

МАТЕМАТИЧНІ ЗАСАДИ ОБ’ЄКТНО-ОРІЄНТОВАНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОПРИВОДІВ

© Костинюк Л.Д., Мороз В.І., 2007

Запропоновано числово-аналітичний метод з використанням рекурентних формул, які отримані на підставі апроксимацій інтегралу згортки з ненульовими початковими умовами, для об’єктно-орієнтованого моделювання автоматизованих електроприводів.

The object-oriented simulation method of the automatic electric drives using recurrent formulas based on the approximations of the convolution integral with nonzero initial conditions is proposed in this article.

Постановка проблеми. Зростаюча складність комп’ютерних моделей електромеханічних систем вимагає нових підходів до їхньої розробки. Як відповідь у кінці 80-х – на початку 90-х років з’явилася нова методологія програмування – об’єктно-орієнтоване (ОО) програмування (ООП), що дало змогу отримати низку переваг [1]:

- спрощується процес розробки складної моделі через використання принципу побудови структури складного об’єкта з набору простіших структур, які своєю чергою можна отримати з ще простіших;
- процес розробки програми зводиться до розробки необхідних об’єктів та організації взаємодії між ними;
- природніше та зрозуміліше засобами алгоритмічної мови описуються властивості та поведінка об’єктів електромеханічних систем;
- спрощується процес побудови та подальшого розвитку і розширення моделі.

Відповідно до засад ООП під час створення комп’ютерної моделі її динамічні властивості інтегруються в об’єкт, що її описує (у термінах ООП це називається *інкапсуляцією*). Логічною була б інтеграція в цей об’єкт також і дискретної моделі поведінки досліджуваного об’єкта. Ускладнює завдання відсутність спрямованих на ООП математичних підходів для дискретизації неперервних систем, що утруднює пряме використання ООП для реалізації числових методів і змушує це робити із застосуванням штучних прийомів. Як наслідок, створені комп’ютерні моделі позбуваються частини тої елегантності та зручності, яка властива ООП.

Аналіз останніх досліджень. Широке впровадження ОО технологій в сучасне програмне забезпечення робить можливим розробку дуже складних систем, з яких як приклад можна навести математичний пакет MATLAB зі середовищем Simulink [2]. Він є яскравим зразком побудови середовища моделювання на засадах ООП, проте використані в ньому числові методи є традиційними, як і принципи їхнього застосування [3, 4]. Аналіз літератури показує, що далі продовжують широко застосовуватися відомі числові методи не менш як 30-річної давності [3–5].

Використання сучасних способів отримання дискретних моделей за допомогою дискретизації неперервних прототипів ґрунтується переважно на двох підходах:

1) застосування числових методів інтегрування звичайних диференціальних рівнянь – найуживаніший спосіб, бо традиційно неперервний електромеханічний об’єкт описується системою звичайних диференціальних рівнянь [6]. Цей спосіб має низку недоліків [7], зокрема:

- математична модель повинна зводитися до системи диференціальних рівнянь у нормальній формі Коші, що значно ускладнюється за наявності перехресних і зворотних зв'язків;
- необхідно узгоджувати крок інтегрування з величиною області стійкості числового методу, що створює додаткові проблеми з точністю та стійкістю розв'язку;

2) застосування для дискретизації моделі операторних методів, з яких найуживанішим є z-перетворення, цей спосіб є одним з основних інструментів синтезу цифрових регуляторів систем керування [8] і значно рідше застосовується в моделюванні.

Менш відомими є спосіб розв'язування інтегральних рівнянь числовими методами [9] та комбінований операторно-числовий метод з використанням числових апроксимацій для неперервної операції інтегрування [10]. Перший з них є непопулярним через необхідність опису системи інтегральними рівняннями і не має відпрацьованих зручних процедур дискретизації, також йому властиві згадані проблеми традиційних числових методів. Другий спосіб має високі похибки через низький порядок апроксимації та вимагає досить великого обсягу попередньої аналітичної роботи.

Задачею досліджень є розроблення числово-аналітичного підходу для створення ОО моделей у дослідженнях динаміки електромеханічних систем.

Теоретичні засади. Пропонований числово-аналітичний метод для використання в ОО моделях ґрунтується на декількох засадах [11]:

- неперервні передатні функції реальних електромеханічних систем є правильними дробово-раціональними функціями, тому можуть бути розкладені на елементарні складові (елементарні динамічні ланки), які визначаються розташуванням їхніх полюсів на комплексній площині:
 - інтегральна ланка $\frac{1}{T \cdot s}$ – нульовий полюс;
 - аперіодична ланка першого порядку $\frac{K}{T \cdot s + 1}$ – дійсний полюс;
 - ланка другого порядку вигляду $\frac{K + D \cdot s}{T^2 \cdot s^2 + 2\xi \cdot T \cdot s + 1}$ – пара комплексно-спряжених полюсів;
- реакцію системи $y(t)$ на збурення (зовнішній сигнал) $x(t)$ можна подати сумою реакцій кожної елементарної складової (принцип суперпозиції) – це означає, що до розгляду беруться лінійні або лінеаризовані в околі поточної точки електромеханічні системи;
- реакція $y(t)$ на збурення $x(t)$ кожної елементарної складової з імпульсною перехідною характеристикою $w(t)$ описується за принципом суперпозиції інтегралом згортки з ненульовими початковими умовами:

$$y(t) = y_0(t) + \int_0^t x(\tau) \cdot w(t - \tau) d\tau, \quad (1)$$

де $y_0(t)$ – вільна складова елементарної динамічної ланки, що спричинена ненульовими початковими умовами.

Останній пункт вимагає деякого пояснення – традиційно інтеграл згортки розглядається лише для нульових початкових умов, що не дозволяє безпосередньо на його основі розробити придатну для практичного використання рекурентну обчислювальну процедуру, яка завжди ґрунтується на попередньому стані системи (найчастіше ненульовому).

Для знаходження власне інтегралу згортки необхідно знати дві складові:

- 1) імпульсну перехідну характеристику $w(t)$ – найчастіше вже задану своїм аналітичним виразом;
- 2) вираз для сигналу збурення $x(t)$, який найчастіше є довільним, через що не може бути описаний аналітично.

Додатково ускладнити проблему може випадок дискретних систем, коли вхідний сигнал $x(t)$ відомий лише за своїми відліками x_i і тому необхідна його апроксимація. Апроксимація поліномом необхідного порядку дозволяє вирішити і проблему аналітичного опису довільного сигналу $x(t)$ – цей підхід використовується в теорії дискретних систем і відомий як використання фіксаторів відповідного порядку [6].

Не вдаючись до аналізу раціонального значення порядку апроксимаційного полінома (це виходить за межі статті), для побудови моделюючих рекурентних рівнянь використано апроксимацію поліномом першого порядку з таких міркувань:

- 1) ця апроксимація не вносить фазні запізнення у вхідний сигнал [12];
- 2) вона є простою і дає змогу отримати не складні, але водночас достатньо точні для інженерних розрахунків моделювальні рекурентні формули;
- 3) отримані рекурентні рівняння дозволяють, за необхідності, просту зміну кроку дискретизації.

Апроксимації сигналу збурення $x(t)$ поліномом першого порядку $x^*(t) = b \cdot t + a$ є легкою та зрозумілою процедурою і не вимагає значних обчислень [11]:

- За відомими співвідношеннями знаходяться коефіцієнти апроксимації a , b для заданого полінома першого порядку $x^*(t) = b \cdot t + a$ і визначеного інтервалу дискретності h :

$$\begin{cases} b \cdot h + a = x_{i+1}; \\ a = x_i; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{x_{i+1} - x_i}{h}; \\ a = x_i. \end{cases}$$

- У разі необхідності, за відомими таблицями перетворення Лапласа визначається відображення $X(s)$ для знайденої апроксимації сигналу $x^*(t)$ в межах зміни аргументу $t_i \leq t < t_{i+1}$:

$$\begin{aligned} X(s) &= \mathbf{L}(x^*(t)) = \mathbf{L}\left(\frac{x_{i+1} - x_i}{h} \cdot t + x_i\right) = \\ &= \mathbf{L}\left(\frac{x_{i+1} - x_i}{h} \cdot t\right) + \mathbf{L}(x_i) = \frac{x_{i+1} - x_i}{h} \cdot \mathbf{L}(t) + x_i \cdot \mathbf{L}(1) = \\ &= \frac{x_{i+1} - x_i}{h \cdot s^2} + \frac{x_i}{s}. \end{aligned}$$

Знайти повний інтеграл згортки для ненульових початкових умов включно з вільною складовою від ненульових початкових умов $y_0(t)$ дає змогу операторний метод. Для цього до виразу (1) застосовано перетворення Лапласа, зокрема, теорему диференціювання оригіналу, внаслідок чого отримано відображення сумарної реакції $Y(s)$:

$$Y(s) = \mathbf{L}(y(t)) = \frac{C_0(s)}{A(s)} + \frac{B(s)}{A(s)} \cdot X(s) = Y_0(s) + \frac{B(s)}{A(s)} \cdot X(s), \quad (2)$$

де $W(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$ – передатна функція системи (у цьому випадку – елементарної динамічної ланки);

$A(s)$ – характеристичний поліном системи (у цьому випадку – елементарної динамічної ланки); $C_0(s)$ – відображення за Лапласом ненульових початкових умов; $Y_0(s)$ – відображення вільної складової $y_0(t)$ для ненульових початкових умов.

У цьому разі перша складова $\frac{C_0(s)}{A(s)}$ з виразу (2) є відображенням за Лапласом розв'язку для ненульових початкових умов однорідного диференціального рівняння, пов'язаного з характеристичним поліномом $A(s)$. Використовуючи теорему про диференціювання оригіналу, отримаємо відображення $Y_0(s)$ вільної складової $y_0(t)$ для кожної елементарної динамічної ланки, що показано нижче.

Інтегратор має характеристичний поліном $A(s) = T \cdot s$, що дає змогу після використання теореми диференціювання для оригіналу і низки проміжних перетворень записати для інтегральної ланки вільну складову від ненульових початкових умов згідно з рівнянням (1) у вигляді

$$y_0(t) = \mathbf{L}^{-1}\left(\frac{T}{T \cdot s} \cdot y(0)\right) = y(0).$$

Аперіодична ланка першого має характеристичний поліном $A(s) = Ts + 1$, що дає змогу після використання теореми диференціювання для оригіналу і низки проміжних перетворень записати для аперіодичної ланки вільну складову від ненульових початкових умов згідно з рівнянням (1) у вигляді

$$y_0(t) = \mathbf{L}^{-1}\left(\frac{T}{T \cdot s + 1} \cdot y(0)\right) = y(0) \cdot e^{-\frac{t}{T}}.$$

Підставляючи у формулу (2) відображення вільної складової від ненульових початкових умов $Y_0(s)$ для елементарних динамічних ланок та відображення апроксимації сигналу збурення $X(s)$, знаходимо реакції на зовнішнє збурення для кожної з ланок.

Інтегратор – для проміжку часу $t_i \leq t < t_{i+1}$ після алгебричних спрощень отримаємо

$$\mathbf{L}^{-1}\left(\frac{T}{T \cdot s} \cdot y(0) + \frac{1}{T \cdot s} \cdot X(s)\right) \Rightarrow y(t) = y(0) + \frac{h}{2T} (x_i + x_{i+1}).$$

Перейшовши до поточних відліків вихідної координати та підставивши замість змінної t значення інтервалу дискретності h , матимемо рекурентне рівняння для опису динаміки інтегральної ланки:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2T} (x_i + x_{i+1}).$$

Аперіодична ланка – для проміжку часу $t_i \leq t < t_{i+1}$ після алгебричних спрощень отримаємо

$$\mathbf{L}^{-1}\left(\frac{T}{T \cdot s + 1} \cdot y(0) + \frac{1}{T \cdot s + 1} \cdot X(s)\right) \Rightarrow y(t) = y(0) \cdot e^{-\frac{t}{T}} + x_{i+1} - x_i e^{-\frac{t}{T}} - \frac{T}{h} (x_{i+1} - x_i) (1 - e^{-\frac{t}{T}}).$$

Перейшовши до поточних відліків вихідної координати та підставивши замість змінної t значення інтервалу дискретності h , матимемо рекурентне рівняння для опису динаміки аперіодичної ланки

$$\begin{aligned} y_{i+1} &= y_i e^{-\frac{h}{T}} + x_{i+1} - x_i e^{-\frac{h}{T}} - \frac{T}{h} (x_{i+1} - x_i) (1 - e^{-\frac{h}{T}}) = \\ &= y_i e^{-\frac{h}{T}} + \left(\frac{T}{h} - (1 + \frac{T}{h}) \cdot e^{-\frac{h}{T}} \right) \cdot x_i + \left(1 - \frac{T}{h} (1 - e^{-\frac{h}{T}}) \right) \cdot x_{i+1}. \end{aligned}$$

Методику побудови ОО моделі електромеханічної системи з використанням отриманих рекурентних формул зручно показати на простому прикладі моделі двигуна постійного струму для номінального незалежного збудження (рис. 1). Таку модель можна подати конструкцією, яка складена з простіших моделей (див. рис. 2):

- якірного кола – йому відповідає аперіодична ланка першого порядку;
- електромеханічної частини – їй відповідає інтегратор.

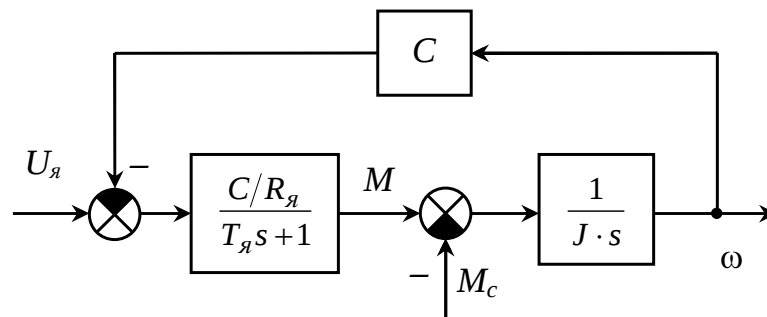


Рис. 1. Структурна модель двигуна постійного струму

Взаємний зв'язок між внутрішніми об'єктами відбувається через проміжні координати – струм якоря $I_я$ та кутову швидкість якоря ω (рис. 2).

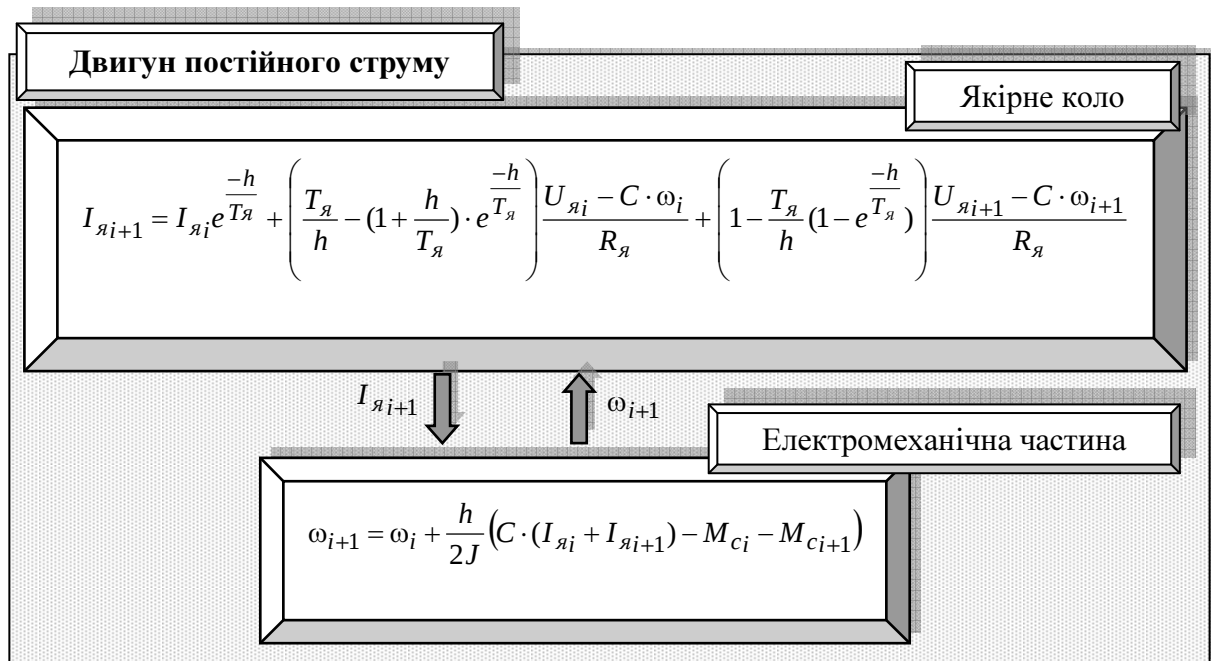


Рис. 2. Об'єктно-орієнтована модель двигуна постійного струму

Отриманий так опис динамічних властивостей двигуна постійного струму у вигляді системи рекурентних рівнянь може легко інтегруватися як метод (*метод* – вжито у термінах ООП) в об'єкт-модель. Як вже було показано в роботах [11, 13], такі рекурентні рівняння є стійкими для будь-якого кроку i у випадку інтегратора мають другий порядок точності, а для аперіодичної ланки (вона є аналогом диференціального рівняння першого порядку) – еквівалентні числовому методу інтегрування звичайних диференціальних рівнянь третього-четвертого порядку.

Окремо потрібно зазначити про моделювання ланки, що відповідає парі комплексно-спряжених полюсів динамічної системи – найчастіше потреби в дискретній моделі саме такого типу нема, бо під час моделювання практично завжди необхідна інформація про поведінку проміжних координат, яку можна отримати лише, подавши модель коливної ланки відповідним поєднанням інтегратора і аперіодичної ланки як показано в [11, 13]. У цьому разі матимемо низку переваг:

- модель коливної ланки як конструкції з інтегратора й аперіодичної ланки є відчутно простішою за отриману безпосередньо за допомогою інтегралу згортки [11, 13];
- забезпечується природний доступ до проміжних координат об'єкта;
- простіший контроль за похибкою відтворення координат моделі;
- вища швидкодія моделі.

Як вже відзначалося вище, у дискретній моделі вхідний сигнал $x(t)$ апроксимується за відліками вхідного сигналу x_i за допомогою поліноміальної апроксимації. Порядок апроксимації, як свідчить практика [4, 12], не варто вибирати вище третього – точність зростає незначно, а апроксимаційний вираз i , відповідно, отримані рекурентні рівняння, відчутно ускладнюються. Докладніший аналіз раціонального порядку апроксимаційного полінома для знаходження моделюючих рекурентних рівнянь на основі інтегралу згортки з ненульовими початковими умовами та порядок точності рівнянь є предметом подальших досліджень.

Висновки. Однією з основних переваг пропонованого способу є можливість відмовитися під час створення моделі від проміжного запису математичної моделі у формі системи звичайних диференціальних рівнянь, а відразу перейти до складання повної моделі з елементарних динамічних ланок як окремих об'єктів, що описані відповідними рекурентними рівняннями. Такий спосіб дає змогу відчутно спростити необхідні обчислення у процесі комп'ютерного моделювання чи в цифровій системі керування.

Враховуючи зростаючу потребу в системах реального часу, які працюють з постійним кроком, використання ОО підходу та пропонованої методики побудови моделюючих рівнянь дасть

зможу розробити складніші та ефективніші керуючі системи та комп'ютерні моделі електромеханічних систем. Запропоновані рекурентні рівняння дають також змогу здійснити просту процедуру зміни кроку дискретизації.

1. Куцук А.С., Плахтина О.Г. Розробка цифрових моделей електромеханічних систем на основі теорії об'єктно-орієнтованого проектування // Вісн. Нац. тех. ун-ту "Харківський політехнічний інститут". – 2005. – Вип. 45. – С. 128–129.
2. MATLAB Help Center. – <http://www.mathworks.com/access/helpdesk>.
3. Shampine L., Reichelt M. The MATLAB ODE Suite. – http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/pdf_doc/otherdocs/ode_suite.pdf.
4. The MathWorks, Inc. Numerical Computing with MATLAB. – 2004. – <http://www.mathworks.com/moler>.
5. Научные ресурсы – Численные методы. – <http://www.scientific.narod.ru/numerical.htm>.
6. Костинюк Л., Мороз В., Паранчук Я. Моделивання електроприводів: Навч. посібник. – Львів: Вид-во Нац. ун-ту "Львівська політехніка", 2004. – 404 с.
7. Мороз В. Особливості застосування числових методів у моделюванні сучасних електроприводів // Теоретична електротехніка. – 2005. – Вип. 58. – С. 130–137.
8. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т. 1: Линейные системы. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 288 с.
9. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы: Справочное пособие. – К.: Наук. думка, 1986. – 544 с.
10. Шитилло В.П. Операторно-рекуррентный анализ электрических цепей и систем. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 312 с.
11. Лозинський О.Ю., Мороз В.І. Синтез і моделювання цифрових електромеханічних систем на основі апроксимацій інтегралу згортки // Сб. тр. конф. "Моделювання-2006 (Simulation-2006)". – К.: Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.С. Пухова НАН України, 16–18 травня 2006. – С. 309–313.
12. Мороз В. Числові інтегратори в цифрових системах керування // Вісн. Нац. ун-ту "Львівська політехніка". – 2006. – № 563. – С. 99–104.
13. Moroz V. Calculations of Electrical Circuits Using the Convolution Integral Approximations // Proc. of VII International Workshop "Computational Problems of Electrical Engineering" CPEE'06 (under auspices IEEE). – 27–30 August 2006. – Ukraine, Odessa. – P. 115–117.

УДК 621.313.333

А.С. Куцук, В.Д. Йовбак

Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра ЕАП

Свялявський технічний коледж

Національного університету харчових технологій

АСИНХРОННИЙ ГЕНЕРАТОР З РЕГУЛЮВАННЯМ ЗБУДЖЕННЯ ТА ШВИДКОСТІ СТРУМОМ РОТОРА

© Куцук А.С., Йовбак В.Д., 2007

Описано схему та алгоритм векторного керування асинхронним генератором у схемі подвійного живлення, що забезпечує регулювання збудження та швидкості обертання генератора струмами ротора з формуванням заданого значення коефіцієнта потужності на виході генератора. Наведено результати математичного моделювання, що демонструють виконання поставлених задач керування.

The scheme and the algorithm of vector control of an asynchronous generator is described, that provides adjusting of excitation and speed of generator by the rotor currents with forming of the set value of a power-factor on the output of generator. The results of mathematical modeling are presented, that demonstrate implementation the set control problems.

Постановка проблеми. Аналіз останніх досліджень. Основними перевагами асинхронних генераторів (АГ) на основі машин подвійного живлення (МПЖ), що робить перспективним їх