

коду. Результати цих досліджень можуть застосовуватися для побудови спеціалізованих пристроїв високої надійності та швидкодії при обробці та кодуванні великих обсягів інформації [2].

Висновки

1. Запропоновано модель числових лінійок в'язанок спеціального типу.
2. Розроблено алгоритм синтезу числових лінійок в'язанок спеціального типу.

1. Різник О.Я. Комбинаторные модели для синтеза технических устройств и систем на основе числовых линейных сцепок // Контрольно-измерительная техника. – Львов: Вища школа. – 1989. – Вып. 45. – С. 23–25.
2. Різник В.В. Синтез оптимальних комбінаторних систем – Львів: Вища школа, 1989. – 168 с.

Е.Ушаков

Вінницький інститут регіональної економіки та управління

УДК 621.382

МЕТОД АЛГОРИТМІЧНОГО СИНТЕЗУ АДАПТИВНОЇ СИСТЕМИ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИМ ОБ'ЄКТОМ З НЕПОВНОЮ ІНФОРМАТИВНІСТЮ

© Ушаков Е., 2003

Отримана стратегія адаптивної системи оптимального керування нестационарним динамічним об'єктом у вигляді системи машинних алгоритмів описує структуру й алгоритм функціонування адаптивної системи, що дозволяє оцінювати параметри об'єкта керування, внутрішні і зовнішні впливи, невимірювані фазові координати об'єкта, аналізувати параметричний і фазовий стан і на їх основі приймати рішення про зміну параметрів регулятора так, щоб керуючий вплив був найбільш ефективним.

The received strategy of adaptive system of optimum control of non-stationary dynamic object as system of machine algorithms describes structure and algorithm of functioning of adaptive system, that allows to make estimations of parameters of object of management, internal and external influences, non-measurable phase coordinates of object, to carry out the analysis of a parametrical and phase condition and on their basis to make a decision on change of parameters of a regulator so that managing influence was most effective.

Проблема побудови адаптивних систем побудови нестационарними об'єктами сьогодні займає центральне місце в теоретичних дослідженнях зі створення складних систем керування.

Одними з основних труднощів розробки адаптивних систем керування нестационарними об'єктами є, з одного боку, непередбачені зміни характеристик зовнішніх впливів і властивостей керованих об'єктів, а з іншого – неповнота апіорної інформації як про властивості об'єкта, так і про зовнішні впливи. Вихід з цього становища полягає в тому, щоб додати системам автоматичного керування нестационарними об'єктами властивостей адаптивності, тобто автоматичного обліку поточної інформації про параметричний і фазовий стан об'єкта.

Сьогодні створено теорію детермінованого оптимального керування [1–6], що дозволяє за допомогою обчислювальних методів побудувати вектор керування заданого об'єкта так, щоб мінімізувався обраний функціонал, який залежить від фазових координат і керування. Синтезований з урахуванням таких обмежень вектор детермінованого оптимального керування є функцією поточних фазових координат об'єкта керування.

Задача аналітичного конструювання систем з випадковими властивостями вперше була поставлена і вивчена А.А.Красовським [7], Д.Сю, А.Майєром [8] та іншими. За останні роки теоретичні й експериментальні дослідження адаптивних систем оптимального керування, проведені колективами, очолюваними проф. А.А. Волковим, проф. В.І.Костюком, А.А.Красовським, проф. П.І.Чінаєвим та ін., створили необхідні теоретичні передумови для побудови адаптивних систем оптимального керування нестационарними об'єктами.

У задачах інженерної практики при побудові адаптивних систем оптимального керування зустрічається широкий клас динамічних об'єктів з неповним виміром вектора фазових координат і невідомих динамічних характеристик. У цих випадках стратегія оптимального керування повинна бути такою, щоб враховувався й аналізувався стан об'єкта керування в параметричному і фазовому просторі і на основі аналізу вироблялося б таке керування, що дозволяло б керуючому пристроєві переводити нестационарний об'єкт керування з початкового стану $X(0)$ в бажане $X_{\text{ж}}$ за кінцевий інтервал часу t_k і зводився б до мінімуму деякий функціонал якості

$$J(X, U, r) \rightarrow \min,$$

де X – вектор стану об'єкта керування; U – вектор керування; r – вектор параметрів керуючого пристрою, що налаштовуються за деякими обмеженнями, накладеними на керування.

Постановка задачі синтезу

Подамо поведінку лінійного нестационарного динамічного об'єкта керування з неповним вектором виміру фазових координат і невідомих динамічних характеристик на етапі стендових випробувань системою диференціальних рівнянь вигляду:

$$\begin{aligned} \ddot{\Psi} &= \dot{a}_{\Psi\Psi} \dot{\Psi} + a_{\Psi\delta} \delta + \sum_{j=1}^2 a_{\Psi r_j}^{(j)} \ddot{r}_j^{(j)} + m_{\Psi}; \quad \ddot{z} = a_{z\Psi} \dot{\Psi} + a_{z\delta} \delta + \sum_{i=1}^2 a_{zr_i}^{(i)} \ddot{r}_i^{(i)} + F_z; \\ \ddot{r}_1^{(1)} + \xi_{r_1}^{(1)} \dot{r}_1^{(1)} + \omega_{r_1}^{(2,1)} r_1^{(1)} &= a_{r_1 z}^{(1)} \ddot{z} + a_{r_1 \Psi}^{(1)} \dot{\Psi}; \quad \ddot{r}_1^{(2)} + \xi_{r_1}^{(2)} \dot{r}_1^{(2)} + \omega_{r_1}^{(2,2)} r_1^{(2)} = a_{r_1 z}^{(2)} \ddot{z} + a_{r_1 \Psi}^{(2)} \dot{\Psi}; \\ \ddot{r}_2^{(1)} + \xi_{r_2}^{(1)} \dot{r}_2^{(1)} + \omega_{r_2}^{(2,1)} r_2^{(1)} &= a_{r_2 z}^{(1)} \ddot{z} + a_{r_2 \Psi}^{(1)} \dot{\Psi}; \quad \ddot{r}_2^{(2)} + \xi_{r_2}^{(2)} \dot{r}_2^{(2)} + \omega_{r_2}^{(2,2)} r_2^{(2)} = a_{r_2 z}^{(2)} \ddot{z} + a_{r_2 \Psi}^{(2)} \dot{\Psi}; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\delta = c \operatorname{sign} U_0(t - \tau),$$

де $\psi, \dot{\psi}, z, \dot{z}$ – регульовані фазові координати; $a_{\psi\delta}, a_{z\delta}$ – керуючі впливи; m_{ψ}, F_z – зовнішні впливи; $U_0 = (U_{\psi} + U_z)$ – стратегія оптимального керування; $U_{\psi} = \sum_{i=1}^s k_i x_i$ – стратегія оптимального керування за каналом ψ ; $U_z = \sum_{i=1}^s k_i x_i$ – стратегія оптимального керування за каналом z .

Потрібно знайти стратегію адаптивної системи оптимального керування, що дозволяє приводити нестационарний динамічний об'єкт із початкового стану $X(0)$, де $X(0) = [\psi(0), \dot{\psi}(0), z(0), \dot{z}(0)]$ в бажаний і що зводить до мінімуму функціонали якості, обумовлені квадратичною формою

$$\begin{aligned} J_{\psi_N} &= \min_{U_{\psi_1}} \sum_{k=1}^N \{ [(\psi_K - \psi_k)^T Q_{\psi} (\psi_K - \psi_k)] + \lambda_{\psi} m_{\psi_{k-1}}^T B_{\psi} m_{\psi_{k-1}} \}; \\ J_{z_N} &= \min_{U_z} \sum_{k=1}^N \{ [(z_K - z_k)^T Q_z (z_K - z_k)] + \lambda_z m_{z_{k-1}}^T B_z m_{z_{k-1}} \}, \end{aligned} \quad (2)$$

де $Q_{\psi z}, B_{\psi z}$ – позитивно визначені симетричні матриці; $\lambda_{\psi z}$ – постійний множник, що характеризує ваговий коефіцієнт штрафу.

Вибір позитивно визначених матриць $Q_{\psi z}$ і $B_{\psi z}$ гарантує одиничність і лінійність закону керування на ітеративному кроці, а також асимптотичну стійкість системи керування квазістационарним динамічним об'єктом.

Ваговий коефіцієнт штрафу визначається з практичних міркувань так, щоб квадрат керуючого впливу залишався меншим за обмеження, за границями якого починається нелінійність (насичення).

Вважаючи $Q_{\psi z} = I, B_{\psi z} = I$, функціонали якості (2), що мінімізують квадрати відхилень фазових координат об'єкта керування від бажаних, запишемо у вигляді

$$J_{\psi_N} = \min_{U_{\psi_1}} \sum_{k=1}^N \xi_{\psi_k}^2 [+ \lambda_{\psi} m_{\psi_{k-1}}^2]; \quad J_{z_N} = \min_{U_z} \sum_{k=1}^N [\xi_{z_k}^2 + \lambda_z m_{z_{k-1}}^2], \quad (3)$$

де $\xi_{\psi_k} = \psi_K - \psi_k$; $\xi_{z_k} = z_K - z_k$.

Подання об'єкта керування схемою в змінних стану

Користуючись методом математичного моделювання, подамо нестационарний об'єкт керування схемою в змінних станах. Аналіз в змінних станах показує, що нестационарний динамічний об'єкт керування являє собою процес, на який діють керуючі

δ , зовнішні m_{ψ}, F_z і внутрішні $\sum_{i=1}^j a_{\psi_i}^{(1)} \dot{x}_i^{(1)}$ впливи, що збурюють.

Зважаючи на те, що регульовані фазові координати $\psi, \dot{\psi}, z, \dot{z}$ піддаються керуючим впливам і впливам, що збурюють, а перемінні коефіцієнти, що характеризують

нестационарність динамічного об'єкта керування, змінюються через властивості динаміки об'єкта, виконується нерівність $\Delta X \ll \Delta a_{\psi}, \Delta \xi_{r_i}^{(j)}, \Delta \omega_{r_i}^{2(j)}$ на інтервалі $nT_1 \leq t \leq (n+1)T_1$, $n = 1, 2, \dots, N$, де T_1 – деякий період дискретності зміни динамічних параметрів об'єкта керування.

Припускаючи квазістационарність об'єкта керування на інтервалі $nT_1 \leq t \leq (n+1)T_1$, а також користуючись схемою в змінних стану, наведемо нестационарний динамічний об'єкт керування (1) у дискретних станах

$$\psi_{k+1} = \psi_k - T\dot{\psi}_k, \quad \dot{\psi}_{k+1} = \dot{\psi}_k - T\ddot{\psi}_k, \quad z_{k+1} = z_k - T\dot{z}_k, \quad \dot{z}_{k+1} = \dot{z}_k - T\ddot{z}_k, \quad (4)$$

де T – деякий період дискретності зміни фазових координат і керування, що обирається з умови $T \ll T_1$, $lT = T$, $l = 10+20$.

$$\begin{aligned} \ddot{\psi}_k = & \frac{a_{z\psi} a_z''}{1 - a_{\psi}'' a_z''} \psi_k + \frac{a_{\psi\psi}' + a_z'' a_{z\psi}'}{1 - a_{\psi}'' a_z''} \dot{\psi}_k + \frac{a_{\psi\delta} \delta_k + a_z'' a_{z\delta} \delta_k}{1 - a_{\psi}'' a_z''} + \frac{m_{\psi_k}}{1 - a_{\psi}'' a_z''} + \\ & \frac{a_z'' F_{z_k}}{1 - a_{\psi}'' a_z''} - \frac{(a_z'' \sum_{i=1}^2 a_{zr_i}^{(j)} \xi_{r_i}^{(j)} + \sum_{i=1}^2 a_{\psi r_i}^{(j)} \xi_{r_i}^{(j)})}{1 - a_{\psi}'' a_z''} \dot{r}_{l_k}^{(j)} - \frac{(a_z'' \sum_{i=1}^2 a_{zr_i}^{(j)} \omega_{r_i}^{2(j)} + \sum_{i=1}^2 a_{\psi r_i}^{(j)} \omega_{r_i}^{2(j)})}{1 - a_{\psi}'' a_z''} \dot{r}_{l_k}^{(j)}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_k = & \frac{a_{z\psi}}{1 - a_{\psi}'' a_z''} \psi_k + \frac{a_{\psi\psi}' a_{\psi\psi}' + a_{z\psi}}{1 - a_{\psi}'' a_z''} + \frac{a_{z\delta} + a_{\psi}'' a_{\psi\delta}}{1 - a_{\psi}'' a_z''} \delta_k + \frac{F_{z_k}}{1 - a_{\psi}'' a_z''} + \\ & + \frac{a_{\psi}''}{1 - a_{\psi}'' a_z''} m_{\psi_k} - \frac{(a_{\psi}'' \sum_{i=1}^2 a_{\psi r_i}^{(j)} \xi_{r_i}^{(j)} + \sum_{i=1}^2 a_{zr_i}^{(j)} \xi_{r_i}^{(j)})}{1 - a_{\psi}'' a_z''} \dot{r}_{l_k}^{(j)} - \frac{(a_{\psi}'' \sum_{i=1}^2 a_{\psi r_i}^{(j)} \omega_{r_i}^{2(j)} + \sum_{i=1}^2 a_{zr_i}^{(j)} \omega_{r_i}^{2(j)})}{1 - a_{\psi}'' a_z''} \dot{r}_{l_k}^{(j)}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$a_{\psi}'' = \sum_{i=1}^2 a_{\psi r_i}^{(j)} a_{\psi r_i}^{(j)},$$

Тут і далі $k = kT$, $k+1 = (k+1)T$.

З метою спрощення подальших математичних перетворень введемо позначення:

$$\begin{aligned} \frac{a_{z\psi} a_z''}{1 - a_{\psi}'' a_z''} = K_{\psi\psi}, \quad \frac{a_{z\psi}}{1 - a_{\psi}'' a_z''} = K_{z\psi}; \quad \frac{a_{\psi\psi}' + a_z'' a_{z\psi}'}{1 - a_{\psi}'' a_z''} = K_{\psi\psi}', \quad \frac{a_{\psi}'' a_{\psi\psi}' + a_{z\psi}}{1 - a_{\psi}'' a_z''} = K_{z\psi}'; \\ \frac{a_{\psi\delta} + a_z'' a_{z\delta}}{1 - a_{\psi}'' a_z''} = K_{\psi\delta}, \quad \frac{a_{z\delta} + a_{\psi}'' a_{\psi\delta}}{1 - a_{\psi}'' a_z''} = K_{z\delta}; \quad \frac{a_{\psi\delta} + a_z'' a_{z\delta}}{1 - a_{\psi}'' a_z''} = K_{\psi\delta}, \quad \frac{a_{z\delta} + a_{\psi}'' a_{\psi\delta}}{1 - a_{\psi}'' a_z''} = K_{z\delta}; \end{aligned}$$

$$\frac{a''_{\psi} \sum_{i=1}^2 a_{\psi r_i}^{(i)} \omega_{r_i}^{2(i)} + \sum_{i=1}^2 a_{\psi r_i}^{(i)} \omega_{r_i}^{2(i)}}{1 - a''_{\psi} a''_{\psi}} = \sum_{j=1}^2 K_{\psi r_j}^{(j)}; \quad \frac{a''_{\psi} \sum_{i=1}^2 a_{\psi r_i}^{(i)} \xi_{r_i}^{(i)} + \sum_{i=1}^2 a_{\psi r_i}^{(i)} \xi_{r_i}^{(i)}}{1 - a''_{\psi} a''_{\psi}} = \sum_{j=1}^2 K_{\psi r_j}'^{(j)};$$

$$\frac{a''_{\psi} \sum_{i=1}^2 a_{\psi r_i}^{(i)} \xi_{r_i}^{(i)} + \sum_{i=1}^2 a_{\psi r_i}^{(i)} \xi_{r_i}^{(i)}}{1 - a''_{\psi} a''_{\psi}} = \sum_{j=1}^2 K_{\psi r_j}'^{(j)}; \quad \frac{1}{1 - a''_{\psi} a''_{\psi}} = K_{m\psi}; \quad \frac{a''_{\psi}}{1 - a''_{\psi} a''_{\psi}} = K_{m\psi};$$

$$\frac{a''_{\psi}}{1 - a''_{\psi} a''_{\psi}} = K_{F\psi}; \quad \frac{1}{1 - a''_{\psi} a''_{\psi}} = K_{Fz}.$$

Тоді $\tilde{\psi}$ і $\tilde{z}$ з урахуванням введених позначень будуть визначатися виразами

$$\tilde{\psi} = K_{\psi\psi} \psi_k + K_{\psi\psi}' \tilde{\psi}_k + K_{\psi\delta} \delta_k - \sum_{i=1}^2 K_{\psi r_i}^{(j)} r_{ik}^{(j)} - \sum_{i=1}^2 K_{\psi r_i}^{(j)} r_{ik}^{(j)} + K_{m\psi} m_{\psi k} + K_{F\psi} F_{\psi k}; \quad (7)$$

$$\tilde{z} = K_{z\psi} \psi_k + K_{z\psi}' \tilde{\psi}_k + K_{z\delta} \delta_k - \sum_{i=1}^2 K_{z r_i}^{(j)} r_{ik}^{(j)} - \sum_{i=1}^2 K_{z r_i}^{(j)} r_{ik}^{(j)} + K_{mz} m_{\psi k} + K_{Fz} F_{\psi k}, \quad (8)$$

Підставляючи значення $\tilde{\psi}$ і $\tilde{z}$ з (7) і (8) у (3) і (4), отримуємо $\psi_{k+1} = \psi_k - T \tilde{\psi}_k$,

$$\psi_{k+1} = \psi_k - T(K_{\psi\psi} \psi_k + K_{\psi\psi}' \tilde{\psi}_k + K_{\psi\delta} \delta_k - \sum_{i=1}^2 K_{\psi r_i}^{(j)} r_{ik}^{(j)} - \sum_{i=1}^2 K_{\psi r_i}^{(j)} r_{ik}^{(j)} + K_{m\psi} m_{\psi k} + K_{F\psi} F_{\psi k}), \quad (9)$$

$$z_{k+1} = z_k - T \tilde{z}_k, \quad z_{k+1} = z_k - T(K_{z\psi} \psi_k + K_{z\psi}' \tilde{\psi}_k + K_{z\delta} \delta_k - \sum_{i=1}^2 K_{z r_i}^{(j)} r_{ik}^{(j)} - \sum_{i=1}^2 K_{z r_i}^{(j)} r_{ik}^{(j)} + K_{mz} m_{\psi k} + K_{Fz} F_{\psi k}), \quad (10)$$

Отримана система рівнянь описує нестационарний об'єкт керування в дискретних станах на інтервалі стаціонарності $nT_1 \leq t \leq (n+1)T_1$.

Розв'язавши останнє рівняння системи (1) відносно δ у припущенні $U = \pm 1$ маємо

$$\delta = \begin{cases} ct - c\tau; & t \geq \tau, \quad U = \pm 1; \\ 0; & t \leq \tau, \quad -1 < U < 1; \\ -(ct - c\tau); & t \geq \tau, \quad U = -1, \end{cases} \quad (11)$$

де C – швидкісна характеристика виконуючого приводу.

Тоді система рекурентних рівнянь (9), (10) з врахуванням (11) буде мати вигляд

$$\psi_{k+1} = \psi_k - T\dot{\psi}_k,$$

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_{k+1} = \dot{\psi}_k - T(K_{\psi\psi}\psi_k + K'_{\psi\psi}\dot{\psi}_k + \lambda_{\psi}m_{\psi k} - \sum_{i=1}^2 K_{\psi r_i}^{(j)}r_{ik}^{(j)} - \\ - \sum_{i=1}^2 K_{\psi r_i}^{(j)}r_{ik}^{(j)} + K_{m\psi}m_{\psi k} + K_{F\psi}F_{\psi k}); \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} z_{k+1} = z_k - T\dot{z}_k, \quad \dot{z}_{k+1} = \dot{z}_k - T(K_{z\psi}\psi_k + K'_{z\psi}\dot{\psi}_k + \lambda_z m_{z k} - \sum_{i=1}^2 K_{z r_i}^{(j)}r_{ik}^{(j)} - \\ - \sum_{i=1}^2 K_{z r_i}^{(j)}r_{ik}^{(j)} + K_{mz}m_{\psi k} + K_{Fz}F_{\psi k}), \end{aligned} \quad (13)$$

де $\lambda_{\psi}m_{\psi k} = K_{\psi\delta}(ct - c\tau)$ – складова моменту керування за каналом ψ на k -у циклі;
 $\lambda_z m_{z k} = K_{z\delta}(ct - c\tau)$ – складова моменту керування за каналом z на k -у циклі.

Розв'язання задачі синтезу

Користуючись теоремою роздільності, стратегію адаптивної системи оптимального керування кожного каналу ψ і z будемо шукати методом динамічного програмування в класі стаціонарних систем. Подібно до того, як це було показано в роботі [9], а також користуючись дискретним наведенням нестационарного об'єкта керування (12), (13) на інтервалі квазістаціонарності $nT_1 \leq t \leq (n+1)T_1$, знайдемо стратегію оптимального керування на інтервалі квазістаціонарності каналу ψ , що зводить до мінімуму функціонал якості

$$J_{N\psi} = \min \sum_{k=1}^N [\xi_{\psi k}^2 + \lambda_{\psi} m_{\psi k}^2],$$

де $\xi_{\psi k} = \psi_{\psi k} - \psi_{KT}$, $\psi_{\psi k}$ – бажане значення керованої координати, яке необхідно забезпечити системою керування; ψ_{KT} – поточне значення керованої координати об'єкта. Вважаючи $\psi_{\psi k} = 0$, маємо $\xi_{\psi k} = -\psi_{KT}$.

Нехай

$$f_N(\psi_1, \dot{\psi}_1) = \min_{m_{\psi k}} \sum_{k=1}^N [\psi_{\psi k}^2 + \lambda_{\psi} m_{\psi k}^2].$$

Тоді

$$f_1(\psi_1, \dot{\psi}_1) = \min_{m_{\psi_1}} \left[\psi_{K_r}^2 + \lambda_{\psi} m_{\psi_0}^2 \right].$$

Користуючись принципом оптимальності й опускаючи для спрощення запису індекс T , запишемо для $N > 1$ співвідношення

$$f_1(\psi_1, \dot{\psi}_1) = \min_{m_{\psi_1}} \left\{ \left[\psi_1^2 + \lambda_{\psi} m_{\psi_0}^2 \right] + f_{N-1}[\psi_2, \dot{\psi}_2] \right\} = \min_{m_{\psi_1}} \left\{ \psi_1^2 + \lambda_{\psi} m_{\psi_0}^2 + f_{N-1}[\psi_1 + T\dot{\psi}_1; \right. \\ \left. \dot{\psi}_1 - T(K_{\psi\psi}\psi_1 + K'_{\psi\psi}\dot{\psi} + \lambda_{\psi} m_{\psi_1} - \sum_{i=1}^2 K_{\psi r_i}^{(j)} \dot{r}_i^{(j)} + \sum_{j=1}^2 K_{\psi r_i}^{(j)} r_i^{(j)} + K_{m\psi} m_{\psi_1} + K_{F\psi} F_{z1}) \right\}.$$

Якщо припустити, що

$$f_{N-1}(\psi_1, \dot{\psi}_1) = \alpha_{N-1} \psi_1^2 + \beta_{N-1} \psi_1 \dot{\psi}_1 + \gamma_{N-1} \dot{\psi}_1^2,$$

тоді

$$f_{N-1}(\psi_2, \dot{\psi}_2) = \alpha_{N-1} \psi_2^2 + \beta_{N-1} \psi_2 \dot{\psi}_2 + \gamma_{N-1} \dot{\psi}_2^2 = \\ = \alpha_{N-1} (\psi_1 + T\dot{\psi}_1)^2 + \beta_{N-1} (\psi_1 + T\dot{\psi}_1) \left[\dot{\psi}_1 + T(K_{\psi\psi}\psi_1 + K'_{\psi\psi}\dot{\psi} + \right. \\ \left. + \lambda_{\psi} m_{\psi_1} - \sum_{i=1}^2 K_{\psi r_i}^{(j)} \dot{r}_i^{(j)} - \sum_{j=1}^2 K_{\psi r_i}^{(j)} r_i^{(j)} + K_{m\psi} m_{\psi_1} + K_{F\psi} F_{z1}) \right] + \\ + \gamma_{N-1} \left[\dot{\psi}_1 + T(K_{\psi\psi}\psi_1 + K'_{\psi\psi}\dot{\psi} + \lambda_{\psi} m_{\psi_1} - \sum_{i=1}^2 K_{\psi r_i}^{(j)} \dot{r}_i^{(j)} - \sum_{j=1}^2 K_{\psi r_i}^{(j)} r_i^{(j)} + K_{m\psi} m_{\psi_1} + K_{F\psi} F_{z1}) \right]^2,$$

або в загальному випадку

$$f_{N-k}(\psi_{k+1}, \dot{\psi}_{k+1}) = \alpha_{N-k} (\psi_k + T\dot{\psi}_k)^2 + \beta_{N-k} (\psi_k + T\dot{\psi}_k) \left[\dot{\psi}_k + T(K_{\psi\psi}\psi_k + K'_{\psi\psi}\dot{\psi}_k + \right. \\ \left. + \lambda_{\psi} m_{\psi_k} - \sum_{i=1}^2 K_{\psi r_i}^{(j)} \dot{r}_{ik}^{(j)} - \sum_{j=1}^2 K_{\psi r_i}^{(j)} r_{ik}^{(j)} + K_{m\psi} m_{\psi_k} + K_{F\psi} F_{zk}) \right] + \\ + \gamma_{N-k} \left[\dot{\psi}_k + T(K_{\psi\psi}\psi_k + K'_{\psi\psi}\dot{\psi}_k + \lambda_{\psi} m_{\psi_k} - \sum_{i=1}^2 K_{\psi r_i}^{(j)} \dot{r}_{ik}^{(j)} - \right.$$

$$\left. - \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 K_{\psi r_i}^{(j)} r_{ik}^{(j)} + K_{m\psi} m_{\psi k} + K_{F\psi} F_{zk} \right) \quad (14)$$

Мінімізуючи функціонал якості з урахуванням виразу (14), маємо

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \{ \psi_k^2 + \lambda_{\psi} m_{\psi k}^2 + f_{N-k}(\psi_{k+1}, \dot{\psi}_{k+1}) \}}{\partial m_{\psi k}} = \\ & = \beta_{N-k} \lambda_{\psi} T (\psi_k + T \dot{\psi}_k) + 2\gamma \beta_{N-k} \lambda_{\psi} T \left[\dot{\psi}_k + T (K_{\psi\psi} \psi_k + K'_{\psi\psi} \dot{\psi}_k + \right. \\ & \left. + \lambda_{\psi} m_{\psi k} - \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 K_{\psi r_i}^{(j)} r_{ik}^{(j)} - \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 K_{\psi r_i}^{(j)} r_{ik}^{(j)} + K_{m\psi} m_{\psi k} + K_{F\psi} F_{zk} \right) \} = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

де α_{N-k} , β_{N-k} , γ_{N-k} знаходяться з рекурентних співвідношень:

$$\alpha_{N-k} = 1 - \alpha_{N-1} - \frac{\beta_{N-1}^2}{4\gamma_{N-1}}; \quad \beta_{N-k} = 2T\alpha_{N-1} - \frac{T\beta_{N-1}^2}{2\gamma_{N-1}}; \quad \gamma_{N-k} = T^2\alpha_{N-1} - \frac{T^2\beta_{N-1}^2}{4\gamma_{N-1}}.$$

Оскільки $f_1(\psi_1, \dot{\psi}_1) = \psi_1^2$, то $\alpha_1 = 1$, $\beta_1 = 0$, $\gamma_1 = 0$. Тоді

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= 2; \quad \beta_2 = 2T; \quad \gamma_2 = T^2; \\ \alpha_3 &= 2; \quad \beta_3 = 2T; \quad \gamma_3 = T^2; \\ &\dots\dots\dots \\ \alpha_k &= 2; \quad \beta_k = 2T; \quad \gamma_k = T^2; \\ \alpha_{N-k} &= 2; \quad \beta_{N-k} = 2T; \quad \gamma_{N-k} = T^2. \end{aligned}$$

Прирівнюючи до нуля вираз (15) і розв'язавши його відносно $m_{\psi k}$, маємо

$$\begin{aligned} m_{\psi k} &= - \left(\frac{\beta_{N-k} \lambda_{\psi} T}{2\gamma_{N-k} \lambda_{\psi}^2 T^2} + \frac{2\gamma_{N-k} \lambda_{\psi} T^2 k_{\psi\psi}}{2\gamma_{N-k} \lambda_{\psi}^2 T^2} \right) \psi_k - \left(\frac{2\gamma_{N-k} \lambda_{\psi} T^2}{2\gamma_{N-k} \lambda_{\psi}^2 T^2} + \frac{2\gamma_{N-k} \lambda_{\psi} T}{2\gamma_{N-k} \lambda_{\psi}^2 T^2} + \frac{2\gamma_{N-k} \lambda_{\psi} T^2 k'_{\psi\psi}}{2\gamma_{N-k} \lambda_{\psi}^2 T^2} \right) \dot{\psi}_k + \\ &+ \frac{2\gamma_{N-k} \lambda_{\psi} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 k_{\psi r_i}^{(j)}}{2\gamma_{N-k} \lambda_{\psi}^2 T^2} r_{ik}^{(j)} + \frac{2\gamma_{N-k} \lambda_{\psi} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 k'_{\psi r_i}^{(j)}}{2\gamma_{N-k} \lambda_{\psi}^2 T^2} \dot{r}_{ik}^{(j)} - \frac{2\gamma_{N-k} \lambda_{\psi} T^2}{2\gamma_{N-k} \lambda_{\psi}^2 T^2} m_{\psi k} - \frac{2\gamma_{N-k} \lambda_{\psi} T^2 k_{F\psi}}{2\gamma_{N-k} \lambda_{\psi}^2 T^2} F_{zk}. \end{aligned} \quad (16)$$

Підставляючи значення β_{B-k} й γ_{N-k} у вираз (16), отримаємо

$$m_{\psi_k} = -\frac{k_{\psi\psi} T^2 + 1}{\lambda_{\psi} T^2} \psi_k - \frac{k'_{\psi\psi} T^2 + 2}{\lambda_{\psi} T} \dot{\psi}_k + \frac{\sum_{i=1}^2 k_{\psi r}^{(i)}}{\lambda_{\psi}} r_{i_k}^{(i)} +$$

$$+ \frac{\sum_{i=1}^2 k_{\psi r'}^{(i)}}{\lambda_{\psi}} \dot{r}_{i_k}^{(i)} - \frac{k_{m\psi}}{\lambda_{\psi} k_{\psi\delta} k_{cn}} m_{\psi_k} - \frac{k_{F\psi}}{\lambda_{\psi} k_{\psi\delta} k_{cn}} F_{i_k}. \quad (17)$$

Подібно як для каналу ψ знайдемо стратегію оптимального керування квазістаціонарним об'єктом за іншим відхиленням, що зводить до $\min$ функціонал якості

$$J_{Nz} = \min_{m_{z_k}} \sum_{k=1}^N \left[\xi_{z_k}^2 + \lambda_z m_{z_{k+1}}^2 \right],$$

де $\xi_{z_k} = z_{Ж} - z_{КТ}$ – бажане значення відхилення об'єкта керування від розрахункової технологічної траєкторії, яку необхідно забезпечити; $z_{КТ}$ – поточне значення відхилення об'єкта керування. Вважаючи $z_{Ж} = 0$, маємо $\xi_{z_k} = -z_{КТ}$.

Нехай

$$f_N(z_1, \dot{z}_1) = \min_{m_{z_k}} \sum_{k=1}^N \left[z_{K_1}^2 + \lambda_z m_{z_{k+1}}^2 \right].$$

Тоді

$$f_1(z_1, \dot{z}_1) = \min_{m_{z_k}} \left[z_{K_1}^2 + \lambda_z m_{z_2}^2 \right].$$

Користуючись принципом оптимальності, запишемо для $N > 1$ співвідношення

$$f_N(z_1, \dot{z}_1) = \min_{m_{z_k}} \left\{ \left[z_1^2 + \lambda_z m_{z_2}^2 \right] + f_{N-1} \left[z_2, \dot{z}_2 \right] \right\} = \min_{m_{z_k}} \left\{ z_1^2 + \lambda_z m_{z_2}^2 + f_{N-1} \left[z_1 + T\dot{z}_1 + \right. \right.$$

$$\left. + z_1 + T(K_{\psi\psi}\psi_1 + K'_{\psi\psi}\dot{\psi}_1 + \lambda_{\psi} m_{\psi_2} - \sum_{i=1}^2 K_{\psi r}^{(i)} r_{i_1}^{(i)} - \sum_{j=1}^2 K_{\psi r'}^{(j)} \dot{r}_{j_1}^{(j)} + K_{m\psi} m_{\psi_1} + K_{F\psi} F_{z_1}) \right\}. \quad (18)$$

Якщо припустити, що $f_{N-1}(z_1, \dot{z}_1) = \alpha_{N-1} z_1^2 + \beta_{N-1} z_1 \dot{z}_1 + \gamma_{N-1} \dot{z}_1^2$, тоді $f_{N-1}(z_2, \dot{z}_2) = \alpha_{N-1} z_2^2 + \beta_{N-1} z_2 \dot{z}_2 + \gamma_{N-1} \dot{z}_2^2$, або в загальному випадку, з врахуванням (18):

$$\begin{aligned}
f_{N-K}(z_{K+1}, \dot{z}_{K+1}) = & \alpha_{N-1} z_{K+1}^2 + \beta_{N-1} z_{K+1} \dot{z}_{K+1} + \gamma_{N-1} \dot{z}_{K+1}^2 = \alpha_{N-1} (z_K + T \dot{z}_K)^2 + \\
& + \beta_{N-K}(z_K + T \dot{z}_K) \times \left[\dot{z}_K + T \left(k_{z\Psi} \Psi_K + k'_{z\Psi} \dot{\Psi}_K + \lambda_z m_{y_K} - \right. \right. \\
& \left. \left. - \sum_{i=1, j=1}^2 k'_{zr_i} r_i^{(j)} - \sum_{i=1, j=1}^2 k_{zr_i}^{(j)} r_i^{(j)} + k_{m_z} m_{\Psi_K} + k_{F_z} F_{z_K} \right) \right] + \\
& + \gamma_{N-K} \left[\dot{z}_K + T \left(k_{z\Psi} \Psi_K + k'_{z\Psi} \dot{\Psi}_K + \lambda_z m_{y_K} - \sum_{i=1, j=1}^2 k'_{zr_i} r_i^{(j)} - \sum_{i=1, j=1}^2 k_{zr_i}^{(j)} r_i^{(j)} + k_{m_z} m_{\Psi_K} + k_{F_z} F_{z_K} \right) \right]^2 \quad (19)
\end{aligned}$$

Мінімізуючи функціонал якості з урахуванням виразу (19), маємо

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \{ z_K^2 + \lambda_z m_{y_K}^2 + f_{N-K}(z_{K+1}, \dot{z}_{K+1}) \}}{\partial m_{y_K}} = & \beta_{N-K} \lambda_z T (Z_K + T \dot{Z}_K) + 2 \gamma_{N-K} \lambda_z T \times \\
& \times \left[\dot{z}_K + T (k_{z\Psi} \Psi_K + k'_{z\Psi} \dot{\Psi}_K + \lambda_z m_{y_K} - \sum_{i=1, j=1}^2 k'_{zr_i} r_i^{(j)} - \sum_{i=1, j=1}^2 k_{zr_i}^{(j)} r_i^{(j)} + k_{m_z} m_{\Psi_K} + k_{F_z} F_{z_K}) \right] \quad (20)
\end{aligned}$$

Прирівнявши вираз (20) до нуля і розв'язавши його відносно m_{y_K} з урахуванням значень β_{N-K} і γ_{N-K} , маємо

$$\begin{aligned}
m_{y_K} = & \frac{1}{\lambda_z T^2} Z_K - \frac{2}{\lambda_z T} \dot{Z}_K - \frac{k_{z\Psi}}{\lambda_z} \Psi_K - \frac{k_{m_z}}{\lambda_z} m_{\Psi_K} + \frac{\sum_{i=1, j=1}^2 k_{zr_i}^{(j)} r_i^{(j)}}{\lambda_z} + \frac{\sum_{i=1, j=1}^2 k'_{zr_i} r_i^{(j)}}{\lambda_z} - \\
& - \frac{k'_{z\Psi}}{\lambda_z} \dot{\Psi}_K - \frac{k_{F_z}}{\lambda_z} F_{z_K} \quad (21)
\end{aligned}$$

Отримане рівняння описує складові моменту керування m_{y_K} квазістаціонарного об'єкта за координатою z .

З огляду на співвідношення (17) стратегія оптимального (як обраний критерій якості) керування квазістаціонарним об'єктом по каналу z визначається у вигляді

$$U_{z_K} = \frac{1}{\lambda_z k_{z\delta} k_{cn} T^2} Z_K - \frac{2}{\lambda_z K_{z\delta} K_{cn} T} \dot{Z}_K - \frac{k_{z\Psi}}{\lambda_z k_{z\delta} k_{cn}} \Psi_K - \frac{k'_{z\Psi}}{\lambda_z k_{z\delta} k_{cn}} \dot{\Psi}_K +$$

$$+ \frac{\sum_{i=1}^2 k_{zr_i}^{(j)}}{\lambda_z k_{z\partial} k_{cn}} r_{i_k}^{(j)} + \frac{\sum_{i=1}^2 k_{zr_i}^{(j)}}{\lambda_z k_{z\partial} k_{cn}} \dot{r}_{i_k}^{(j)} - \frac{k_{m_z}}{\lambda_z k_{z\partial} k_{cn}} m_{\Psi_k} - \frac{k_{Fz}}{\lambda_z k_{z\partial} k_{cn}} F_{z_k}. \quad (22)$$

Враховуючи умови (1), стратегія оптимального керування для даного класу об'єктів у каналі Ψ визначається алгебраїчною сумою керувань по Ψ і з відповідно, тобто

$$U_{0_k} = U_{\Psi_k} + U_{z_k} = \frac{m_{y_{\Psi_k}}}{k_{\Psi\partial} k_{cn}} + \frac{m_{y_{z_k}}}{k_{z\partial} k_{cn}}, \quad (23)$$

тоді загальна стратегія оптимального згідно обраного критерію якості керування з урахуванням виразів (17), (22) визначиться у вигляді

$$U_{0_k} = - \left(\frac{k_{\Psi\Psi} T^2 + 1}{\lambda_{\Psi} k_{\Psi\partial} k_{cn} T^2} + \frac{K_{Z\Psi}}{\lambda_z k_{z\partial} k_{cn}} \right) \Psi_k - \left(\frac{k'_{\Psi\Psi} T - 2}{\lambda_{\Psi} k_{\Psi\partial} k_{cn} T} + \frac{k'_{z\Psi}}{\lambda_z k_{z\partial} k_{cn}} \right) \dot{\Psi}_k - \frac{1}{\lambda_z k_{z\partial} k_{cn} T^2} z_k - \\ - \frac{2}{\lambda_z k_{z\partial} k_{cn} T} \dot{z}_k + \left(\frac{\sum_{i=1}^2 k_{\Psi r_i}^{(j)}}{\lambda_{\Psi} k_{\Psi\partial} k_{cn}} + \frac{\sum_{i=1}^2 k_{z r_i}^{(j)}}{\lambda_z k_{z\partial} k_{cn}} \right) r_{i_k}^{(j)} + \left(\frac{\sum_{i=1}^2 k'_{\Psi r_i}^{(j)}}{\lambda_{\Psi} k_{\Psi\partial} k_{cn}} + \frac{\sum_{i=1}^2 k'_{z r_i}^{(j)}}{\lambda_z k_{z\partial} k_{cn}} \right) \dot{r}_{i_k}^{(j)} - \\ - \left(\frac{k_{m_{\Psi}}}{\lambda_{\Psi} k_{\Psi\partial} k_{cn}} + \frac{k_{m_z}}{\lambda_z k_{z\partial} k_{cn}} \right) m_{\Psi_k} - \left(\frac{k_{F\Psi}}{\lambda_{\Psi} k_{\Psi\partial} k_{cn}} + \frac{k_{Fz}}{\lambda_z k_{z\partial} k_{cn}} \right) F_{z_k}. \quad (24)$$

Отриманий вираз описує алгоритм оптимального керування квазістаціонарним об'єктом на інтервалі $nT_1 \leq t \leq (n+1)T_1$, параметри якого

$$K_{\Psi} = - \left[\frac{k_{\Psi\Psi} T^2 + 1}{\lambda_{\Psi} k_{\Psi\partial} k_{cn} T^2} + \frac{k_{z\Psi}}{\lambda_z k_{z\partial} k_{cn}} \right], K'_{\Psi} = - \left(\frac{k'_{\Psi\Psi} T + 2}{\lambda_{\Psi} k_{\Psi\partial} k_{cn} T} + \frac{k'_{z\Psi}}{\lambda_z k_{z\partial} k_{cn}} \right), \\ K_{r_i} = - \frac{1}{\lambda_z k_{z\partial} k_{cn} T^2}, K'_{r_i} = - \frac{2}{\lambda_z k_{z\partial} k_{cn} T}, K_{r_i}^{(j)} = \left[\frac{\sum_{i=1}^2 k_{\Psi r_i}^{(j)}}{\lambda_{\Psi} k_{\Psi\partial} k_{cn}} + \frac{\sum_{i=1}^2 k_{z r_i}^{(j)}}{\lambda_z k_{z\partial} k_{cn}} \right], i=1, 2, j=1, 2, \\ K_{r_i}^{(j)} = \left(\frac{\sum_{i=1}^2 k'_{\Psi r_i}^{(j)}}{\lambda_{\Psi} k_{\Psi\partial} k_{cn}} + \frac{\sum_{i=1}^2 k'_{z r_i}^{(j)}}{\lambda_z k_{z\partial} k_{cn}} \right), i=1, 2, j=1, 2, K_m = - \left(\frac{k_{m_{\Psi}}}{\lambda_{\Psi} k_{\Psi\partial} k_{cn}} + \frac{k_{m_z}}{\lambda_z k_{z\partial} k_{cn}} \right),$$

$$K_F = - \left(\frac{k_{m_\Psi}}{\lambda_\Psi k_{\Psi\partial} k_{c\Psi}} + \frac{k_{m_z}}{\lambda_z k_{z\partial} k_{c\Psi}} \right) \quad (25)$$

підлягають налагодженню після кожної ітерації функціонування системи.

Аналіз отриманого виразу показує, що алгоритм оптимального керування

$$U_{0_k} = - \left[\begin{array}{l} K_\Psi \Psi_K + K'_\Psi \dot{\Psi}_K + K_z Z_K + K'_z \dot{Z}_K \\ - \sum_{i=1, j=1}^2 K_{r_i}^{(j)} r_i^{(j)} - \sum_{i=1, j=1}^2 K_{\dot{r}_i}^{(j)} \dot{r}_i^{(j)} + K_m m_{\Psi_K} + K_F F_{ZK} \end{array} \right] \quad (26)$$

описується лінійним нестационарним диференціальним рівнянням у рекурентній формі щодо вимірюваних $\Psi, \dot{\Psi}, z, \dot{z}$ і невимірюваних $r_i^{(j)}, \dot{r}_i^{(j)}, (i, j=1, 2)$ фазових координат, а також збурюючих впливів m_Ψ, F_z , що можуть бути оцінені за допомогою системи фазової ідентифікації.

У цифровій системі знайдений алгоритм оптимального керування реалізується за допомогою ЕОМ, що на ітеративному кроці генерує керуючу послідовність, оптимальну щодо заданого критерію якості I , на обраному інтервалі квазістационарності $nT_1 \leq t \leq (n+1)T_1$.

Для забезпечення оптимальної керуючої послідовності за межами інтервалу квазістационарності необхідно після закінчення часу ітерації перебудовувати параметри регулятора з урахуванням зміни параметрів об'єкта керування так, щоб забезпечувалися стійкість і якість регульованого процесу. Іншими словами, необхідно, щоб на кожній наступній ітерації функціонали якості

$$I_{\Psi_k} = \min_{m_{\Psi_k}} \sum_{k=1}^N [\Psi_k^2 + \lambda_\Psi m_{\Psi_k}^2], I_{z_k} = \min_{m_{z_k}} \sum_{k=1}^N [z_k^2 + \lambda_z m_{z_k}^2],$$

прагнули до $\min$, що забезпечує асимптотичну стійкість за Ляпуновим при належній зміні коефіцієнтів (параметрів) регулятора.

Отже, виникає необхідність вирішення задачі побудови системи аналізу параметричного і фазового стану, що є однією з основних динамічних підсистем адаптивної системи оптимального керування, здатної за результатами аналізу стану нестационарного об'єкта керування в параметричному і фазовому просторі набувати оптимальні щодо обраного критерію якості параметри регулятора, що налаштовується для того, щоб керуючий вплив був найбільш ефективним.

Користуючись отриманим алгоритмом оптимального керування квазістационарним об'єктом (24), математичною моделлю об'єкта керування (1), алгоритмами оцінки параметричного і фазового станів, а також методом побудови системи аналізу станів нестационарного об'єкта керування [10–14], побудуємо адаптивну систему оптимального керування, яка забезпечує стійке функціонування і необхідну якість керування реальним нестационарним динамічним об'єктом.

Для знаходження алгоритмів функціонування системи аналізу стану, а також адаптивної системи оптимального керування нестационарним динамічним об'єктом.

знайдемо алгоритм оцінки стану об'єкта керування в параметричному і фазовому просторі у вигляді

$$\begin{aligned} X_{k+1/k+1} &= \hat{X}_{k+1/k} + K_{k+1}(Y_{k+1} + H \hat{X}_{k+1/k}), X_{k+1/k} = \Phi_{k+1,k} \hat{X}_{k/k} + \Gamma_{k+1,k} Z_K + G_{K+1,K} f_k, \\ K_{K+1} &= P_{K+1/K} H (H P_{K+1/K} H^T + R_{K+1})^{-1} P_{K+1/K} = \\ &= \Phi_{K+1,K} P_{K/K} \Phi_{K+1,K}^T + \Gamma_{K+1,K} Q_K \Gamma_{K+1,K}^T + G_{K+1,K} \theta_K G_{K+1,K}^T, \\ P_{K+1/K+1} &= (I + K_{K+1} H) P_{K+1/K}, \end{aligned} \quad (27)$$

де $\hat{X}_{K/K} = \left[\hat{Z}_{K/K}, \hat{\dot{Z}}_{K/K}, \hat{\Psi}_{K/K}, r_{i_{K/K}}^{(j)}, \hat{\dot{r}}_{i_{K/K}}^{(j)} \right]$ – вектор фазового стану,

$$[\Phi_{K+1,K}]_n = \sum_{\mu=0}^{m-1} \alpha_{\mu} \left\{ A(0) + \sum_{n=1}^N [\Delta a_{ij}]_n \right\}^{\mu}; (i=1,2,\dots,4), (j=1,2,\dots,12),$$

$$[\Gamma_{K+1,K}]_n = \frac{[I + \Phi_{K+1,K}]_n}{2} B_k T; [G_{K+1,K}]_n = \frac{[I + \Phi_{K+1,K}]_n}{2} C_k T;$$

$$A = K = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{z\psi} & k'_{z\psi} & k_{z\eta}^{(1)} & k_{z\eta}^{(1)} & k_{z\eta_2}^{(1)} & k_{z\eta_2}^{(1)} & k_{z\eta_2}^{(2)} & k_{z\eta_2}^{(2)} & k_{z\eta_2}^{(2)} & k_{z\eta_2}^{(2)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{\psi\psi} & k'_{\psi\psi} & k_{\psi\eta}^{(1)} & k_{\psi\eta}^{(1)} & k_{\psi\eta_2}^{(1)} & k_{\psi\eta_2}^{(1)} & k_{\psi\eta_2}^{(2)} & k_{\psi\eta_2}^{(2)} & k_{\psi\eta_2}^{(2)} & k_{\psi\eta_2}^{(2)} \end{bmatrix};$$

$$[\Delta k_{ij}]_n = -\lambda_{ij} \left[\frac{\partial i}{\partial k_{ij}} \right]_n; [k_{ij}]_n = k_{ij}(0) + \sum_{n=1}^N [\Delta k_{ij}]_n;$$

$$\left[\frac{\partial I}{\partial k_{ij}} \right]_n = \frac{2}{T_h} \int_{T_0}^{T_0+T_h} \left[y_0 - \left(\sum_{h=1}^2 y_h + \sum_{h=1}^2 V_h y_h \right) \right]_{n-1} \times \left(\frac{\partial \sum_{h=1}^2 y_h}{\partial k_{ij}} + \frac{\partial \sum_{h=1}^2 V_h y_h}{\partial k_{ij}} \right)_{n-1} dt,$$

$$[V_h]_n = \int_0^{T_0} \left[\frac{W_{ni}(t) F(t)}{W(t)} \right]_{n-1} dt;$$

$$[W_{mi}(t)]_n = W_{mi}(0) + \sum_{n=1}^N [\Delta W_{mi}(t)]_{n-1}; [W(t)]_{n-1} = W(0) + \sum_{n=1}^N [\Delta W(t)]_{n-1}. \quad (28)$$

Тут $F(t)$ – вектор керуючих, зовнішніх і внутрішніх впливів, що збурюються, вектор зовнішніх впливів $F_1(t) = [m_{\psi}]_{F_2}$, що збурюються, заданий у вигляді математичного

чекання на всьому інтервалі функціонування; $F_2(t)$ – вектор внутрішніх впливів, що збуджують; $F_2(t) = [r_{ij}^{(j)}, \dot{r}_{ij}^{(j)}]$ оцінюється системою фазової ідентифікації, що працює відповідно до алгоритму (27).

Алгоритм аналізу станів і прийняття рішень адаптивної системи оптимального керування нестационарним об'єктом подається у вигляді

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial I_0}{\partial y_{M\mu}} \right]_{n+1} &= \frac{2}{T_H} \int_{T_n}^{T_0+T_n} L^{-1} [y_0(P) - W_M(P, y_M) U_0(P)]_n \times \frac{\partial L^{-1} [W_M(P y_M)]_n}{\partial y_{M\mu}} dt, [y_{M\mu}]_n = \\ &= y_{M\mu}(0) + \sum_{n=1}^N [\Delta y_{M\mu}]_n; \\ \left[\frac{\partial I_F}{\partial r_v} \right]_n &= \frac{2}{T_H} \int_{T_n}^{T_0+T_n} L^{-1} [\varepsilon(P, y_{M\mu}, r_v)]_n \frac{\partial L^{-1} [W_P(P, r_v)]_n}{\partial r_v} dt, [\Delta r_v]_n = -\lambda_{\mu_v} \left[\frac{\partial I_F}{\partial r_{\mu}} \right]_n, (v = 1, 2, \dots, 16), \\ [r_v]_n &= r_{\beta v}(0) + \sum_{n=1}^N [\Delta r_v]_n; \quad [\varepsilon(P, y_{M\mu}, r_v)] = \frac{X_{\mathcal{K}}(P)}{1 + W_M(P, y_{M\mu}) W_P(P, r_v)}; \\ [\Delta y_{M\mu}]_n &= -\lambda_{\mu} \left[\frac{\partial I_0}{\partial y_{M\mu}} \right]_n, (\mu = 1, 2, \dots, 26), \end{aligned} \quad (29)$$

де $X_{\mathcal{K}}(P) = [Z_{\mathcal{K}}(P), \Psi_{\mathcal{K}}(P)]$ – вектор бажаних регульованих фазових координат; $r_0 = [K_{\psi}, K'_{\psi}, K_Z, K'_Z, K_{r_i}^{(j)}, K'_{r_i}^{(j)}, K_m, K_F]$ – вектор змінних параметрів регулятора, що настроюються, оптимального керування; $W_P(P, r_v)$ – матрична параметрична передатна функція регулятора адаптивної системи оптимального керування, обумовлена на підставі (26), виразом

$$W_P(P, r_v) = [K_{\psi}, K'_{\psi} P, K_Z, K'_Z P, K_{r_i}^{(j)}, K'_{r_i}^{(j)} P, K_m, K_F],$$

де y_M – вектор змінних параметрів моделі керування, що дорівнює

$$y_M = \left\{ \begin{array}{ll} k_{\psi\psi}, & \mu = 1, \quad k_{\psi r_i}^{(j)}, \quad \mu = 11, \dots, 14, \\ k'_{\psi\psi}, & \mu = 2, \quad k_{z r_i}^{(j)}, \quad \mu = 15, \dots, 18, \\ k_{\psi\delta}, & \mu = 3, \quad k_{r_i}^{(j)}, \quad \mu = 19, \dots, 22, \\ k'_{\psi\delta}, & \mu = 4, \quad k_{m\psi}, \quad \mu = 23, \\ k_{\psi\delta}, & \mu = 5, \quad k_{m_i}, \quad \mu = 24, \\ k_{\psi\delta}, & \mu = 6, \quad k_{F_{\tau}}, \quad \mu = 25, \\ k_{\psi r_i}^{(j)}, & \mu = 1, \dots, 10, \quad k_{F_i}, \quad \mu = 26, \end{array} \right\}, \quad (30)$$

$W_M(P, y_M)$ – матрична параметрична передатна функція об'єкта керування, обумовлена виразом

$$W_M(P, y_M) = \begin{bmatrix} \frac{k_{z\psi}}{p^2 + k'_{\psi\psi} p + k_{\psi\psi}} & 0 & 0 & \frac{k_{z\psi}}{p^2 + k'_{\psi\psi} p + k_{\psi\psi}} \\ \frac{k_{z\delta}}{p^2} & \frac{k_{z\psi}}{p^2} & \frac{k'_{z\psi}}{p^2} & \frac{k_{\psi r_i}^{(j)}}{p^2} \\ \frac{k_{\psi r_i}^{(j)}}{p^2 + k'_{\psi\psi} p + k_{\psi\psi}} & \frac{k_{m\psi}}{p^2 + k'_{\psi\psi} p + k_{\psi\psi}} & \frac{k_{Fz}}{p^2 + k'_{\psi\psi} p + k_{\psi\psi}} & \\ \frac{k_{zr_i}^{(i)}}{p^2} & \frac{k_{mz}}{p^2} & \frac{k_{Fz}}{p^2} & \end{bmatrix}, \quad (31)$$

отриманим з рівнянь

$$\begin{aligned} \psi + k'_{\psi\psi} \dot{\psi} + k_{\psi\psi} \psi &= k_{\psi\delta} \delta + k_{\psi r_i}^{(j)} r_i^{(j)} + k'_{\psi r_i} r_i^{(j)} + k_{m\psi} \dot{m}_\psi + k_F F_z; \\ \ddot{Z} &= k_{z\delta} \delta + k_{z\psi} \psi + k_{z\psi} \dot{\psi} + k_{zr_i}^{(j)} r_i^{(j)} + k'_{zr_i} r_i^{(j)} + k_{mz} \dot{m}_z + k_F F_z, \end{aligned}$$

що описують схему в змінних станах, що є математичною моделлю об'єкта керування; $\lambda_{\mu\nu}$ – коефіцієнт відповідного контуру самонастроювання.

Отримана стратегія адаптивної системи оптимального керування (26)–(29) нестационарним динамічним об'єктом (1) у вигляді системи машинних алгоритмів описує структуру й алгоритм функціонування адаптивної системи, що дозволяє оцінювати параметри об'єкта керування, внутрішні і зовнішні впливи, невимірювані фазові координати об'єкта, аналізувати параметричний і фазовий стан і на їх основі приймати такі рішення про зміну параметрів регулятора, щоб керуючий вплив був найбільш ефективним.

Проведені експериментальні дослідження отриманих алгоритмів на точність і працездатність підтвердили високу ефективність і якість керованого процесу. Отримане математичне і програмне забезпечення адаптивної системи оптимального керування нестационарним динамічним об'єктом впроваджено на підприємствах харчової і хімічної промисловості.

1. Айзерман М.А. Лекции по теории автоматического регулирования. – М.: Физматгиз, 1958.
2. Бесекерский В.Л., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1975. – 768с.
3. Воронов А.А. Основы теории автоматического управления: Особые линейные системы. – М.: Энергоиздат, 1981. – 304 с.
4. Кулик В.Т. Алгоритмизация объектов управления. – К.: Наукова думка, 1975.
5. Наумов Б.Н. Теория нелинейных автоматических систем. – М.: Наука, 1972. – 504с.
6. Фельбаум А.А. Основы теории оптимальных автоматических систем. – М.: Наука, 1962. – 552с.
7. Красовский А.А. Статистическая теория переходных процессов в системах управления. – М.: Наука, 1968. – 240с.
8. Сю Д., Майер А. Современная теория автоматического управления и её применение. – М.: Машиностроение, 1972.

9. Ту Ю. Современная теория управления. – М.: Машиностроение. 1971.
10. Ушаков Е.П. Розробка методу алгоритмічного синтезу адаптивних систем керування нестационарними об'єктами, що задані параметричною функцією / Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка". – 2003. – № 481. – С. 89–94.
11. Ушаков Е.П. Синтез системи оцінок стану об'єкта керування в параметричному і фазовому просторах // Збірник матеріалів конф. "Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах". – Хмельницький, 2003. – С. 23–24.
12. Ушаков Е.П., Чабанюк Ю.А. Відновлення вектора стану нелінійної динамічної системи / Вестник ХГТУ. – Херсон. – 2002. – № 1. – С. 224–230.
13. Ушаков Э.П. Синтез беспорисковых систем идентификации нестационарных объектов управления // Математические модели в образовании, науке и промышленности. – СПб, 2003. – С. 230–235.
14. Ушаков Э.П. Синтез рекуррентного алгоритма оценки фазового состояния линейных нестационарных объектов управления / Материалы межд.научн.–технической конф. "Автоматизация: проблемы, идеи, решения." – Севастополь, 2003. – С. 165–168.

І.Цмоць, С.Стрямець

Національний університет "Львівська політехніка"

УДК 681.325

ПАРАЛЕЛЬНІ АЛГОРИТМИ ТА НВІС-СТРУКТУРИ ОБЧИСЛЕННЯ СУМ ПАРНИХ ДОБУТКІВ

© Цмоць І., Стрямець С., 2003

Розроблено орієнтовані на НВІС-реалізації алгоритми та структури обчислення сум парних добутоків, які реалізують обчислення у базисі елементарних операцій, враховують величину зміни значень операндів і налаштовуються на інтенсивність надходження даних. Оцінено основні параметри розроблених структур.

Algorithms and structures for computing of sums of two-factor products oriented to VLSI realizations are developed. The algorithms and structures realize the calculations in the basis of elementary operations, take into account value of the operand change and adjust for intensity of data inflow intensity. Main parameters of the developed structures are estimated.

Вступ

Серед всієї сукупності операцій, які найчастіше використовуються в алгоритмах цифрової обробки сигналів і нейроалгоритмах, особливої уваги заслуговує операція