

СПРОЩЕНА МОДЕЛЬ ДИНАМІКИ ВІБРАЦІЙНОГО ДВИГУНА З МЕХАНІЗМОМ ВІЛЬНОГО ХОДУ

© Білоус А.Б., Кузьо І.В., 2006

Наведено математичну модель динаміки вібраційного електродвигуна з механізмом вільного ходу (MBX), що використовується для дослідження динаміки двигуна у випадку великої жорсткості ведучого та веденого елементів MBX.

This article contains simple mathematics model of motion pendulum vibration electric motor with overrunning clutch.

Постановка задачі досліджень. Вібраційні двигуни з механізмом вільного ходу (MBX) функціонально об'єднують якості електродвигуна та трансмісії, що в загальному випадку складається з розгалуженого ланцюга, пристроїв зміни швидкості руху вихідної ланки рушійної системи машин. Структурно вібраційні двигуни складаються з маятникових вібраторів і механізму вільного ходу (MBX), що по чергово об'єднує маятникові вібратори з виконуючим механізмом машини в одне ціле. Маятниковий вібратор і ведучий елемент MBX утворюють ведучу систему вібраційного двигуна. Відповідно ведений елемент MBX, вихідний вал і виконуючий механізм машини, з'єднаний з вихідним валом двигуна, розглядають як ведену систему. Збурення маятникових вібраторів відбувається трьома способами. Це кінетичне, силове та змішане збурення. У випадках використання силового збурення маятникових вібраторів кінетичне збурення розглядається як небажане, що спричиняє спотворення закону руху вихідної ланки вібраційного двигуна і вносить небажані корекції до зовнішніх механічних характеристик. Особливо це дається взнаки в приводах, що забезпечують рух носіїв інформації, наприклад, магнітної стрічки або диска. Вказані функціональні особливості вібраційних двигунів характеризують їх як складні механічні системи змінної структури. Дослідження таких механічних систем з метою подальшого створення цілісної системи їх синтезу вимагає розробки адекватних математичних моделей динаміки, що на етапі проектування використовуються для розрахунку зовнішніх механічних характеристик вібраційних двигунів.

У роботі [1] запропоновано математичну модель фізичного маятника з віброуючою точкою підвісу. Цю модель у дослідженнях динаміки вібраційних двигунів можна розглядати як основу для створення математичної моделі маятникового вібратора вібраційного двигуна з MBX. Взаємодію фізичного маятника, ведучого та веденого елементів MBX описано в роботі [2]. Математичні методи аналізу рівнянь руху фізичного маятника з віброуючою точкою підвісу викладено в роботах [3, 4, 5]. Результати аналізу відомих досліджень свідчать, що поряд з відовими моделями динаміки фізичного маятника з віброуючою точкою підвісу відсутні моделі динаміки вібраційного двигуна з MBX, які можна застосовувати для розрахунку зовнішніх механічних характеристик на етапі проектування.

Мета і результати досліджень. Метою роботи є створення математичної моделі динаміки вібраційного двигуна з механізмом вільного ходу, придатної для розрахунку зовнішніх механічних характеристик у випадку великої жорсткості ведучого та веденого елементів MBX.

Рух маятникового вібратора з кінетичним та силовим електромагнітним збуренням у вертикальній площині *ОХУ* описується системою рівнянь вигляду [6]:

$$\left\{ \begin{aligned} I\ddot{\varphi} + \lambda\dot{\varphi} &= mgl \sin \varphi - ca^2\varphi + ml[\ddot{x}(\cos \varphi \sin \varphi_c + \sin \varphi \cos \varphi_c) + \\ &+ \ddot{y}(\sin \varphi \sin \varphi_c - \cos \varphi \cos \varphi_c)] + \frac{l_M}{2\mu_b S_j} \Phi_j^2; \\ \Phi_j &= \frac{\mu_b \omega_j (i_j) S_j}{(l_{Oj} - l_M \varphi)}; \\ \left[\omega_j \frac{d\Phi_j}{dt} + i_j R_j - u_j(t) \right] \sigma_j(t) &= 0, \quad j=1,2. \end{aligned} \right. \quad (1)$$

Тут φ – кут відхилення маятника від положення рівноваги; I – момент інерції рухомих частин маятникового вібратора відносно осі підвісу; m – сумарна маса рухомих частин маятника; c – жорсткість пружної системи вібратора; a, l, l_M, φ_c – геометричні характеристики маятникового вібратора; λ – коефіцієнт опору; Φ_j – магнітний потік в j -ій електромагнітній котушці вібратора; i_j – струм в j -ій котушці вібратора; R_j – активний електричний опір j -ї котушки вібратора; $u_j(t)$ – напруга живлення вібратора; μ_b – магнітна проникність повітря; S_j, l_{Oj} – геометричні характеристики котушок j -го електромагніта маятникового вібратора; ω_j – кількість витків котушки j -го електромагніта вібратора; $j=1,2$ – індекс електромагніта маятникового вібратора. Вібраційне поле кінетичного збурення, що діє в площині коливань маятникового вібратора, задають залежностями:

$$\begin{aligned} x &= d \cos vt; \\ y &= b \sin(vt + \alpha), \end{aligned} \quad (2)$$

а напруга живлення вібратора змінюється за законом:

$$u_j(t) = u_0 \sin kt \quad (3)$$

У цих залежностях d, b – амплітуди коливань корпусу вібратора; u_0 – амплітудне значення напруги в мережі живлення; V – частота коливань корпусу; k – частота зміни напруги в мережі. Функція $\sigma_j(t)$ описує почерговість роботи електромагнітів маятникового вібратора із зміною часу t [6].

Введення MBX до кінематичного ланцюга передачі руху від вібратора до робочого органу надає певних особливостей рухові маятникового вібратора. У першому наближенні MBX здійснює імпульсну зміну момента інерції рухомих частин вібратора і момента опору руху двічі протягом одного періоду коливань вібратора. Для керування такою зміною розглянемо періодичну імпульсну функцію:

$$f(t) = \sum_{i=0}^{\infty} [\sigma(t - \tau_1 - iT_f) - \sigma(t - \tau_2 - iT_f)] \quad (4)$$

Тут $\sigma(t)$ – одинична функція Хевісайда [3]; τ_1, τ_2 – моменти зміни параметрів рухомих частин вібратора за один період його коливань; T_f – період функції $f(t)$. Для розглядуваного випадку T_f дорівнює періоду коливань вібратора.

Введемо до розгляду: I_b – момент інерції веденої системи, зведений до осі вихідного валу двигуна, а $M_c(t)$ – момент опору руху робочому органу. $M_c(t)$ в загальному випадку є невідомою функцією часу.

З використанням цих характеристик ведучої та веденої систем модель динаміки вібраційного двигуна з одним маятниковим вібратором та MBX у випадку великої жорсткості його елементів набуде вигляду:

$$\left\{ \begin{aligned} &I + I_b f(t) I \ddot{\varphi} + \lambda \dot{\varphi} = mgl \sin \varphi - ca^2 \varphi + ml [\ddot{x}(\cos \varphi \sin \varphi_c + \sin \varphi \cos \varphi_c \\ &+ \ddot{y}(\sin \varphi \sin \varphi_c - \cos \varphi \cos \varphi_c)] + \frac{l_M}{2\mu_b S_j} \Phi_j^2 - M_c(t) f(t); \quad (5.1) \\ &[I_b \ddot{\varphi}_b^* + M_c] \sigma_1(t) = 0. \quad (5.2) \\ &\Phi_j = \frac{\mu_b \omega_j(i_j) S_j}{(l_{0j} - l_M \varphi)}; \quad (5.3) \\ &\left[\omega_j \frac{d\Phi_j}{dt} + i_j R_j - u_j(t) \right] \sigma_j(t) = 0 \quad j=1,2. \quad (5.4) \end{aligned} \right. \quad (5)$$

Тут

$$\varphi_b = \varphi \text{ при } \dot{\varphi} > 0, \quad \varphi_b = \varphi_b^* \text{ при } \dot{\varphi} < 0. \quad (6)$$

$$\sigma_1(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } f(t) = 1, \\ 1 & \text{при } f(t) = 0. \end{cases} \quad (7)$$

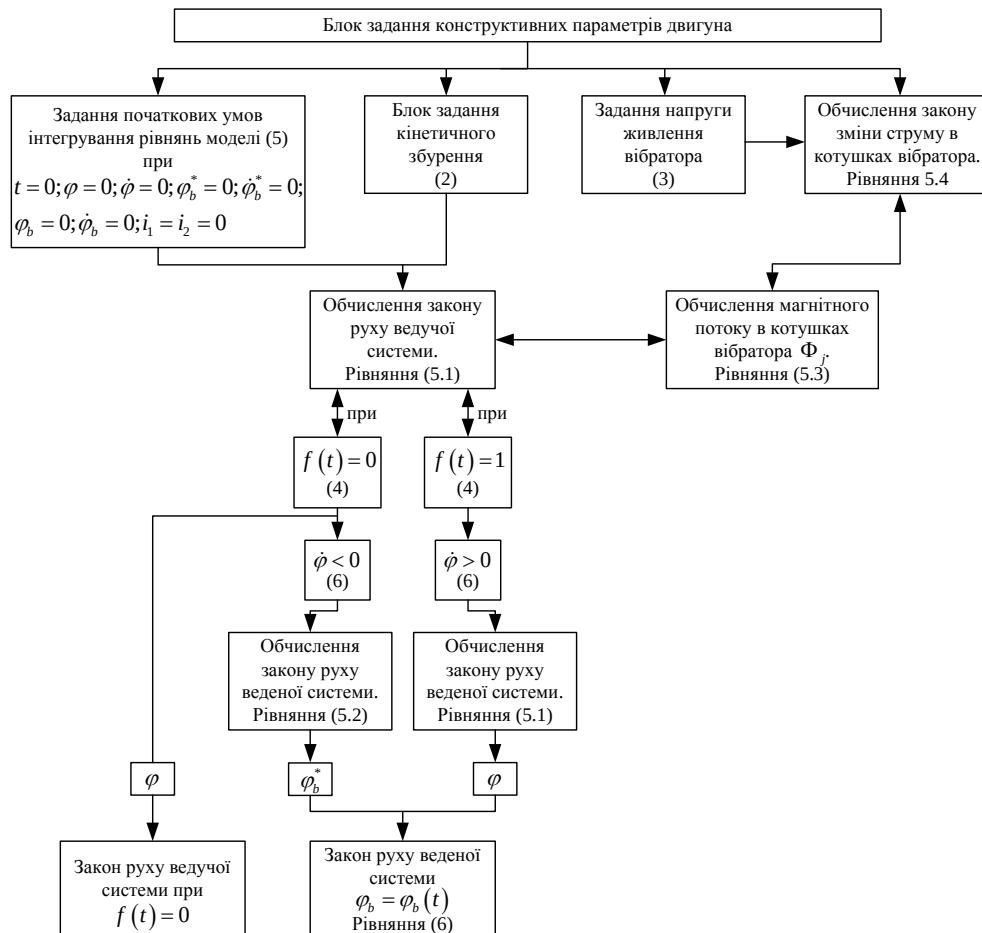


Рис. 1. Алгоритм функціонування моделі динаміки вібраційного двигуна з механізмом вільного ходу

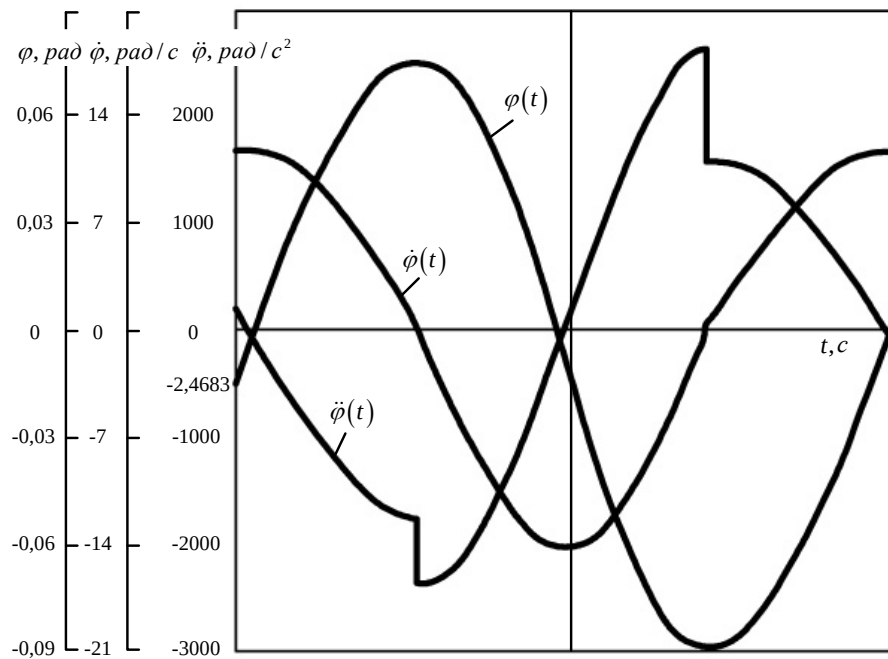


Рис. 2. Графіки залежностей $\varphi = \varphi(t)$, $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}(t)$, $\ddot{\varphi} = \ddot{\varphi}(t)$

Рівняння (5.1) моделі (5) відображає коливання маятникового вібратора двигуна, до складу якого входить ведучий елемент МВХ. Сукупність маятникового вібратора і ведучого елемента МВХ будемо називати ведучою системою вібраційного двигуна. Рівняння (5.2) відображає рух веденого елемента МВХ, що жорстко з'єднаний з вихідним валом двигуна і робочим органом машини. Сукупність цих елементів надалі називатимемо веденою системою. Співвідношення (6) і (7) відображають зв'язок між ведучою та веденою системами. Алгоритм функціонування моделі динаміки вібраційного двигуна наведено на рис. 1. На рис. 2 наведено залежність амплітуди коливань вібратора, його швидкості та прискорення від часу в базовому варіанті [6]. Залежності отримані за допомогою моделі (5).

Висновки. Аналіз отриманих залежностей показав, що період коливань вібратора складається з двох нерівних частин: максимальне відхилення вібратора у від'ємний бік за модулем більше, ніж в додатний (див. залежність $\varphi = \varphi(t)$). На додатних і від'ємних ділянках кривих $\ddot{\varphi} = \ddot{\varphi}(t)$ явним є ступінчастий характер зміни величини $\ddot{\varphi}$, початок кожної із змін збігається за часом з моментом зміни знака $\dot{\varphi}$, тобто з моментом приєднання I_b і M_c . Ступінчастий характер зміни прискорення вібратора характеризує виникнення пікових динамічних навантажень у кінематичному ланцюгу передачі руху від ведучої системи до веденої. Отримані результати підтверджують адекватність процесів, що описуються розробленою моделлю, реальним процесам, які відбуваються у вібраційному двигуні, та її придатність для розрахунку і аналізу механічних характеристик вібраційних двигунів у випадку великої жорсткості ведучого та веденого елементів МВХ.

1. Айзерман М.А. Достаточное условие устойчивости одного класса динамических систем с переменными параметрами // ПММ. – 1951. – Т. 15, вып. 3. – С. 382–385. 2. Билоус Б.Д. Вибрационно – импульсные преобразователи движения // Механика и машиностроение. Вып. 3. – Деп. В УкрНИИТИ Госплана УССР № 2173. – К., 1980. – С. 195–199. 3. Лурье А.И. Операционное исчисление. – М.: Гос. Изд-во технико-теоретической литературы, 1950. – С. 431. 4. Диткин В.А., Прудников А.П. Интегральные преобразования и операционное исчисление. – М.: Наука, 1994. – 544 с. 5. Штокало І.Е. Операційне числення. – К.: Наукова думка, 1999. – С. 330.