha}{\partial i_\alpha}\cdot\frac{\partial\Psi_\beta}{\partial i_\beta}\right)$$

Для отримання залежностей $i_j=i_j\left(t\right),\ j=\alpha,\beta,f$ необхідно визначити ДЕМП, що входять до СДР (10). ММХ в цьому випадку виглядає так:

$$\begin{cases}\Psi_\alpha\left(i_\alpha,i_\beta,i_f,\gamma\right)=\varphi_\alpha\left(i_\alpha\right)\cdot\xi_{\alpha\alpha}\left(\gamma\right)+\varphi_\alpha\left(i_\beta\right)\cdot\xi_{\alpha\beta}\left(\gamma\right)+\varphi_\alpha\left(i_f\right)\cdot\xi_{\alpha f}\left(\gamma\right)\\ \Psi_\beta\left(i_\alpha,i_\beta,i_f,\gamma\right)=\varphi_\beta\left(i_\alpha\right)\cdot\xi_{\beta\alpha}\left(\gamma\right)+\varphi_\beta\left(i_\beta\right)\cdot\xi_{\beta\beta}\left(\gamma\right)+\varphi_\beta\left(i_f\right)\cdot\xi_{\beta f}\left(\gamma\right)\\ \Psi_f\left(i_\alpha,i_\beta,i_f,\gamma\right)=\varphi_f\left(i_\alpha\right)\cdot\xi_{f\alpha}\left(\gamma\right)+\varphi_f\left(i_\beta\right)\cdot\xi_{f\beta}\left(\gamma\right)+\varphi_f\left(i_f\right)\cdot\xi_{ff}\left(\gamma\right)\end{cases}\qquad(11)$$

де $\varphi_\alpha\left(i_j\right),\varphi_\beta\left(i_j\right),\varphi_f\left(i_j\right)$ – потокозчеплення фаз α,β,f при варіаціях струму i_j, нульових струмах в інших фазах і незмінному заданому куті повороту ротора.

Алгоритм розрахунку динамічного режиму МПЗ складається з таких етапів: 1) *розрахунок базових величин* – при заданому γ_0, що відповідає положенню ротора, при якому значення $\psi_j=\psi_j(i,\gamma)$ є максимальним, виконуються три розрахунки поля для комбінацій змінних $\left(i_{\alpha0},0,0,\gamma_0\right)$; $\left(0,i_{\beta0},0,\gamma_0\right)$; $\left(0,0,i_{f0},\gamma_0\right)$ і для кожного розрахунку визначаються потокозчеплення фаз $\Psi_\alpha,\Psi_\beta,\Psi_f$. Струми $i_{\alpha0},i_{\beta0},i_{f0}=0{,}1I_{1N}$, де $I_{1н}$ – номінальне значення струму обмотки статора; 2) *розрахунок функцій* $\varphi_j(i)$ – при фіксованому значенні γ_0 формується сітка значень струму $i_{jk}=\{0;0{,}1I_{1N};...;10I_{1N}\}$ (в інших фазах струм дорівнює нулю) і для кожної комбінації $(i_{\alpha k},0,0,\gamma_0)$, $(0,i_{\beta k},0,\gamma_0)$ $(0,0,i_{fk},\gamma_0)$ розраховуються потокозчеплення $\Psi_{\alpha k},\Psi_{\beta k},\Psi_{fk}$; 3) *розрахунок безрозмірних кутових функцій* $\xi_{jk}(\gamma)$ – формується сітка значень кута повороту ротора $\gamma_k=\left\{\gamma_0+\Delta\gamma,\ldots,\tau\right\}$ і для кожного γ_k виконується три розрахунки поля при комбінаціях значень $\left(i_{\alpha0},0,0,\gamma_k\right)$; $\left(0,i_{\beta0},0,\gamma_k\right)$; $\left(0,0,i_{f0},\gamma_k\right)$ після чого розраховуються $\Psi_\alpha,\Psi_\beta,\Psi_f$; 4) *розрахунок ДЕМП* – виконується чисельне диференціювання отриманих функцій $\varphi_j(i)$ і $\xi_{jk}(\gamma)$ і за формулами (9) знаходяться необхідні функції ДЕМП; 5) *розв'язок СДР* – будь-яким чисельним методом розв'язується СДР обмоток СГ (10). Необхідні для її розв'язання миттєві значення ДЕМП отримують за знайденими в п. 4 функціями.

За необхідності урахування змінної швидкості ротора математична модель доповнюється рівняннями руху. Практичну реалізацію зазначеного алгоритму зручно виконувати в середовищі обчислювального комплексу MATLAB – FEMLAB.

На рис. 2 і 3 зображено відповідно розрахункові залежності динамічних параметрів $\frac{\partial\varphi_{j\alpha}}{\partial i_\alpha}(i_\alpha)$ і $\frac{\partial\xi_{\beta f}}{\partial\gamma}(\gamma)$.

СГ має такі вихідні дані: номінальна потужність $P_2=30кВт$; кількість пар полюсів $p=2$; номінальна лінійна напруга $U_{л1}=400В$; коефіцієнт потужності $\cos\varphi=0{,}8$; повітряний проміжок $\sigma=1мм$; зовнішній діаметр $D_{н1}=406мм$; внутрішній діаметр $D_{н1}=286мм$; довжина пакета статора $L_{н1}=160мм$; висота осі обертання $h_1=225мм$.

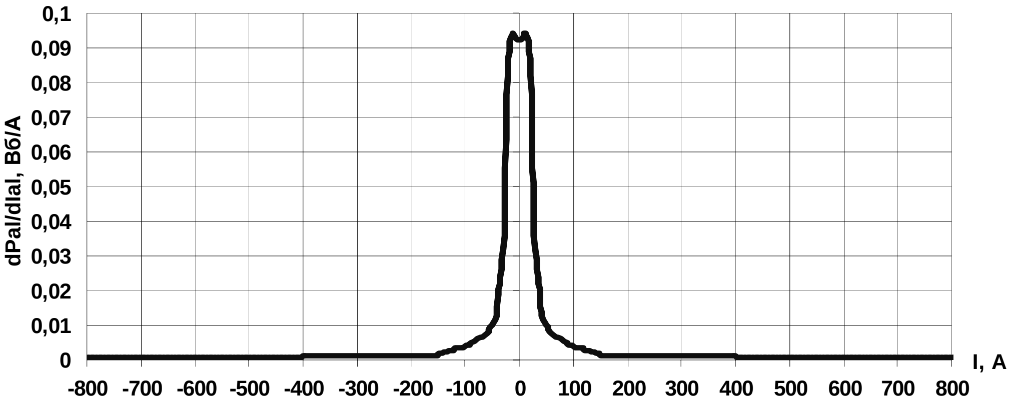

Рис. 2. Розрахункова залежність динамічного параметра $\dfrac{\partial \varphi_{j\alpha}}{\partial i_\alpha}(i_\alpha)$

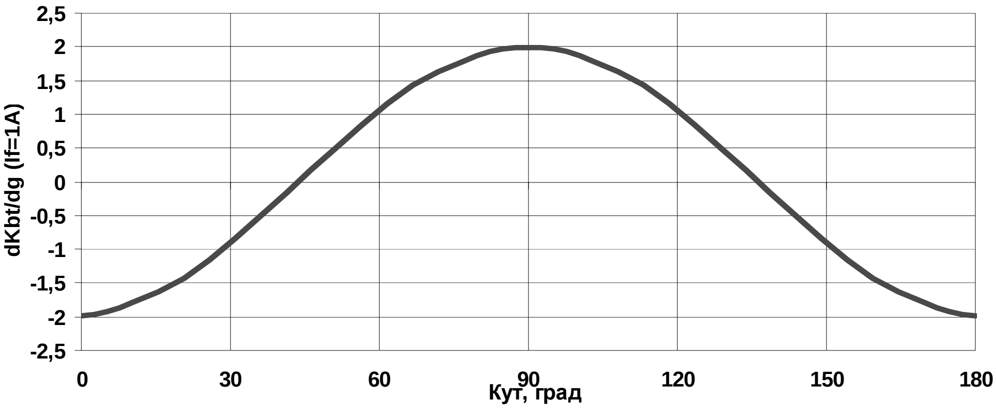

Рис. 3. Розрахункова залежність динамічного параметру $\dfrac{\partial \xi_{\beta f}}{\partial \gamma}(\gamma)$

За допомогою описаного МПЗ були досліджені особливості динамічних режимів СГ з урахуванням змінного насичення його феромагнітного магнетопроводу.

Висновки. Дослідження та порівняльний аналіз різних методів чисельного розв'язання КПММ для ЕМПЕ, електромагнітне поле яких можна описати стаціонарним рівнянням, показали, що перспективним для широкого практичного впровадження є МПЗ, який з одного боку є досить ефективним, оскільки дає суттєве зменшення витрат часу на проведення розрахунків, а з іншого – забезпечує високу вірогідність результатів математичного моделювання.

1. Васьковский Ю.Н. Перспективы моделирования динамических режимов электромеханических преобразователей на основе цепно – полевых методов // Електротехніка і електромеханіка. – 2003. – № 1. – С. 23–25. 2. Васьковский Ю.Н. Метод расчета дифференциальных параметров и динамических процессов электромеханических преобразователей на основе анализа электромагнитного поля // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1991. – № 2. – С. 59–65. 3. Васьковский Ю.Н. Моделирование электромеханических преобразователей с нелинейными электромагнитными связями на основе анализа *электромагнитного поля // Изв. вузов Электромеханика. – 1992. – № 5. – С. 11–17. 4. Васьковский Ю.Н., Шинкаренко В.Ф. Математическое моделирование и исследование многороторных электромеханических преобразователей // Техническая электродинамика. – 2001. – № 2. – С. 41–46. 5. Васьковский Ю.Н. Моделирование электромашинного генератора импульсов тока с учетом нелинейности его электромагнитных связей // Техническая электродинамика. – 1992. – № 3. – С. 61–67. 6. Фильц Р.В. Математические основы теории электромеханических преобразователей. – К., 1979. – 206 с.*

Ivo Doležel, Roman Hamar*, Pavel Karban*, Bohuš Ulrych*

Institute of Electrical Engineering, Czech Academy of Sciences, Prague, Czech Republic

* Faculty of Electrical Engineering, University of West Bohemia, Pilsen, Czech Republic

INTEGRAL AND SPECIAL METHODS IN MODELLING OF 3D ELECTRIC FIELDS

Computation of large electric fields in complicated 3D arrangements (especially with geometrically incommensurable subregions) by classic numerical techniques based on differential methods often fails due to lack of boundary conditions and problems with meshing. For some of these cases the paper offers integral or special approach. Particular algorithms are illustrated on two examples whose results are discussed.

Introduction. Investigation of large electric fields containing charged conductors of general 3D shapes is uneasy. Due to complex arrangements the analytical methods are practically inapplicable, and also classic numerical methods do not often lead to acceptable results. FDM- or FEM-based techniques may fail because of lack of the boundary conditions and severe problems with meshing (thin conductors versus large volume of ambient air). In such cases, integral [1, 2] and special methods can be used to cope with the task.

The integral techniques are in this case based on solution of a system of the first-kind Fredholm equations providing distribution of surface charge. Their analysis is supplemented with computation of the electric field between two generally placed charged cubes.

As known, corresponding weakly singular kernel functions are integrable only over 2D regions. This is in accordance with the physical reality because every conductor is characterised by nonzero surface. But discretisation of such surfaces often leads to very large system of equations whose processing on common PCs may be unfeasible.

For such cases the paper offers another alternative method suitable for mapping fields generated, for example, by a system of thin charged conductors of any shape in 3D domain. These conductors are first replaced by infinitely thin filaments and these are again replaced by sets of point charges located along helicoidal curves surrounding them. Their values are calculated on the condition that potential at the place of any filament is equal to potential of the corresponding conductor. The field quantities at any point in the area may then easily be calculated from the Coulomb law. Even this technique is illustrated on an example.