

ВИЗНАЧЕННЯ ЖОРСТКОСТІ ПРУЖНОЇ СИСТЕМИ ТА МОМЕНТУ ЗБУРЕННЯ ВІБРАЦІЙНОЇ ПРИТИРАЛЬНОЇ МАШИНИ

© Шпак Я.В., Ланець О.С., Гаврильченко О.В., 2004

На базі математичної моделі резонансної вібраційної притиральної машини наводиться вивід необхідної формули для визначення жорсткості пружної системи та збудючого моменту механічної коливної системи з врахуванням в'язкого опору в системі.

On the base of mathematical model of resonance vibration grind in machine an inference of necessary formula is pointed for determination of inflexibility of the resilient system and revolting moment of the mechanical hesitate system taking into account the viscid resistance in the system.

Вступ. Складність розрахунку резонансних вібраційних притиральних машин з кутовими коливаннями притиру (в цій статті розглядатимуться саме такі машини і надалі для скорочення їх називатимемо вібраційними притиральними машинами) є наявність значних сил дисипації, викликаних взаємодією під час притирання деталей в касетах, правильних кілець, з одної сторони, та притира, з іншої. При проектуванні вібраційних притиральних машин важливо мати максимально точні параметри необхідної сумарної жорсткості, яку повинні забезпечувати пружні системи, амплітудне значення збудючих сил віброзбудника, що діють на механічну коливну систему. Надзвичайно важливо правильно визначити жорсткість пружної системи, оскільки саме від неї залежить роботоздатність усієї конструкції.

Постановка проблеми. Жорсткість та збудюча сила, як показує практика, суттєво залежать від коефіцієнтів дисипації. Тому наявність конкретних аналітичних залежностей, які визначають ці параметри з урахуванням в'язкого опору в системі, є необхідною умовою точного розрахунку при проектуванні вібраційних притиральних машин.

Аналіз останніх досліджень. У літературних джерелах [1, 2] існують спрощені аналітичні формули для визначення збудючих сил з врахуванням дисипації системи. Проведений аналіз літературних джерел не виявив матеріалів, в яких визначається сумарна жорсткість пружної системи з врахуванням коефіцієнтів в'язкого опору.

Постановка задачі. Значення сумарної жорсткості та збудючої сили можна отримати, використовуючи математичну модель вібраційної притиральної машини. Отже, математична модель є основою при розрахунку конструктивних параметрів вібраційної машини. Тут автори, враховуючи систему диференціальних рівнянь, що описує математичну модель вібраційної притиральної машини, виведуть необхідні аналітичні формули для визначення значення сумарної жорсткості пружної системи та необхідного збудючого зусилля, мінімальне амплітудне значення якого повинні розвивати віброзбудники, щоб механічна коливна система працювала на необхідних амплітудах коливань.

Опис та принцип роботи вібраційної притиральної машини. Вібраційна притиральна машина (рис. 1) виконана за двомасовою схемою. Робоча маса – верхня плита 2, до якої жорстко кріпляться якорі 6 електромагнітних віброзбудників, та притир 7, до якого періодично приєднується водило 11 з касетами 8 – здійснюють кутові антифазні коливання відносно реактивної маси у вигляді нижньої плити 1. Верхня 2 та нижня 1 плити зв'язані між собою комбінованою пружною системою, що складається з торсіона 3 типу "колесо білки" і центрального циліндричного торсіона 4.

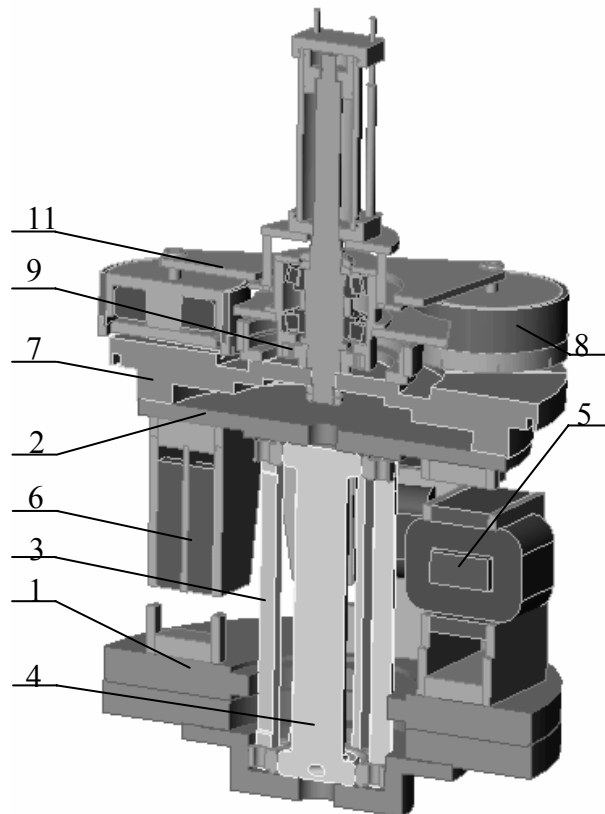


Рис. 1. Просторова модель вібраційної притиральної машини в розрізі

Як привод використовується двотактний електромагнітний віброзбудник, який складається з двох пар електромагнітів, осердя з котушками 5 яких встановлені на нижній плиті, а якорі 6 закріплені до верхньої плити на якій встановлений притир 7. У центрі притира встановлена обгінна муфта 9 одностороннього руху, яка через водило 11 приводить в рух касети 8. Кожна із касет зв'язана з корпусом муфти за допомогою пасових передач. Таким чином касетам з деталями передається плоский рух навколо осі машини і навколо своєї осі.

На рис. 2 наведено схему рухів та взаємодії касет з деталями з притиром. Напівпрозорими поверхнями зображуються деталі, що на цьому етапі є нерухомі.

Так, в перший півперіод (рис. 2, а) коливного руху притира 1 з усередненою кутовою швидкістю $\omega_{пр}$ за рахунок спрацювання обгінної муфти, касети 2, водило 3, кріпильна плита 4, пасові ремені 5 та шківів 6 рухаються з притиром як одне ціле відносно центральної осі z притира. На цьому етапі здійснюється переносний рух касети.

У другий півперіод (рис. 2, б) коливного руху притира, коли обгінна муфта не входить у зачеплення, водило і кріпильна плита нерухомі, за рахунок чого через шківів і пасові передачі на касети передається обертальний рух з усередненою кутовою швидкістю ω_k . На цьому етапі відбувається відносний рух касет – їх обертання відносно притира. Підсумовування рухів касети першого і другого півперіодів утворює плоске переміщення, що і забезпечує неповторюваність сліду.

Для підтримки постійної площинності притира касети оснащені правильними кільцями, які виконують постійну його правку.

Обгінна муфта 9 перетворює кутові коливання притира 7 в обертовий рух водила 11 при якому касети обертаються навколо осі притира і власних осей. Оброблювані деталі завантажуються в сепаратори касет.

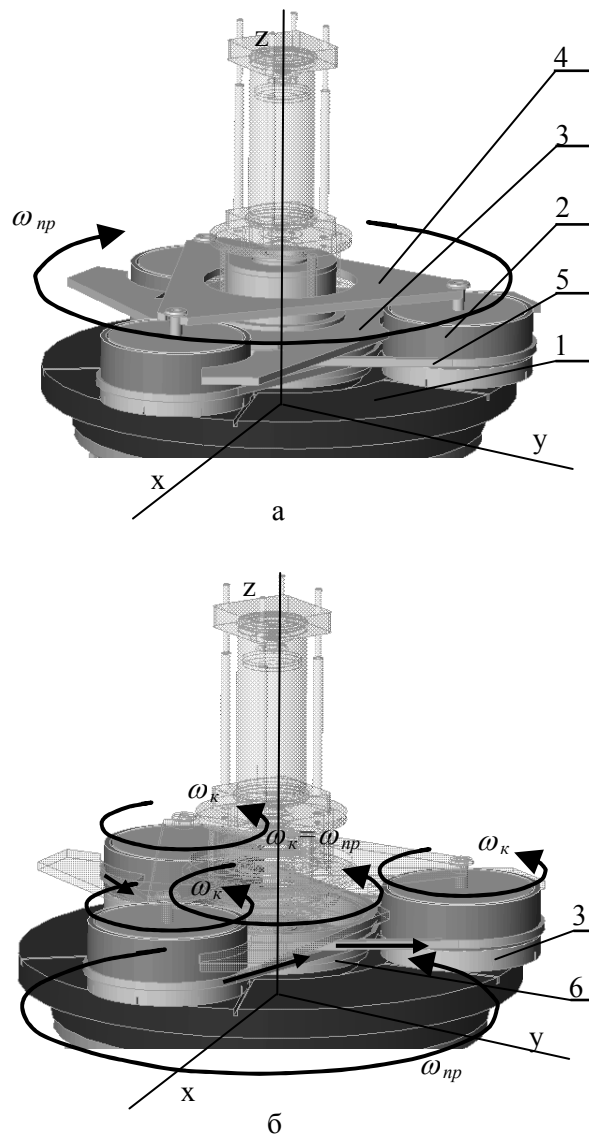


Рис. 2. Схема рухів та взаємодії касет з деталями та притиром

Математична модель вібраційної притиральної машини. Динамічна модель механічної коливної системи вібраційної притиральної машини побудована за двомасовою схемою (рис. 3). Робоча (активна) 1 та нижня (реактивна) 2 коливні маси, детальний опис яких наведений вище, з моментами інерції відповідно $J_{пр}$ та J_p відносно власних центральних осей симетрії під дією збудюючого моменту $M(t) = P_{ел} \cdot r_{ел} \sin \omega t = M \sin \omega t$, що діє в горизонтальній площині xy (тут $P_{ел}$ – амплітудне значення електромагнітного зусилля; $r_{ел}$ – радіус розташування електромагнітних віброзбудників; ω – колова частота вимушених коливань; t – час) здійснюють антифазні кутові коливання в дорезонансному режимі з резонансним налагодженням $z = 0,94 \dots 0,98$ за двома узагальненими координатами відповідно φ_1 та φ_2 , тут φ_1, φ_2 – кутові коливання відповідно верхньої та нижньої коливних мас. Коливні маси з'єднані між собою комбінованою пружною системою 4 з жорсткістю $c_{кр}$ на кручення, що на рис. 3 схематично зображена у вигляді стержня. На коливну систему діють дисипативні сили, для чого в динамічну модель у вигляді демпфера вводяться коефіцієнти в'язкого тертя μ_1 та μ_2 .

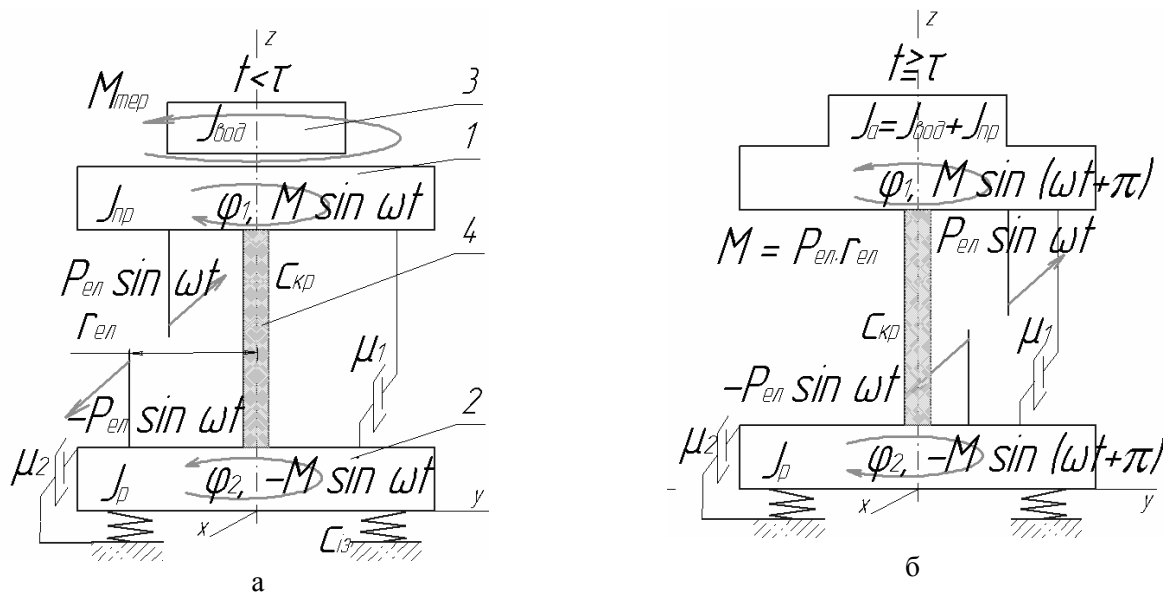


Рис. 3. Двомасова механічна коливна система вібраційної притиральної машини до (а) та після (б) зчеплення приєднувальної маси 3

Під час роботи вібраційної притиральної машини періодично здійснюється зчеплення з верхньою коливною масою та від'єднання від неї приєднувальної маси 3 з моментом інерції відносно власної центральної осі симетрії $J_{вод}$. У сукупності ця маса являє собою водило, шків, пасові ремені, касети з деталями, правильні кільця (див. вище). Враховуючи, що у вібраційній притиральній машині встановлена обгінна муфта односторонньої дії, вважатимемо, що приєднувальна маса повністю зчеплюється з верхньою коливною масою та від'єднується від неї в моменти, коли притир міняє напрямок коливань (у двох крайніх положеннях руху притира).

Другу частину періоду на механічну коливну систему діють сили тертя $M_{тер}$, що спричинені взаємодією деталей в касетах та правильних кілець з поверхнею притира.

Розрахунок збуджуючого моменту електромагнітних віброзбудників M та сумарної жорсткості $c_{кр}$ комбінованої пружної системи. Розглядатимемо роботу при приєднаній масі 3 до верхньої коливної маси (рис. 3, б). У цьому випадку необхідно прикладати найбільше збуджуюче зусилля електромагнітних віброзбудників, а тому розрахунок будемо проводити саме за цією схемою. Система диференціальних рівнянь, яка описує двомасову модель вібраційної притиральної машини, приймаючи, що закон зміни зусилля електромагнітних віброзбудників відбувається за синусоїдальним законом, запишеться у вигляді:

$$\begin{cases} J_a \ddot{\varphi}_1 + c_{кр}(\varphi_1 - \varphi_2) + \mu_1(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) = -P_{ел} r_{ел} \sin \omega t = -M \sin \omega t; \\ J_p \ddot{\varphi}_2 + c_{із} \varphi_2 + c_{кр}(\varphi_2 - \varphi_1) + \mu_2 \dot{\varphi}_2 + \mu_1(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) = P_{ел} r_{ел} \sin \omega t = M \sin \omega t, \end{cases} \quad (1)$$

де $J_a = J_{вод} + J_{пр}$ — момент інерції активної коливної маси, яка є сумою моменту інерції приєднувальної маси $J_{вод}$ та притира $J_{пр}$.

Рівняння рухів за двома незалежними ступенями вільності шукається у вигляді $\varphi_1 = \varphi_1 e^{i\omega t}$ та $\varphi_2 = \varphi_2 e^{i\omega t}$, тут φ_1, φ_2 — амплітудні значення кутових коливань відповідно за узагальненими координатами φ_1, φ_2 . Підставляючи ці вирази в (1) і скоротивши в кожній частині системи рівнянь член $e^{i\omega t}$, отримаємо розв'язок цієї системи рівнянь. У матричному вигляді це розв'язання матиме вигляд:

$$\mathbf{X} = \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{P}, \quad (2)$$

де $\mathbf{X}$ — матриця стовпець невідомих; $\mathbf{C}^{-1}$ — матриця коефіцієнтів при невідомих; $\mathbf{P}$ — матриця стовпець вимушених зусиль. Розписуючи рівняння (2) для цього випадку, маємо:

$$\begin{bmatrix} c_{кр} - J_a \omega^2 + i\mu_1 \omega & -c_{кр} - i\mu_1 \omega \\ -c_{кр} - i\mu_1 \omega & c_{кр} + c_{i3} - J_p \omega^2 + i\mu_2 \omega + i\mu_1 \omega \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -M \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

Розв'язком цієї системи буде:

$$\Phi_1 = \frac{M(J_p \omega^2 - i\mu_2 \omega)}{(-c_{кр} - i\mu_1 \omega)^2 - (c_{кр} - J_a \omega^2 + i\mu_1 \omega)(c_{кр} + c_{i3} - J_p \omega^2 + i\mu_2 \omega + i\mu_1 \omega)};$$

$$\Phi_2 = \frac{-J_a \omega^2 M}{(-c_{кр} - i\mu_1 \omega)^2 - (c_{кр} - J_a \omega^2 + i\mu_1 \omega)(c_{кр} + c_{i3} - J_p \omega^2 + i\mu_2 \omega + i\mu_1 \omega)}. \quad (4)$$

Об'єднавши два вирази (4) та ввівши поняття відносної амплітуди коливань $\Phi_{від} = \Phi_1 + \Phi_2$, значення M знаходитиметься так:

$$M = \Phi_{від} \frac{\left[(-c_{кр} - i\mu_1 \omega)^2 - (c_{кр} - J_a \omega^2 + i\mu_1 \omega)(c_{кр} + c_{i3} - J_p \omega^2 + i\mu_2 \omega + i\mu_1 \omega) \right]}{J_p \omega^2 + J_a \omega^2 - i\mu_2 \omega}. \quad (5)$$

Момент M при параметрах системи:

$$J_p = 12,843 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; J_{np} = 7,217 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; J_{вод} = 3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \omega = 314 \text{ рад/с}; c_{i3} = 0 \text{ Н/м}$$

$$z = 0,96; c_{кр} = ((J_p \cdot J_{np}) / (J_p + J_{np})) (\omega / z)^2 \text{ Н/м}, \tau = 0,2 \text{ с}; \mu_1 = 2000 \text{ Н} \cdot \text{с/м};$$

$\varphi_{вод} = 0,1 \text{ рад}$, $\mu_2 = 0 \text{ Н} \cdot \text{с/м}$; становить $M = 5454 \text{ Н} \cdot \text{м}$, при цьому значення жорсткості $c_{кр}$ визначається з умови резонансу двомасової механічної коливної системи. Для того потрібно, щоб спільний знаменник у рівняннях (4), він же детермінант системи рівнянь (3), дорівнював нулю, ввівши при тому величину резонансного налагодження z , яку приймаємо в межах $z = 0,95 - 0,98$:

$$\left(-c_{кр} - i\mu_1 \frac{\omega}{z} \right)^2 - \left(c_{кр} - J_a \left(\frac{\omega}{z} \right)^2 + i\mu_1 \frac{\omega}{z} \right) \left(c_{кр} + c_{i3} - J_p \left(\frac{\omega}{z} \right)^2 + i\mu_2 \frac{\omega}{z} + i\mu_1 \frac{\omega}{z} \right) = 0. \quad (6)$$

З виразу (6) можна визначити жорсткість $c_{кр}$, задовольнивши умову резонансу:

$$c_{кр} = \left(\frac{\omega}{z} \right) \times \frac{J_a J_p \left(\frac{\omega}{z} \right)^3 - \left(\frac{\omega}{z} \right)^2 (iJ_p \mu_1 + iJ_a \mu_2 + iJ_a \mu_1) - \frac{\omega}{z} (\mu_1 \mu_2 + J_a c_{i3}) + i c_{i3} \mu_1}{J_a \left(\frac{\omega}{z} \right)^2 + J_p \left(\frac{\omega}{z} \right)^2 - i\mu_2 - c_{i3}}. \quad (7)$$

Відмітимо, графіки залежності $c_{кр} = f(\omega)$, при $J_a = J_{np} + J_{вод} = 10,217 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $\omega = 0 \dots 350 \text{ рад/с}$, $\mu_2 = 100 \text{ Н} \cdot \text{с/м}$ та різних значеннях μ_1 наведено на рис. 4. Аналізуючи його, видно, що для точнішого розрахунку жорсткості $c_{кр}$ врахування коефіцієнтів дисипації є обов'язковим.

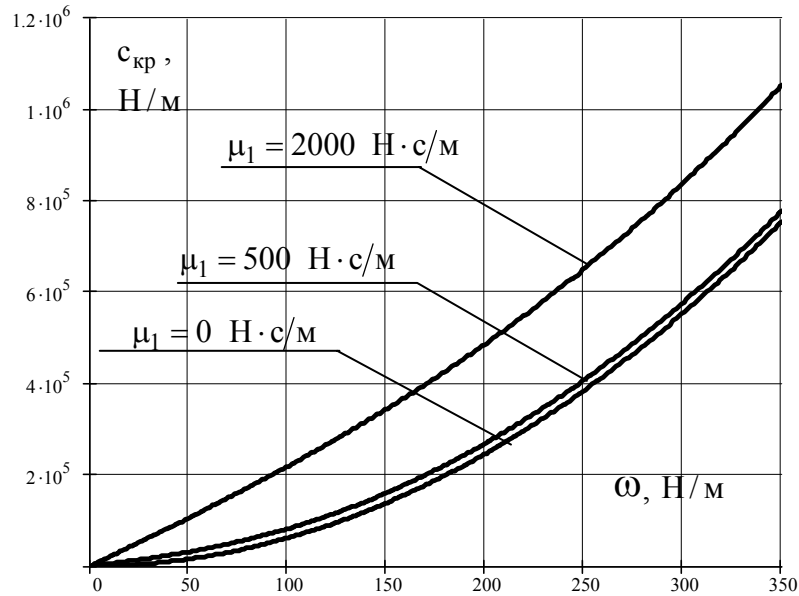


Рис. 4. Графіки $c_{кр} = f(\omega)$ залежно від μ_1

Для спрощення розв'язку системи диференціальних рівнянь (3) знехтуємо жорсткістю c_{i3} та коефіцієнтами дисипації механічної коливної системи μ_1 та μ_2 . У такому випадку (3) переписється у вигляді:

$$\begin{bmatrix} c_{кр} - J_a \omega^2 & -c_{кр} \\ -c_{кр} & c_{кр} - J_p \omega^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -M \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

Розв'язком цієї системи буде:

$$\Phi_1 = \frac{MJ_p \omega^2}{c_{кр}^2 - (c_{кр} - J_a \omega^2)(c_{кр} - J_p \omega^2)}; \quad \Phi_2 = \frac{MJ_a \omega^2}{c_{кр}^2 - (c_{кр} - J_a \omega^2)(c_{кр} - J_p \omega^2)}. \quad (9)$$

Жорсткість $c_{кр}$, задовольнивши умову резонансу $c_{кр}^2 - (c_{кр} - J_a \omega^2)(c_{кр} - J_p \omega^2) = 0$, визначатиметься за виразом:

$$c_{кр} = \frac{J_a J_p}{J_a + J_p} \left(\frac{\omega}{z} \right)^2 = \frac{J_a J_p}{J_a + J_p} \zeta^2, \quad (10)$$

де $\zeta = \omega / z$.

Визначення жорсткості $c_{кр}$ за виразом (10) широко використовується на практиці. У цей вираз не входять параметри дисипації енергії в механічній коливній системі, що дає значну похибку (рис. 4). Неправильно визначений параметр $c_{кр}$ призводить до непрацездатності резонансної вібраційної машини.

Підставивши (10) в (9), отримаємо:

$$\Phi_1 = \frac{MJ_p}{J_a J_p (\zeta^2 - \omega^2)}; \quad \Phi_2 = \frac{MJ_a}{J_a J_p (\zeta^2 - \omega^2)}, \quad (11)$$

тоді

$$\Phi_{\text{від}} = \frac{M(J_a + J_p)}{J_a J_p (\zeta^2 - \omega^2)} = \frac{M z^2 (J_a + J_p)}{J_a J_p \omega^2 (1 - z^2)}. \quad (12)$$

Ввівши поняття приведенного моменту інерції $J_{\text{прив}} = J_a J_p / (J_a + J_p)$ та знайшовши з рівняння (12) амплітудне значення моменту M , отримаємо відомий з літератури вираз [1]:

$$M = \frac{\Phi_{\text{від}} \cdot J_{\text{прив}} \cdot \omega^2}{\mu' z^2}, \quad (13)$$

де $\mu' = 1/(1 - z^2)$ – динамічний коефіцієнт (коефіцієнт зростання коливань). З врахуванням в'язкого опору в формулі (13) динамічний коефіцієнт описується такою формулою $\mu' = \frac{1}{\sqrt{(1 - z^2)^2 + \gamma^2 \cdot z^2}}$,

тут γ – показник опору. Для сталюї пружної системи без конструкційного гістерезису $\gamma = 0,004 - 0,006$; для гумових пружних систем $\gamma = 0,1 - 0,15$.

Простота формули (13) досягнута за рахунок ряду спрощень описаних вище, які вказують на те, що ця формула не є точною, однак для проведення попередніх розрахунків є придатною. Відмітимо, що ця формула широко використовується на практиці.

З формули (13) чітко видно, що необхідне зусилля електромагнітного віброзбудника розраховують під конкретну механічну коливну систему, що описується такими основними параметрами: приведеним моментом інерції $J_{\text{прив}}$; амплітудою відносних коливань $\Phi_{\text{від}}$; ω – коловою частотою вимушених коливань; z – резонансним налагоджуванням; μ' – динамічним коефіцієнтом.

Знаходження жорсткості $c_{\text{кр}}$, що визначається за виразом (7), пропонується проводити ще одним способом. Як відмічено вище, існуючі класичні методики розрахунку жорсткості пружних елементів [1, 2] не враховують коефіцієнта в'язкого опору середовища. Це призводить до похибки у визначенні резонансного налагодження z . Так, загальна жорсткість на кручення пружної системи за класичною методикою визначається за формулою (10). Період власних коливань механічної коливної системи, не враховуючи в'язкого опору, визначатиметься за відомою в літературі [3] формулою:

$$T = 2\pi / \sqrt{\frac{c_{\text{кр}}}{J_{\text{прив}}}}, \quad (14)$$

З врахуванням коефіцієнта в'язкого опору μ , період власних коливань механічної коливної системи визначатиметься за формулою [3]:

$$T^* = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{c_{\text{кр}}}{J_{\text{прив}}} - \left(\frac{\mu}{2J_{\text{прив}}}\right)^2}}. \quad (15)$$

Використовуючи формулу (15), вираз (10) перепишеться у вигляді:

$$c_{\text{кр}}^* = J_{\text{прив}} \left(\frac{c_{\text{кр}}}{J_{\text{прив}}} - \left(\frac{\mu}{2J_{\text{прив}}} \right)^2 \right), \quad (16)$$

де $c_{\text{кр}}^*$ – загальна жорсткість на кручення пружної системи з врахуванням коефіцієнта в'язкого опору

середовища μ . Приймаючи, що $\omega_0^2 = \frac{c_{\text{кр}}}{J_{\text{прив}}}$ та $\hbar = \frac{\mu}{2J_{\text{прив}}}$, вираз (16) можна переписати у вигляді:

$$c_{кр}^* = J_{прив}(\omega_0^2 - \hbar^2) = J_{прив} \left(\left(\frac{\omega}{z} \right)^2 - \hbar^2 \right). \quad (17)$$

Порівняно з формулою (10) жорсткість пружної системи з врахуванням в'язкого опору середовища зменшилась на величину $J_{прив} \hbar^2$. Введемо такий коефіцієнт резонансного налагодження механічної коливної системи z^* , який скомпенсував би зменшення власної частоти коливаний системи, викликане наявністю дисипації в ній.

Переписавши вираз (10) у вигляді:

$$c_{кр} = J_{прив} \left(\left(\frac{\omega}{z^*} \right)^2 - \hbar^2 \right) \quad (18)$$

і прирівнявши праві частини виразів (10) та (18)

$$J_{прив} \left(\frac{\omega}{z} \right)^2 = J_{прив} \left(\left(\frac{\omega}{z^*} \right)^2 - \hbar^2 \right), \quad (19)$$

визначаємо резонансне налагодження механічної коливної системи z^* з врахуванням в'язкого опору середовища μ :

$$z^* = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{z} \right)^2 + \left(\frac{\mu}{2J_{прив}\omega} \right)^2}}. \quad (20)$$

Згідно з новою методикою вираз (10) набере вигляд:

$$c_{кр} = J_{прив} \left(\omega \sqrt{\left(\frac{1}{z} \right)^2 + \left(\frac{\mu}{2J_{прив}\omega} \right)^2} \right)^2. \quad (21)$$

З графіків на рис. 5, де зображено функції залежностей $z^* = f(z, \hbar)$ та $\Delta z = z - z^* = f(z, \hbar)$, видно, що при малих значеннях величини $\hbar$ резонансне налагодження механічної коливної системи z^* з врахуванням в'язкого опору середовища практично не відрізняється від резонансного налагодження z без врахування в'язкості середовища. Зі зростанням в'язкості в механічній коливній системі різниця між z^* та z значно збільшується. При великих значеннях $\hbar$ неврахування в'язкості середовища може призвести до того, що механічна коливна система опиниться в зарезонансній зоні, що викличе непрацездатність усієї вібраційної машини.

Тобто згідно з новою методикою розрахунку пружних систем резонансних вібраційних машинах з електромагнітними віброзбудниками, при визначенні параметрів пружних елементів пропонується замість величини резонансного налагодження z механічної коливної системи використовувати формулу (20). Це дасть змогу правильно скорегувати резонансне налагодження механічної коливної системи.

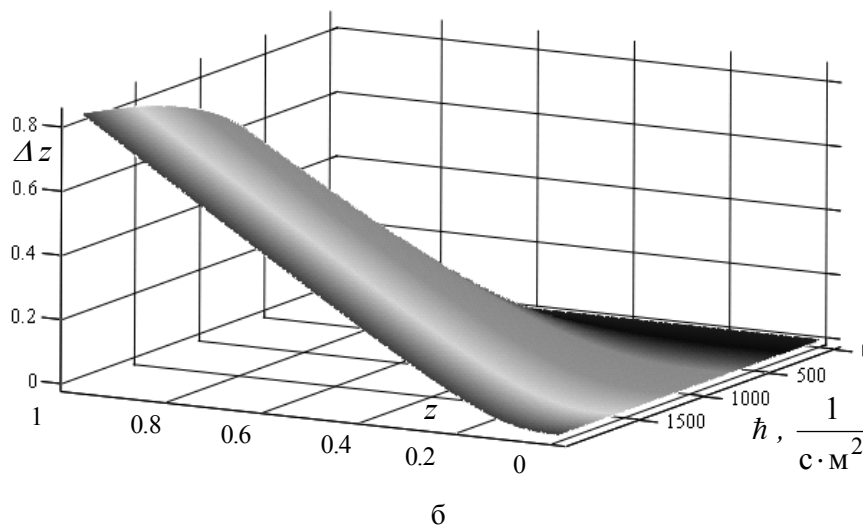
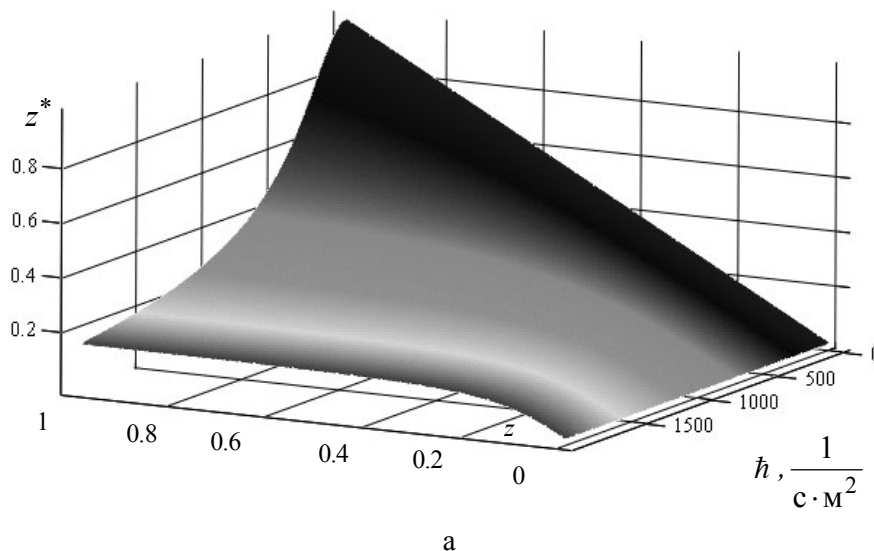


Рис. 5. Функції залежностей $z^* = f(z, h)$ (а) та $\Delta z = z - z^* = f(z, h)$ (б)

Висновок. Наведено аналітичні залежності визначення сумарної жорсткості пружної системи та необхідного збурюючого моменту, мінімальне амплітудне значення якого повинні розвивати віброзбудники, з врахуванням в'язкого опору дозволяють точно розрахувати вібраційну притиральну машину з високими значеннями дисипації в механічній коливній системі, що може значно полегшити процес налагодження готового взірця машини. Ці формули максимально точно враховують специфіку роботи таких машин, а тому саме їх використання дозволить уникнути помилок при виготовленні пружних систем, підборі віброзбудників за необхідним амплітудним значенням збурюючого зусилля. Запропонована аналітична формула визначення резонансного налагодження механічної коливної системи з врахуванням в'язкого опору середовища дає змогу визначати жорсткість пружної системи за класичною формулою, коректуючи резонансне налагодження.

1. Повидайло В.А. Расчет и конструирование вибрационных питателей. – М.: Машигиз, 1962.
2. Повидайло В.А. Принципы создания вибрационных устройств и машин для автоматизированных производств // Всеукраїнський науково-технічний журн.: Вибрації в техніці і технологіях. – 1994. – № 1. – С. 18–27.
3. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. – М.: Наука, 1985.