

Цифровые и импульсные системы автоматического управления. М., 1964. 5. Хайпер Э., Нерсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи: Пер. с англ. М., 1990. 6. Чуа Л.О., Лин Пен-Мин. Машинный анализ электронных схем: Алгоритмы и вычислительные процедуры: Пер. с англ. М., 1980.

УДК 658.283.1

Никонець Л., Маліновський А., Комаров В., Натальченко В., Черемних Є.
ДУ “Львівська політехніка”, кафедра ЕС

СИНТЕЗУВАННЯ І ТЕСТУВАННЯ МОДЕЛІ ТІЛА ЛЮДИНИ ЯК ЕЛЕМЕНТА ЕЛЕКТРИЧНОГО КОЛА

© Никонець Л., Маліновський А., Комаров В., Натальченко В., Черемних Є., 2000

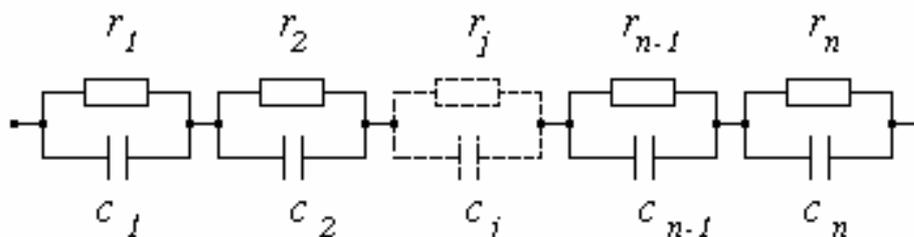
У статті наведений алгоритм синтезування та результати тестування лінійної моделі тіла людини як елемента електричного кола на основі його частотної характеристики.

Дослідження дії електричного струму на людину непрямими методами в широкому діапазоні зміни факторів впливу можливе на основі моделювання явищ, пов'язаних з такою дією.

Експерименти на математичних моделях дають змогу значно скоротити необхідну кількість фізичних експериментів на людях, а також отримати результати в широкому діапазоні зміни параметрів – як людини, так і факторів дії. Особливо цінними можуть бути результати математичних експериментів в діапазоні небезпечних напруг.

Інформаційною базою для розроблення моделі стали власні фізичні експерименти авторів, а також опубліковані результати фізичних експериментів інших дослідників, а також статистика електротравматизму [1, 2]. Використовувались матеріали експериментальних досліджень у вигляді частотних, вольтамперних і амперсекундних характеристик тіла людини.

Запропонована лінійна заступна схема (модель) тіла людини як елемента електричного кола – це ланцюгова схема, кожна j ланка якої складається з паралельно з'єднаних резистора r_j і конденсатора c_j (див. рисунок).



Заступна схема (модель) тіла людини.

Параметри лінійної моделі визначали за частотною характеристикою тіла людини порівнянням одержаного експериментально значення модуля повного опору тіла людини на частоті f_i — $Z_h(\omega_i)$ і модуля комплексного опору заступної схеми $Z_{cx}(\omega_i)$, тобто

$$Z_h(\omega_i) = Z_{cx}(\omega_i) \quad (1)$$

де $\omega_i = 2\pi f_i$ — колова частота.

Використані частотні характеристики знімали на напрузі до 5 В [1], коли ще не проявляється природна нелінійність вольтамперних характеристик тіла людини і одержані моделі адекватно відображають параметри тіла людини в діапазоні малих напруг, у випадку дії великих напруг це відображення є наближеним.

Комплексна провідність однієї RC ланки

$$Y_j = g_j + jb_j = 1/r_j + j\omega_i c_j \quad (2)$$

Перетворимо паралельне з'єднання елементів ланки в еквівалентне послідовне з'єднання елементів з параметрами

$$R_{ji} = \frac{r_j}{1 + \omega_i^2 c_j^2 r_j^2}, \quad X_{ji} = \frac{\omega_i c_j r_j^2}{1 + \omega_i^2 c_j^2 r_j^2}. \quad (3)$$

Тоді модуль комплексного опору моделі

$$Z_h(\omega_i) = \sqrt{R_{\Sigma}^2(\omega_i) + X_{\Sigma}^2(\omega_i)}, \quad (4)$$

де

$$R_{\Sigma}(\omega_i) = \sum_{j=1}^n R_{ji}, \quad X_{\Sigma}(\omega_i) = \sum_{j=1}^n X_{ji} \quad (5)$$

Визначення параметрів n -ланкової моделі на базі частотної характеристики здійснювалось двома методами. Першим була спроба розв'язання системи $2n$ рівнянь типу (4) для множини $2n$ частот характеристики. Другим методом було формування одного рівняння з $2n$ невідомими параметрами моделі (цільової функції) і його розв'язання оптимізаційними методами.

Для формування нелінійної системи рівнянь потрібні дослідні значення повного опору тіла для множини $2n$ частот; на формування цільової функції не накладається ніяких обмежень щодо кількості дослідів.

У загальному вигляді нелінійна система рівнянь відносно вектор-стовпця невідомих параметрів схеми (рисунок) $\vec{X} = (\vec{r}, \vec{c}) = (r_1, r_2, \dots, r_n, c_1, c_2, \dots, c_j, c_n)$, має вигляд $\vec{F}(\vec{X}) = 0$, або в розгорнутій формі

$$\begin{aligned} F_1(\vec{X}) &= \sqrt{R_{\Sigma}^2(\omega_1) + X_{\Sigma}^2(\omega_1)} - Z_h(\omega_1) = 0, \\ F_2(\vec{X}) &= \sqrt{R_{\Sigma}^2(\omega_2) + X_{\Sigma}^2(\omega_2)} - Z_h(\omega_2) = 0, \\ &\dots\dots\dots \\ F_i(\vec{X}) &= \sqrt{R_{\Sigma}^2(\omega_i) + X_{\Sigma}^2(\omega_i)} - Z_h(\omega_i) = 0, \\ &\dots\dots\dots \\ F_{2n}(\vec{X}) &= \sqrt{R_{\Sigma}^2(\omega_{2n}) + X_{\Sigma}^2(\omega_{2n})} - Z_h(\omega_{2n}) = 0; \end{aligned} \quad (6)$$

Для розв'язання цієї системи рівнянь використовувався метод Ньютона. Необхідною умовою збіжності методу Ньютона є невиродженість матриці Якобі в області (\vec{X}^0, \vec{X}^k) для системи рівнянь (6), тобто визначник не дорівнює нулю

$$\det \left[\frac{\partial F}{\partial \vec{X}} \right] \neq 0, \quad (7)$$

Було з'ясовано, що система рівнянь (6) належить до погано зумовлених, про що свідчить невиконання умови (7).

Другий метод визначення параметрів заступної схеми видався вдалішим. Була сформована функція на базі (4) у вигляді

$$C(\vec{X}) = \sum_{i=1}^m \left(\frac{\sqrt{R_{\Sigma}^2(\omega_i) + X_{\Sigma}^2(\omega_i)}}{Z_h(\omega_i)} - 1 \right)^2, \quad (8)$$

тут m – кількість врахованих точок частотної характеристики, а потім цільова функція

$$F(\vec{X}) = \sqrt{\frac{C(\vec{X})}{m}}. \quad (9)$$

Для мінімізації (9) використовувався градієнтний метод. Щоб мінімізувати скалярну функцію $F(\vec{X})$ (9) n -вимірному вектора (\vec{X}) при заданих початкових умовах (\vec{X}^0) , необхідно перевести (\vec{X}) в область, де $F(\vec{X}) < F(\vec{X}^0)$. При цьому невідомо, де знаходиться мінімум функції $F(\vec{X})$. За таких обставин для постійного руху ітераційного процесу до мінімуму необхідно кожний крок здійснювати в напрямку найкрутішого схилу на поверхні відгуку функції $F(\vec{X})$. Напрямок найшвидшого спуску є напрямком, протилежним до градієнта цільової функції

$$\text{grad}F(\vec{X}) = \nabla F(\vec{X}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial F(\vec{X})}{\partial X_1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\partial F(\vec{X})}{\partial X_n} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Отже, отримуємо нову точку

$$\vec{X}^1 = \vec{X}^0 - \alpha \nabla F(\vec{X}^0). \quad (11)$$

Використовуючи початковий крок $\alpha = 1$, збільшуємо α при русі в потрібному напрямі і зменшуємо α зі зміною знака в протилежному випадку (при цьому здійснюється повернення до \vec{X}^{n-1} і виконується нова спроба зі зменшеним кроком). Для мінімізації $F(\vec{X})$ необхідно покроково змінювати (\vec{X}) в напрямку найшвидшого спуску, на підставі використання співвідношення

$$\vec{X}^{n+1} = \vec{X}^n - \alpha \nabla F(\vec{X}^n). \quad (12)$$

Відповідно до алгоритму оптимізації цільової функції $F(\vec{X})$ обчислення завершується, коли значення $F(\vec{X})$ наближається до локального або глобального (нульового) мінімуму з заданою наперед точністю або коли кількість ітерацій стає надмірно великою.

Вдало визначені параметри декількох моделей показали, що однією з проблем є надзвичайно великий простір невідомих (\bar{X}). Так, наприклад, для параметрів однієї зі згаданих моделей співвідношення параметрів R_{max}/C_{min} становить $6,8 \cdot 10^{13}$, для іншої – $3,49 \cdot 10^{13}$.

Зменшити простір невідомих можна зміною базису невідомих, а саме, замість параметрів R - C використати для формування цільової функції параметри R - $1/C$. Уведення нових змінних дозволило зменшити простір невідомих до $R_{max}/(1/C_{min}) \approx 9,9 \cdot 10^5$, тобто майже на вісім порядків у першому випадку та до $1,1 \cdot 10^8$, тобто приблизно на п'ять порядків у другому. Відповідно до такої заміни зазнають зміни і вирази, які використовують для формування цільової функції. Позначивши через $b_j = 1/c_j$, перепишемо (3)

$$R_j = \frac{b_j^2 r_j}{b_j^2 + \omega_i^2 r_j^2}, \quad X_j = \frac{\omega_i b_j r_j^2}{b_j^2 + \omega_i^2 r_j^2}. \quad (13)$$

Для оцінки ефективності програми синтезування моделі і її адекватності було проведено тестування за допомогою математичного експерименту, під час якого були виконані та-кі дії:

- 1) довільно задані параметри $2n$ елементів еталонної моделі;
- 2) для такої моделі за допомогою незалежної програми обчислені координати частотної характеристики;
- 3) використовуючи програму синтезування моделі на основі частотної характеристики, визначені кількість ланок і параметри елементів моделі з контролем синтезу за середньоквадратичним відхиленням частотних характеристик вихідного кола і синтезованої моделі;
- 4) порівняні параметри вихідного і синтезованого кіл;

Таблиця 1

Параметри еталонної і синтезованих моделей

№ ланки	Еталонна модель			Синтезовані моделі											
	R_j , Ом	C_j , мкФ	τ_j , с	1-ланкова			3-ланкова			6-ланкова			9-ланкова		
	R_j , Ом	C_j , мкФ	τ_j , с	R_j , Ом	C_j , мкФ	τ_j , с	R_j , Ом	C_j , мкФ	τ_j , с	R_j , Ом	C_j , мкФ	τ_j , с	R_j , Ом	C_j , мкФ	τ_j , с
1	$1 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^{-1}$	$5 \cdot 10^{-2}$	$4,83 \cdot 10^4$	$9,88 \cdot 10^{-3}$	$4,78 \cdot 10^{-4}$	$1,45 \cdot 10^5$	$8,53 \cdot 10^{-2}$	$1,24 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^{-1}$	$5 \cdot 10^{-2}$	$9,96 \cdot 10^4$	$5,11 \cdot 10^{-1}$	$5,09 \cdot 10^{-1}$
2	$5 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^{-1}$	$1 \cdot 10^{-3}$				$2,69 \cdot 10^4$	$1,38 \cdot 10^{-2}$	$3,71 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^{-1}$	$1 \cdot 10^{-3}$	$5,02 \cdot 10^4$	$1,0 \cdot 10^{-1}$	$5,03 \cdot 10^{-3}$
3	$2 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-3}$				$3,96 \cdot 10^3$	$3,5 \cdot 10^{-3}$	$1,37 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$1,12 \cdot 10^4$	$9,43 \cdot 10^{-2}$	$1,05 \cdot 10^{-3}$
4	$1 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-4}$							$1 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$8,96 \cdot 10^3$	$1,06 \cdot 10^{-1}$	$9,47 \cdot 10^{-4}$
5	$5 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-5}$							$5 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-5}$	$6,34 \cdot 10^3$	$3,24 \cdot 10^{-2}$	$2,05 \cdot 10^{-4}$
6	$1 \cdot 10^3$	$4 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-6}$							$1 \cdot 10^3$	$4 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-6}$	$3,67 \cdot 10^2$	$5,2 \cdot 10^{-2}$	$1,91 \cdot 10^{-4}$
7													$4,99 \cdot 10^3$	$1,0 \cdot 10^{-2}$	$5,0 \cdot 10^{-5}$
8													$2,88 \cdot 10^2$	$1,34 \cdot 10^{-2}$	$3,8 \cdot 10^{-6}$
9													$7,13 \cdot 10^2$	$5,7 \cdot 10^{-3}$	$4,1 \cdot 10^{-6}$

5) за підсумками порівняння зроблені висновки про можливості розробленої програми.

Попередня оцінка програми синтезування моделі засвідчила, що вона досить легко визначає локальні мінімуми, але не здатна самостійно без втручання користувача радикально змінювати сталі часу ланок. Успіх синтезування і його тривалість істотно залежать від нульового наближення розрахункових параметрів. Тому завдання користувача програми полягає в тому, щоб на основі евристичного підходу ввести в обчислювальний процес сильні зовнішні збурення. Такого результату можна досягти, якщо користувач різко (в кілька разів) змінить сталу часу однієї з ланок. У цьому випадку програма веде пошук нового локального екстремуму функції. Якщо внаслідок цих дій досягається результат з вищою точністю – він приймається, якщо ні – програму повертають до вихідного стану.

Як показав досвід, у випадках, коли невідома кількість ланок моделі, що синтезується, доцільно починати з однієї ланки, поступово (в міру потреби) збільшуючи їх кількість.

У табл.1 наведені параметри еталонної шестиланкової лінійної моделі, а її частотна характеристика – в табл.2. Під час досліджень були синтезовані моделі з кількістю ланок від однієї до дев'яти. Для ілюстрації в табл.1 наведені параметри одно-, три-, шести- та дев'ятиланкової моделей, а в табл.2 – їх частотні характеристики.

Оскільки середньоквадратична похибка E частотної характеристики одноланкової моделі становила 36,95 %, вирішено було перейти до дволанкової моделі, похибка зменшилась до 19,17 %. Модель з трьох ланок знизилася похибку E до 9,5 % (табл.2), модель з чотирьох ланок – до 2,63 %, а модель з п'яти ланок – до 0,91 %. Модель у вигляді шести ланок дала змогу скоротити середньоквадратичну похибку до 0,00011 % (табл.2), семиланкова вже збільшила похибку до 0,0022 % , восьми – до 0,0055 % і нарешті дев'ятиланкова зменшила до 0,0026 % (табл.2).

Таблиця 2

Модуль комплексного опору Z_h (Ом) і відхилення опорів синтезованих моделей від еталонного δ (%)

Частота, Гц	Повний опір еталонної моделі Z_h , Ом	Модуль комплексного опору Z_h (Ом) і відхилення опорів синтезованих моделей від еталонного δ (%)							
		1-ланкова		3-ланкова		6-ланкова		9-ланкова	
		Z_h	δ	Z_h	δ	Z_h^*	δ	Z_h^*	δ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	$1.86 \cdot 10^5$	$4.84 \cdot 10^4$	73.99	$1.76 \cdot 10^5$	5.28	$1.86 \cdot 10^5$	0.000	$1.86 \cdot 10^5$	0.000
20	$8.45 \cdot 10^4$	$4.83 \cdot 10^4$	42.87	$9.94 \cdot 10^4$	-17.65	$8.45 \cdot 10^4$	0.000	$8.45 \cdot 10^4$	0.003
30	$7.43 \cdot 10^4$	$4.82 \cdot 10^4$	35.15	$7.61 \cdot 10^4$	-2.45	$7.43 \cdot 10^4$	0.000	$7.43 \cdot 10^4$	-0.007
40	$6.64 \cdot 10^4$	$4.80 \cdot 10^4$	27.72	$6.29 \cdot 10^4$	5.36	$6.64 \cdot 10^4$	0.000	$6.64 \cdot 10^4$	0.002
50	$6.04 \cdot 10^4$	$4.78 \cdot 10^4$	20.88	$5.48 \cdot 10^4$	9.29	$6.04 \cdot 10^4$	0.000	$6.04 \cdot 10^4$	0.005
75	$5.07 \cdot 10^4$	$4.72 \cdot 10^4$	6.87	$4.46 \cdot 10^4$	11.92	$5.07 \cdot 10^4$	0.000	$5.07 \cdot 10^4$	-0.001
100	$4.48 \cdot 10^4$	$4.63 \cdot 10^4$	-3.50	$4.00 \cdot 10^4$	10.60	$4.48 \cdot 10^4$	0.000	$4.48 \cdot 10^4$	-0.009
150	$3.74 \cdot 10^4$	$4.41 \cdot 10^4$	-17.85	$3.56 \cdot 10^4$	4.85	$3.74 \cdot 10^4$	0.000	$3.74 \cdot 10^4$	0.002
200	$3.27 \cdot 10^4$	$4.15 \cdot 10^4$	-26.76	$3.31 \cdot 10^4$	-1.07	$3.27 \cdot 10^4$	0.000	$3.27 \cdot 10^4$	0.003
300	$2.69 \cdot 10^4$	$3.59 \cdot 10^4$	-33.51	$2.92 \cdot 10^4$	-8.47	$2.69 \cdot 10^4$	0.000	$2.69 \cdot 10^4$	-0.002
400	$2.35 \cdot 10^4$	$3.94 \cdot 10^4$	-31.68	$2.59 \cdot 10^4$	-10.22	$2.35 \cdot 10^4$	0.000	$2.35 \cdot 10^4$	-0.002
500	$2.12 \cdot 10^4$	$2.68 \cdot 10^4$	-26.50	$2.31 \cdot 10^4$	-8.83	$2.12 \cdot 10^4$	0.000	$2.12 \cdot 10^4$	-0.001

Продовження табл. 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
600	$1.95 \cdot 10^4$	$2.35 \cdot 10^4$	-20.56	$2.07 \cdot 10^4$	-6.17	$1.95 \cdot 10^4$	0.000	$1.95 \cdot 10^4$	0.001
700	$1.81 \cdot 10^4$	$2.08 \cdot 10^4$	-14.87	$1.87 \cdot 10^4$	-3.19	$1.81 \cdot 10^4$	0.000	$1.81 \cdot 10^4$	0.002
800	$1.69 \cdot 10^4$	$1.86 \cdot 10^4$	9.73	$1.70 \cdot 10^4$	-0.33	$1.69 \cdot 10^4$	0.000	$1.69 \cdot 10^4$	0.002
900	$1.60 \cdot 10^4$	$1.68 \cdot 10^4$	-5.18	$1.56 \cdot 10^4$	2.27	$1.60 \cdot 10^4$	0.000	$1.60 \cdot 10^4$	0.001
1000	$1.51 \cdot 10^4$	$1.53 \cdot 10^4$	-1.16	$1.44 \cdot 10^4$	4.57	$1.51 \cdot 10^4$	0.000	$1.51 \cdot 10^4$	-0.001
2000	$1.03 \cdot 10^4$	$7.94 \cdot 10^3$	22.69	$8.67 \cdot 10^3$	15.56	$1.03 \cdot 10^4$	0.000	$1.03 \cdot 10^4$	-0.003
3000	$8.03 \cdot 10^3$	$5.33 \cdot 10^3$	33.58	$6.79 \cdot 10^3$	15.37	$8.03 \cdot 10^3$	0.000	$8.03 \cdot 10^3$	0.001
5000	$5.64 \cdot 10^3$	$3.21 \cdot 10^3$	43.07	$5.38 \cdot 10^3$	4.72	$5.64 \cdot 10^3$	0.000	$5.64 \cdot 10^3$	0.009
10000	$3.32 \cdot 10^3$	$1.61 \cdot 10^3$	51.58	$3.99 \cdot 10^3$	-20.25	$3.32 \cdot 10^3$	0.000	$3.32 \cdot 10^3$	-0.002
50000	$1.14 \cdot 10^3$	$3.22 \cdot 10^2$	71.79	$1.15 \cdot 10^3$	-0.41	$1.14 \cdot 10^3$	0.000	$1.14 \cdot 10^3$	0.003
100000	$6.48 \cdot 10^2$	$1.61 \cdot 10^2$	75.18	$5.83 \cdot 10^2$	10.04	$6.48 \cdot 10^2$	0.000	$6.48 \cdot 10^2$	-0.001
Сума модулів відхилень	—	—	696.7	—	178.85	—	0.002	—	0.05
Середн. квадрат. відхил.	—	—	36.95	—	9.5	—	$1 \cdot 10^{-5}$	—	0.0026

Примітка: * Різниця між модулями опорів еталонної та синтезованої моделі починається з п'ятої значущої цифри

Найточнішою виявилася синтезована модель з кількістю ланок, що відповідає кількості ланок еталонної моделі. Задання більшої кількості ланок призводить до поділу окремих ланок на дрібніші. Так, наприклад, сума резистансів і ємнісних опорів третьої і четвертої, п'ятої і шостої, восьмої і дев'ятої ланок дев'ятиланкової моделі збігаються з значеннями резистансів і ємнісних опорів відповідно третьої, четвертої і шостої ланок шестиланкової моделі.

Висновки

1. Розроблений алгоритм дає змогу синтезувати лінійну модель тіла людини, яка з високою точністю відтворює частотну характеристику тіла.

2. Синтезовані лінійні моделі можна використати як базові для розроблення нелінійних моделей, що адекватно відтворюють властивості тіла у широкому діапазоні напруг.

1. *Никонець Л.О., Маліновський А.А., Лусяк Г.М. та ін. Частотні характеристики тіла людини // Енергетика и електрифікація. 1999. № 5. С.34–37.* 2. *Biegelmeier G. Die Wirkung des elektrischen Stromes auf den Menschen und der elektrische Widerstand des menschlichen Körperps. VDE-Verlag GMBH, Berlin und Offenbach. 1987. S.29.*