

УДК 528.3:551.5

С. С. ПЕРІЙ

Кафедра геодезії, Національний університет "Львівська політехніка", вул. С. Бандери, 12, Львів, Україна, 79013, ел. пошта: periy_ss@ukr.net

АПРОБАЦІЯ ЗАСТОСУВАННЯ НЕОДНОЧАСНОГО ДВОСТОРОННЬОГО ТРИГОНОМЕТРИЧНОГО НІВЕЛЮВАННЯ З УРАХУВАННЯМ ВЕРТИКАЛЬНОЇ РЕФРАКЦІЇ

Мета. Актуальним залишається розробка ефективного, економічного та надійного способу тригонометричного нівелювання, який дав би змогу замінити геометричне нівелювання без втрати точності, особливо під час виконання робіт у гірській місцевості. **Методика.** Виконання неодночасного тригонометричного нівелювання із застосуванням сучасних роботизованих електронних тахеометрів дає змогу підвищити точність визначення часткових кутів вертикальної рефракції, використовуючи флуктуації зенітних віддалей та виконуючи спостереження у періоди сталої термічної стратифікації атмосфери. **Результати.** У 2013 році виконані роботи зі створення опорної геодезичної мережі для будівництва Бескидського тунелю. Виконана висотна прив'язка опорних пунктів мережі східного і західного порталів тунелю геометричним нівелюванням II класу цифровим нівеліром DNA03 Leica. Для визначення планових координат і висот опорної мережі проведені лінійно-кутові вимірювання із використанням автоматизованого тахеометра TCRP-1201 Leica. Виконаний порівняльний аналіз геометричного і тригонометричного нівелювання із застосуванням методики врахування вертикальної рефракції за неодночасними двосторонніми спостереженнями зенітних кутів і їх флуктуацій. Виконано врівноваження планово-висотної мережі за виправленими зенітними віддальми. Середня квадратична похибка визначення перевищення за неодночасним двостороннім тригонометричним нівелюванням запропонованою методикою, порівняно із геометричним нівелюванням II класу, становила 1 мм. Уведення поправок у виміряні зенітні віддалі за вертикальну рефракцію на порядок покращують оцінку точності висотної мережі під час її врівноваження. **Наукова новизна.** Запропонована методика неодночасних двосторонніх спостережень у гірських умовах у періоди сталої термічної стратифікації атмосфери на віддаль до 1 км дає можливість замінити геометричне нівелювання II класу. **Практична значущість.** За результатами опрацювання неодночасного двостороннього тригонометричного і геометричного нівелювання виконаний контроль опорної висотної мережі, створеної для будівництва Бескидського тунелю. Показана можливість заміни затратного геометричного нівелювання, особливо у гірській місцевості, неодночасним двостороннім тригонометричним нівелюванням без втрати точності.

Ключові слова: тригонометричне нівелювання; вертикальна рефракція; опорні геодезичні мережі; геометричне нівелювання, роботизований електронний тахеометр.

Вступ

Метод тригонометричного нівелювання безспірно є економічно ефективніший за геометричний. Однак точність тригонометричного нівелювання вважається меншою порівняно з геометричним, переважно, за рахунок вимірів на більші відстані та зменшення вірогідності і точності визначення поправок за вертикальну рефракцію [Учет атмосферных влияний на астрономо-геодезические измерения, Островский А. Л. и др., 1990].

Найточніші результати тригонометричного нівелювання отримують із двосторонніх спостережень. Двостороннє тригонометричне нівелювання передбачає визначення перевищень з

протилежних кінців лінії спостереження. Для цього вимірюють вертикальні кути з двох пунктів спостереження, а також вимірюють або визначають відстані. Розрізняють двосторонні спостереження одночасні, які виконують двома приладами в той самий момент часу, і неодночасні. Перспективними є методи сумісного визначення перевищень із тригонометричного і супутникового GNSS нівелювання [Ceylan A., 2005].

Сучасні електронні тахеометри суттєво підвищують точність і спрощують процеси геодезичних вимірювань. Основна проблема у застосуванні високоточного тригонометричного нівелювання полягає у визначенні та врахуванні вер-

тикальної рефракції у результати спостережень [Островский А. Л., 2007; Дементьев В. Е., 2009].

Перевищення із двостороннього тригонометричного нівелювання обчислюють за виміряними тахеометром величинами похилих відстаней та зенітних кутів без урахування відхилення прямовисних ліній, використовуючи формулу [Баран П. І., 1996]:

$$h_{AB}^{ог.нр.} = \frac{D_{AB} \cos Z_{AB} - D_{BA} \cos Z_{BA}}{2} + \frac{(1 - k_{AB}) D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB} - (1 - k_{BA}) D_{BA}^2 \sin^2 Z_{BA}}{4R} + \frac{(i_A - v_B) - (i_B - v_A)}{2}, \quad (1)$$

де D_{AB} , D_{BA} – похилі відстані, відповідно виміряні між пунктами спостереження, у які уведено поправки за метеорологічні параметри проходження світлового променя; Z_{AB} , Z_{BA} – виміряні відповідно прямо і зворотно зенітні віддалі; i_A , i_B – висоти тахеометра на відповідних пунктах; v_A , v_B – висоти візирних цілей на відповідних пунктах; $R \cong 6380$ км – радіус кривини Землі; k_{AB} , k_{BA} – коефіцієнти вертикальної рефракції по спостережуваній лінії, визначені на пунктах A і B ; $\rho'' = 206265$.

За відповідних умов спостережень, до яких належать: одночасні вимірювання вертикальних кутів, симетричний профіль лінії спостереження, однаковість підстильної поверхні, а також для спрощення обчислень, взаємозворотні коефіцієнти вертикальної рефракції часто прирівнюють $k_{AB} = k_{BA}$. Однак, як показують дослідження [Изотов А. А. 1955] та виконаний аналіз в [Перій С. С., 1990] це не завжди відповідає дійсності. Окрім того, організація одночасних взаємних спостережень потребує велику кількість приладів і виконавців, особливо у мережах, які складаються з багатьох ліній, стає неможливим для виконання. Навіть одночасні спостереження по одній лінії потребують мінімум два високоточні тахеометра та спостерігача. До того ж тригонометричне нівелювання виконують електронними тахеометрами з наведенням на спеціальні відбивачі, що вносить додаткові складності в

організацію одночасності спостережень по тій самій оптичній лінії (спостереження методом труба в трубу не виконуються).

Мета

Актуальним залишається розроблення ефективного, економічного та надійного способу тригонометричного нівелювання, який дав би змогу замінити геометричне нівелювання без втрати точності.

Методика

За результатами односторонніх вимірювань вертикальних кутів та похилих відстаней можна обчислити перевищення h^1 без урахування вертикальної рефракції за відомими формулами [Баран П. І., 1996]:

$$h_{AB}^1 = D_{AB} \cos Z_{AB} + \frac{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}{2R} + i_A - v_B, \quad (2)$$

і

$$h_{BA}^1 = D_{BA} \cos Z_{BA} + \frac{D_{BA}^2 \sin^2 Z_{BA}}{2R} + i_B - v_A. \quad (3)$$

Підставивши (2) і (3) в (1), отримаємо формулу для двостороннього нівелювання:

$$h_{AB}^{ог.нр.} = \frac{h_{AB}^1 - h_{BA}^1}{2} - \frac{k_{AB} D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB} - k_{BA} D_{BA}^2 \sin^2 Z_{BA}}{4R}. \quad (4)$$

Аналіз залежності (4) показує, що за умови прийняття однакового впливу вертикальної рефракції на взаємні спостереження $k_{AB} \approx k_{BA}$, для багатьох випадків на практиці визначають уточнене перевищення, відповідно (4), як середнє $\bar{h}_{AB}$ із величин прямого h_{AB}^1 і зворотного h_{BA}^1 перевищень [Изотов, А. А. 1955], [Баран П. І., 1996]:

$$\bar{h} = \frac{h_{AB}^1 - h_{BA}^1}{2}. \quad (5)$$

Другий доданок формули (4) вносить поправку у виміряне перевищення із двостороннього тригонометричного нівелювання за неоднаковість вертикальної рефракції в прямому і зворотному напрямках спостереження.

Для вимірів, які проведені неодноразово, визначення цієї поправки для двосторонніх спостережень по тій самій лінії та майже однакових висот відбивачів і інструмента, залежність (4) можна спростити:

$$h_{AB}^{ос.нр.} = \bar{h} - (k_{AB} - k_{BA}) \frac{\bar{D}^2 \cdot \sin^2 Z}{4R}, \quad (6)$$

де
$$\bar{D} = \frac{D_{AB} + D_{BA}}{2};$$

$$\sin Z = \frac{\sin Z_{AB} + \sin Z_{BA}}{2} \cong \sin Z_{AB} \cong \sin Z_{BA} \approx 1.$$

З урахуванням останнього, отримаємо спрощену формулу двостороннього тригонометричного нівелювання по заданій лінії з застосуванням електронних тахеометрів:

$$h_{AB}^{ос.нр.} = \bar{h} - (k_{AB} - k_{BA}) \frac{\bar{D}^2}{4R}, \quad (7)$$

яка показує, що для двостороннього тригонометричного нівелювання достатньо визначити прямо і зворотно перевищення і бажано знати різницю коефіцієнтів вертикальних рефракцій на пунктах спостереження, отриманих у періоди спостережень.

Мінімальні значення самої величини різниці рефракцій $(k_{AB} - k_{BA})$ спостерігаються у періоди спокійних зображень, похмурну погоду, а також під час спостережень по лініях із великими висотами променя над підстильною поверхнею.

Другий підхід до підвищення точності нівелювання полягає у абсолютних визначеннях вертикальних рефракцій на момент спостережень вертикальних кутів. Безпосередньо це може бути виконано за допомогою спеціальних дорогих рефрактометрів, так і відповідних методик спостережень.

Одна із методик полягає у визначенні часткових рефракцій із двосторонніх спостережень.

Двосторонні спостереження дають змогу визначити сумарний кут вертикальної рефракції $\sum r$ за вимірними вертикальними кутами із взаємних вимірювань [Изотов, А. А., 1955], [Учет атмосферных влияний на астрономо-геодезические измерения, Островский А. Л. и др., 1990] або за обчисленими перевищеннями із (2), (3):

$$\sum r = r_A + r_B = \frac{(h_{AB}^1 + h_{BA}^1)R}{D \cdot \sin^2 Z}. \quad (8)$$

Враховуючи залежність між кутом і коефіцієнтом вертикальної рефракції [Изотов, А. А. 1955]:

$$k = r \frac{2R}{D}, \quad (9)$$

отримують середнє інтегральне значення коефіцієнта вертикальної рефракції $\bar{k}_{AB}$ із взаємних спостережень [Літинський В. О., 2006]:

$$\bar{k} = \frac{k_{AB} + k_{BA}}{2} = \frac{(h_{AB}^1 + h_{BA}^1)R}{D^2 \sin^2 Z}. \quad (10)$$

Геометричний зміст сумарного кута вертикальної рефракції $\sum r$, залежно від термічної стратифікації атмосфери, показано на (рис. 1–3).

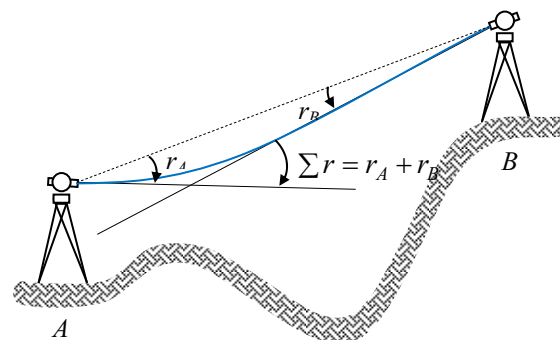


Рис. 1. Сумарний кут вертикальної рефракції $\sum r$ за сталої нестійкої стратифікації атмосфери
Fig. 1. Total vertical angle of refraction when constant unstable stratification of the atmosphere

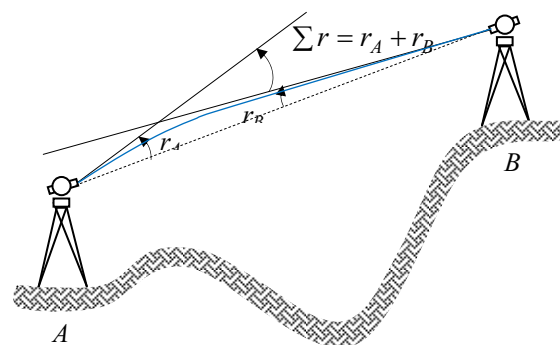


Рис. 2. Сумарний кут вертикальної рефракції $\sum r$ за сталої стійкої стратифікації атмосфери
Fig. 2. Total vertical angle of refraction when constant stable stratification of the atmosphere

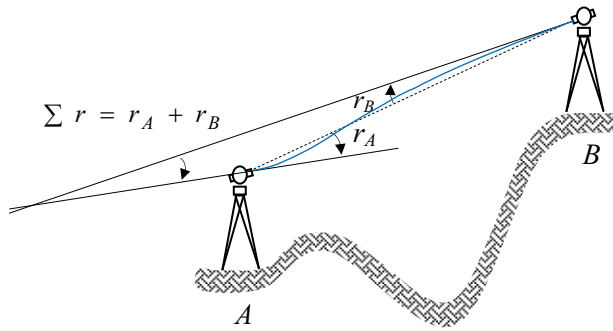


Рис. 3. Сумарний кут вертикальної рефракції $\sum r$ за різних стратифікацій атмосфери на пунктах спостереження

Fig. 3. Total vertical angle of refraction when various stratifications of the atmosphere at observation stations

Знаючи середнє інтегральне значення коефіцієнта вертикальної рефракції, можна визначити часткові [Учет атмосферных влияний на астрономо-геодезические измерения, Островский А. Л. и др., 1990], використавши коефіцієнт рефракційного співвідношення q [Перій С. С., 1990]:

$$k_{AB} = k_{nAB} + \frac{2q}{q+1} (\bar{k} - \bar{k}_n), \quad (11)$$

$$k_{BA} = k_{nBA} + \frac{2}{q+1} (\bar{k} - \bar{k}_n), \quad (12)$$

де $\bar{k}_n = \frac{k_{nAB} + k_{nBA}}{2}$ – середнє значення нормального коефіцієнта рефракції, а k_{nAB} та k_{nBA} коефіцієнти нормальної вертикальної рефракції, обчислюють за виміряними на пунктах спостереження значеннями атмосферного тиску P в мбар і температури атмосферного повітря $T = (273,15^\circ + t^\circ \text{C})$ в градусах Кельвіна (K) за умови сухоадіабатичного градієнта температури в сухій атмосфері $\gamma_{\text{адіаб.}} = 0,0098 \text{ K/m}$ використовуючи залежність [Изотов А. А., 1955]:

$$k_n = 12,27 \frac{P}{T^2}. \quad (13)$$

Коефіцієнт рефракційного співвідношення для двосторонніх спостережень – це відношення аномальних частин вертикальної рефракції [Перій С. С., 1990]. Для двосторонніх спостережень записують:

$$q = \frac{k_{\text{ан AB}}}{k_{\text{ан BA}}}. \quad (14)$$

Відомо, що коливання зображень візирних цілей є функцією від флуктуацій показника заломлення вздовж лінії спостереження [Татарский В. И., 1967; Brunner F., 1979; Деметьев В. Е., 2009].

За дослідженнями [Перій С. С., 1990], запропоновано коефіцієнт рефракційного співвідношення визначати за флуктуаціями зенітних віддалей під час їх вимірювання:

$$q = \frac{m_{Z_{AB}}^b}{m_{Z_{BA}}^b}, \quad (15)$$

де $m_{Z_{AB}}$ і $m_{Z_{BA}}$ – середньоквадратичні флуктуації вимірювання зенітних віддалей на кінцях лінії, обчислені з прийомів спостережень вертикальних кутів, b – степінь, який залежить від стратифікації атмосфери і може змінюватись від 1 до 3 (для стійкої стратифікації $b \approx 1$).

Знайдемо різницю часткових коефіцієнтів вертикальних рефракцій, для цього використаємо рівняння (11) і (12). Після нескладних перетворень отримаємо:

$$k_{AB} - k_{BA} = 2 \left(\frac{q-1}{q+1} \right) (\bar{k} - \bar{k}_n) + k_{nAB} - k_{nBA}. \quad (16)$$

Враховуючи (16) і (10), запишемо (6) у вигляді:

$$h_{AB}^{\text{де.мр.}} = \frac{h_{AB}^1 - h_{BA}^1}{2} - \left(\frac{q-1}{q+1} \right) \left(\frac{h_{AB}^1 + h_{BA}^1}{2} - 6,14 \frac{\bar{P}}{T^2} \frac{D^2 \cdot \sin^2 Z}{R} \right). \quad (17)$$

Нехтуючи значеннями впливу нормальної рефракції (13) і підставивши (15) в (17), отримаємо наближену формулу визначення перевищення із двостороннього тригонометричного нівелювання з урахуванням вертикальної рефракції за неодноразовими вимірами перевищень h^1 без врахування рефракції із використанням флуктуацій зенітних віддалей:

$$h_{AB}^{\text{де.мр.}} = \frac{h_{AB}^1 - h_{BA}^1}{2} - \left(\frac{m_{Z_{AB}} - m_{Z_{BA}}}{m_{Z_{AB}} + m_{Z_{BA}}} \right) \left(\frac{h_{AB}^1 + h_{BA}^1}{2} \right). \quad (18)$$

Прийнявши, що похибки вимірювання ліній сучасними тахеометрами несуттєво (порівняно з похибками вимірювання вертикальних кутів) впливають на точність визначення перевищень і похибки вимірювання висот приладів та

відбивачів можна вилючити повністю, тоді, на основі (7) і (2, 3), запишемо спрощену формулу оцінки точності двостороннього тригонометричного нівелювання [Літинський В. О., 2013]:

$$m_h^{\text{дв.тр.}} = \sqrt{\frac{\overline{D}^2}{2\rho^2} m_z^2 + \frac{\overline{D}^4}{16R^2} m_{\Delta k}^2}, \quad (19)$$

де $m_h^{\text{дв.тр.}}$ – с. к. п. визначення перевищення із двосторонніх вимірювань; m_z – с. к. п. вимірювання вертикальних кутів; $m_{\Delta k}$ – с. к. п. визначення різниці коефіцієнтів вертикальних рефракцій.

Аналіз (17–19) показує, що на точність двостороннього тригонометричного нівелювання, переважно, впливає точність вимірювання зенітних відстаней і точність визначення різниці вертикальних рефракцій.

Підвищення точності двостороннього тригонометричного нівелювання полягає у зменшенні впливу другого члена формули (6), або підвищення точності визначення різниці коефіцієнтів вертикальних рефракцій.

Результати

У 2013 році виконані роботи зі створення опорної геодезичної мережі для будівництва Бескидського тунелю. Програмою робіт передбачалось виконання геометричного нівелювання II класу цифровим нівеліром DNA03 Leica (рис. 4) з прив'язки пунктів планово-висотної мережі східного і західного порталів тунелю та нівелювання чинного тунелю з ціллю передачі висот між ними.

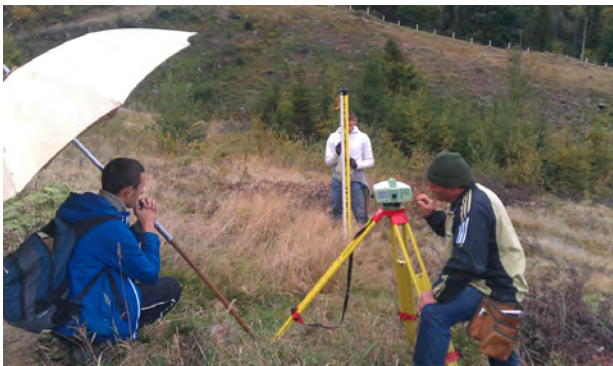


Рис. 4. Виконання геометричного нівелювання в гірських умовах

Fig. 4. Implementation of geometric leveling in mountain conditions

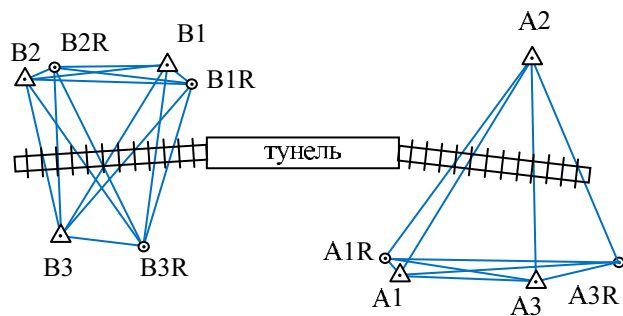


Рис. 5. Схема лінійно-кутової мережі Бескидського тунелю

Fig. 5. Scheme of linear-angular network of Beskid tunnel

Для визначення планових координат опорної мережі застосовували лінійно-кутові вимірювання автоматизованим тахеометром TCRP-1201 Leica та GNSS спостереження одночасно чотирма двохчастотними приймачами Leica за спеціальною програмою для прив'язки західного і східного порталів тунелю.

Лінійно-кутові вимірювання проведені за програмою, яка складалась із 8 прийомів вимірювання усіх кутів і довжин ліній мережі (рис. 5) при двох положеннях вертикального круга тахеометра. Наведення тахеометра на відбивачі виконувалось автоматично із застосуванням спеціальної функції тахеометра – спостереження на максимум відбитого сигналу. Висоти тахеометра і відбивачів визначались за допомогою нівеліра. Вимірювання виконані протягом двох днів, окремо для мережі із В (західного portalу) та А (східного portalу) пунктів. Неодночасні спостереження характеризувались сонячною погодою із встановленою нормальною стратифікацією атмосфери із невеликими коливаннями зображень за рахунок великої висоти променя над підстильною поверхнею (рис. 6, 7).

Автоматизовані вимірювання, виконані на пунктах, дали можливість використати виміряні зенітні віддалі для неодногочасного двостороннього тригонометричного нівелювання по лініях спостереження.

Виконано попереднє опрацювання результатів спостережень довжин ліній і кутів. Обчислені середні значення та середні квадратичні похибки вимірюваних величин із прийомів вимірювань. Уведені поправки за метео-

рологічні умови спостережень на момент виконання вимірів та у середні значення зенітних відстаней із урахуванням часткових кутів рефракцій (11, 12), визначених за відомою формулою:

$$Z^{амр.} = Z + k \frac{D}{2R} . \quad (20)$$



Рис. 6. Вид з пункту A1 на пункти A2 та A3
Fig. 6. View from the point A1 to A2 and A3 points



Рис. 7. Вид з пункту B2 на пункти B1 та B3
Fig. 7. View from the point B2 to B1 and B3 points

Врівноваження вимірів опорної геодезичної мережі для будівництва Безкидського тунелю виконано за допомогою програмного комплексу Credo_DAT. За результатами врівноваження мережі отримані середні квадратичні похибки положення пунктів M_X і M_Y відповідно по осям X і Y та загальні похибки планового положення пунктів за формулою: $M = \sqrt{(M_X)^2 + (M_Y)^2}$, які наведені в табл. 1. Для порівняння наведені середні квадратичні похибки врівноважених висот пунктів M_H .

Таблиця 1

**Оцінка планово-висотного положення
пунктів опорної мережі Безкидського тунелю
за результатами врівноваження**

Table 1

**Evaluation of planning and high-rise provisions
of paragraphs of the Beskyd tunnel core
network by the results of balancing**

Пункт	$M_X (м)$	$M_Y (м)$	$M (м)$	$M_H (м)$
A1R	0,0002	0,0015	0,0015	0,0000
A2	0,0016	0,0003	0,0016	0,0001
A3	0,0017	0,0013	0,0022	0,0001
A3R	0,0017	0,0013	0,0021	0,0001
B1	0,0011	0,0017	0,0021	0,0003
B1R	0,0011	0,0017	0,0020	0,0003
B2R	0,0004	0,0014	0,0015	0,0000
B3	0,0003	0,0021	0,0021	0,0002
B3R	0,0006	0,0026	0,0027	0,0003

Аналіз табл. 1 показує на отримані високоточні результати вимірювання та врівноваження. Зокрема зауважимо, що висотне положення пунктів, за результатами врівноваження, на порядок вище за планове. Це стало можливим за рахунок уведення поправок у виміряні зенітні відстані за вертикальну рефракцію (20).

Аналогічна методика вимірювань і їх опрацювання була застосована для моніторингових спостережень лінійно-кутової мережі Дністровської ГАЕС [Третьак К. Р., 2013; Tretyak K. P., 2015]. Результати врівноваження мережі аналогічні до отриманих на полігоні Безкидського тунелю.

У табл. 2 виконано порівняльний аналіз виміряних перевищень із геометричного і тригонометричного нівелювання.

У табл. 2 наведено осереднені значення похилих відстаней $\bar{D}$; перевищення, виміряні з геометричного нівелювання $h^{geom.}$ та обчислені за (18) перевищення із двостороннього неодноразового тригонометричного нівелювання $h^{дв.тр.}$, а також перевищення $h^{спів.}$, які отримані із врівноваження мережі за виправленими за вертикальну рефракцію зенітними відстанями. Усі лінійні величини у табл. 2 наведені в метрах.

Таблиця 2

Порівняння перевищень, визначених геометричним і тригонометричним нівелюванням

Table 2

Comparison of exceeding defined with geometric and trigonometric leveling

Назви ліній		$\bar{D}$	k	$h^{geom.}$	$h^{dv.тр.}$	$h^{триг.$	$\Delta(h^{dv.тр.} - h^{geom.})$	$\Delta(h^{триг.} - h^{geom.})$
A1	A1R	5,408		-0,8450	-0,8467	-0,8467	-0,0017	-0,0017
A1	A2	431,538	0,17	-22,5380	-22,5385	-22,5387	-0,0005	-0,0007
			0,30					
A1	A3	433,628	0,07	-46,3884	-46,3897	-46,3888	-0,0013	-0,0004
			0,07					
A1	A3R	410,578	0,05	-46,0115	-46,0125	-46,0123	-0,0010	-0,0008
			0,00					
A1R	A2	432,116	0,17	-21,6930	-21,6918	-21,6920	0,0012	0,0010
			0,22					
A1R	A3	437,715	0,06	-45,5434	-45,5421	-45,5421	0,0013	0,0013
			0,00					
A1R	A3R	414,696	0,04	-45,1665	-45,1654	-45,1656	0,0011	0,0009
			0,03					
A2	A3	332,700	0,17	-23,8504	-23,8502	-23,8501	0,0002	0,0003
			0,17					
A2	A3R	328,906	0,25	-23,4735	-23,4732	-23,4736	0,0003	-0,0001
			0,18					
A3	A3R	23,650		0,3769	0,3765	0,3765	-0,0004	-0,0004
B1	B1R	6,945		-2,8738	-2,8730	-2,8745	0,0008	-0,0007
B1	B2	115,908	2,38	-8,5593	-8,5605	-8,5608	-0,0012	-0,0015
			2,34					
B1	B2R	119,948	3,66	-9,6760	-9,6773	-9,6766	-0,0013	-0,0006
			1,14					
B1	B3	69,299		-1,9722	-1,9729	-1,9725	-0,0007	-0,0003
B1	B3R	86,842		0,0379	0,0388	0,0377	0,0009	-0,0002
B1R	B2	109,429	0,20	-5,6855	-5,6867	-5,6863	-0,0012	-0,0008
			0,21					
B1R	B2R	113,457	0,40	-6,8022	-6,8025	-6,8021	-0,0003	0,0001
			0,51					
B1R	B3	68,830	1,75	0,9016	0,9022	0,9020	0,0006	0,0004
			1,19					
B1R	B3R	89,415	1,33	2,9117	2,9125	2,9122	0,0008	0,0005
			0,92					
B2	B2R	4,384		-1,1167	-1,1158	-1,1158	0,0009	0,0009
B2	B3	131,179	0,87	6,5871	6,5878	6,5883	0,0007	0,0012
			0,75					
B2R	B3	135,400	0,47	7,7038	7,7033	7,7041	-0,0005	0,0003
			1,04					
B2R	B3R	175,685	0,51	9,7139	9,7133	9,7143	-0,0006	0,0004
			0,84					
B3	B3R	41,866		2,0101	2,0100	2,0102	-0,0001	0,0001
						Середнє	-0,0001	0,0000
						с.к.п.	0,0009	0,0008

Коефіцієнти вертикальної рефракції, обчислені для віддалей, більших за 100 м, за формулами (11), (12). У табл. 2 наведені різниці перевищень $h^{дв.пр.}$ і $h^{ерівн.}$ в абсолютній величині становлять до 1 мм, що вказує на малі величини вільних членів нормальних рівнянь у висотній мережі.

Порівнюючи геометричне нівелювання із тригонометричним, обчислили різниці перевищень $\Delta(h^{дв.пр.} - h^{геом.})$ та $\Delta(h^{ерівн.} - h^{геом.})$, які лежать у межах 1 мм. Така точність відповідає точності вимірювання висот тахеометра і відбивачів. Нагадаємо, що висоти тахеометра і відбивачів вимірювались за допомогою нівеліра.

Середнє значення похибок між геометричним і тригонометричним нівелюванням становило 0,1 мм і показує на відсутність систематичної складової. Величина с.к.п. за різницями геометричного і двостороннього тригонометричного нівелювання за результатами спостережень висотної мережі Бескидського тунелю отримана 0,9 мм. Така точність відповідає точності геометричного нівелювання II класу.

Наукова новизна і практична значущість

Апробована та запропонована можливість застосування неодночасного двостороннього тригонометричного нівелювання взамін геометричного нівелювання II класу на віддаль до 1 км. Врахування вертикальної рефракції пропонується виконувати за сумарними її значеннями, отриманими із двосторонніх спостережень, шляхом розподілу на часткові із використанням флуктуацій зенітних відстаней під час вимірювань.

Перспектива подальших досліджень у цьому напрямі полягає в уточненні методики і виборі оптимальних характеристик трас та мереж для заміни геометричного нівелювання неодночасним двостороннім тригонометричним нівелюванням.

Висновки

Неодночасне двостороннє тригонометричне нівелювання із урахуванням вертикальної рефракції рекомендується застосовувати взамін геометричного нівелювання II класу для від-

далей до 1 км у періоди сталої термічної стратифікації атмосфери.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- Баран П. І. Тригонометричне нівелювання в інженерно-геодезичних роботах / П. І. Баран, Ф. Ф. Соловйов, В. Я. Черноконь. – К. : Укргеодезкартографія, 1996. – 130 с.; іл.
- Дементьев В. Е. Рефракция и миражи / В. Е. Дементьев. – М. : ООО “Галлея-Принт”, 2009. – 391 с.
- Изотов А. А. Исследование земной рефракции и методов геодезического нивелирования / А. А. Изотов, Л. П. Пеллинен // Тр. ЦНИИГАиК. – 1955. – № 102. – 175 с.
- Літинський В. О. Тригонометричне нівелювання в ходах геодезичних мереж згущення / В. О. Літинський, С. С. Перій // Суч. досягн. геодез. науки та вир-ва в Україні : зб. наук. пр. ЗГТУТГК – Л. : Вид-во Нац. ун-ту “Львівська політехніка”, – 2006. – Вип. II. – С. 125-133.
- Літинський В. О. Особливості застосування двостороннього тригонометричного нівелювання / В. О. Літинський, С. С. Перій, В. О. Сухоруков // Вісник геодезії і картографії. – 2013. – № 1. – С. 10-13.
- Островский А. Л. Рефрактометрия (достижения та проблемы) / А. Л. Островский // Геодезия, картография и аерофотознімання. – 2007. – Вип. 69. – С. 5-15.
- Перій С. С. Определение вертикальной рефракции методами рефракционных соотношений / С. С. Перій // Геодезия, картография и аерофотосъемка. – Л. : – 1990. – Вип. 50. – С. 83-87.
- Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере / В. И. Татарский. – М. : Наука, 1967. – 548 с.
- Третяк К. Р. Геодезичний моніторинг локального геодезичного полігону Дністровської ГАЕС / К. Р. Третяк, С. С. Перій, І. С. Сідоров // Наукові праці Донецк. нац. тех. ун-та. Сер. : гірничо-геологічна. – 2013. – Вип. 1(18). – С. 61-69.
- Учет атмосферных влияний на астрономо-геодезические измерения / А. Л. Островский, Б. М. Джуман, Ф. Д. Заблоцкий, Н. И. Кравцов. – М. : Недра, 1990. – 235 с.
- Brunner F. K.: Vertical Refraction Angle Derived from the Variance of the Angle-Of-Arrival Fluctuations. In: Refractional Influences in Astronomy and Geodesy, Tengström E., Teleki G. (Eds.), pp. 227-238, 1979.
- Ceylan A. Modern height determination techniques and comparison of accuracies / A. Ceylan, C. Inal,

I. Sanlioglu // FIG Working Week – GSDI-8: From Pharaohs to Geoinformatics, Cairo, Egypt. – April 16–21, 2005. – 14 с.
Tretyak K. Complex High Accuracy Satellite and Field Measurements of Horizontal and Vertical Displace-

ments of Control Geodetic Network on Dniester Hydroelectric Pumped Power Station (HPPS) / K. Tretyak, S. Periy, I. Sidorov, L. Babiy // Geomatics and Environmental Engineering, vol. 9, no. 1, 2015, pp. 83–96. Available at: <http://dx.doi.org/10.7494/geom.2015.9.1.83>.

С. С. ПЭРИЙ

Кафедра геодезии, Национальный университет “Львовская политехника”, ул. С. Бандеры, 12, Львов, Украина, 79013, ел. почта: periy_ss@ukr.net

АПРОБАЦИЯ ПРИМЕНЕНИЯ НЕОДНОВРЕМЕННОГО ДВУХСТОРОННЕГО ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОГО НИВЕЛИРОВАНИЯ С УЧЕТОМ ВЕРТИКАЛЬНОЙ РЕФРАКЦИИ

Цель. Актуальным остается вопрос разработки эффективного, экономичного и надежного способа тригонометрического нивелирования, который смог бы заменить геометрическое нивелирование без потери точности, особенно для выполнения работ в горной местности. **Методика.** Выполнение одновременного двухстороннего тригонометрического нивелирования с использованием современных роботизированных электронных тахеометров позволяет увеличить точность определения частных углов вертикальной рефракции, используя флуктуации зенитных расстояний и выполняя наблюдения в периоды установившейся термической стратификации атмосферы. **Результаты.** В 2013 году выполнены работы по созданию опорной геодезической сети для строительства Бескидского туннеля. Произведена высотная привязка опорных пунктов сети восточного и западного порталов туннелю геометрическим нивелированием II класса цифровым нивелиром DNA03 Leica. Для определения плановых координат и высот опорной сети проведены линейно-угловые измерения с использованием автоматизированного тахеометра TCRP-1201 Leica. Произведен сравнительный анализ геометрического и тригонометрического нивелирования с использованием методики учета вертикальной рефракции за одновременными двухсторонними наблюдениями зенитных углов и их флуктуаций. Выполнено уравнивание планово-высотной сети за исправленными зенитными расстояниями. Средняя квадратическая ошибка определения превышения за одновременным двухсторонним тригонометрическим нивелированием с использованием предлагаемой методики, по сравнению с геометрическим нивелированием II класса, составила 1 мм. Введение поправок в измеренные зенитные расстояния за вертикальную рефракцию на порядок улучшают оценку точности высотной сети в процессе уравнивания. **Научная новизна.** Предлагаемая методика одновременных двухсторонних наблюдений в горных районах в периоды установившейся термической стратификации атмосферы на расстояниях до 1 км позволяет заменить геометрическое нивелирование II класса. **Практическая значимость.** За результатами обработки одновременного двухстороннего тригонометрического и геометрического нивелирования выполнен контроль опорной высотной сети, созданной для строительства Бескидского туннеля. Показана возможность замены затратного геометрического нивелирования, особенно в горной местности, одновременным двухсторонним тригонометрическим нивелированием без потери точности.

Ключевые слова: тригонометрическое нивелирование, вертикальная рефракция, опорные геодезические сети, геометрическое нивелирование, роботизированный электронный тахеометр.

S. S. PERIY

Department of Geodesy of Lviv polytechnic National university, S. Bandera str., 12, Lviv, Ukraine, 79013, tel. +380676726744, e-mail: periy_ss@ukr.net

APPROBATION OF APPLICATION OF Non-SIMULTANEOUS BILATERAL TRIGONOMETRIC LEVELING TAKING INTO ACCOUNT VERTICAL REFRACTION

Purpose. Development of efficient, economic and reliable method of trigonometric leveling that would allow replace the geometric leveling without loss of precision, especially during works in mountainous areas remains actual. **Methodology.** Performing non-simultaneous trigonometric leveling with application of modern robotic electronic total station can increase accuracy of determination of partial angles of vertical refraction using fluctuations of zenith distances and carrying out observations during periods of constant thermal stratification of the atmosphere. **Results.** In 2013, there were performed works to establish basic geodetic network for building Beskid tunnel. Altitude referencing of network control points for the east and west portals of the tunnel was done by the class II leveling

using digital level DNA03 Leica. To determine the plane coordinates and elevations of the control network there were implemented linear-angular measurements using the automated total station TCRP-1201 Leica. The comparative analysis of geometric and trigonometric leveling using the methods of considering vertical refraction on bilateral non-simultaneous observations of zenith angles and their fluctuations was implemented. Adjustment of plane and altitude network using corrected zenith distances was done. Rms error of determination of elevation for non-simultaneous bilateral trigonometric leveling using proposed method and comparing with the geometric leveling of class II, was 1 mm. The introduction of amendments for the vertical refraction to the measured zenith distances improves accuracy assessment of altitude network in the process of its adjustment on one order. **Originality.** The proposed technique of bilateral non-simultaneous observations in mountainous terrains during periods of stable thermal stratification of the atmosphere on the distances of 1 km allows replacing geometric leveling of class II. **Practical significance.** According to the results of processing of non-simultaneous bilateral trigonometric and geometric leveling it was made verification of control altitude network created for the construction of the Beskyd tunnel. There were shown possibility of replacing costly geometric leveling, especially in mountainous areas, with non-simultaneous bilateral trigonometric leveling with no loss of accuracy.

Keywords: trigonometric leveling; vertical refraction; control geodetic networks; geometric leveling, robotic electronic total station.

REFERENCES

- Baran P. I., Solovjov F. F., Chornokon' V. Ja. *Trygonometrychnе niveljuvannja v inzhenerno-geodezychnyh robotah* [Trigonometric leveling in geodetic works]. Kyiv: *Ukrgeodezkartografija*, 1996, 130 p.; il.
- Dement'ev V. E., Pellinen L. P. *Refrakcija i mirazhi* [Refraction and mirages]. Moscow: OOO "Galleja-Print", 2009, 391 p.
- Izotov A. A. *Issledovanie zemnoj refrakcii i metodov geodezicheskogo nivelirovanija* [The study of the earth and refraction methods of geodetic leveling]. *Tr. CNIIGAiK*. 1955, no. 102, 175 p
- Lityns'kyj, V. O., Perij S. S. *Trygonometrychnе niveljuvannja v hodah geodezychnyh merezh zghushhennja* [Trigonometric leveling in passages geodetic networks condensation]. *Such. dosjagn. geodez. nauky ta vyr-va v Ukrai'ni: Zb. nauk. pr. ZGT UTGK* [Modern achievements in geodetic science and industry. Coll. Science]. L.: *Vyd-vo NU "Lvivs'ka politehnika"* [Lviv Polytechnic Publishing House], 2006, issue II, pp. 125–133.
- Lityns'kyj V. O., Perij S. S., Suhorukov V. O. *Osoblyvosti zastosuvannja dvostoronn'ogo trygonometrychnogo niveljuvannja* [Features of the application of bilateral trigonometric leveling]. *Visnyk geodezii' i kartografii'*. [Bulletin of Surveying and Mapping] 2013, no. 1, pp. 10–13.
- Ostrovskij A. L. *Refraktometrija (dosjagnennja ta problemy)* [Refractometry (achievements and challenges)]. *Geodezija, kartografija i aerofotoznmannja* [Geodesy, cartography and aerial photography]. 2007, issue 69, pp. 5–15.
- Perij S. S. *Opreddenie vertikal'noj refrakcii metodami refrakcionnyh sootnoshenij* [Determination of vertical refraction by methods refractive relations]. *Geodezija, kartografija i ajerofotos#emka* [Geodesy, cartography and aerial photography]. – Lviv, 1990, issue 50, pp. 83–87.
- Tatarskij V. I. *Rasprostranenie voln v turbulentnoj atmosfere* [The wave propagation is in the turbulent atmosphere]. Moscow, Nauka, 1967, 548 p.
- Tretjak K. R., Perij S. S., Sidorov I. S. *Geodezychnyj monitoring lokal'nogo geodezychnogo poligonu Dnistrovs'koi' GAES* [Geodetic geodetic monitoring of the local polygon of the Dniester PSP] *Naukovi praci Doneck. nac. teh. un-ta. Ser.: girnycho-geologichna* [Scientific papers of Donetsk National Technical University. Series: geological]. 2013, issue 1(18), pp. 61–69.
- Ostrovskij A. L., Dzhuman B. M., Zablokij F. D., Kravcov N. I. *Uchet atmosferynyh vlijanij na astronomo-geodezicheskie izmerenija* [Accounting of atmospheric effects on astronomical and geodetic measurements.]. Moscow: Nedra, 1990, 235 p.
- Brunner F. K.: Vertical Refraction Angle Derived from the Variance of the Angle-Of-Arrival Fluctuations. In: *Refractional Influences in Astronomy and Geodesy*, Tengström E., Teleki G. (Eds.), pp. 227–238, 1979.
- Ceylan A., Inal C., Sanlioglu I. Modern height determination techniques and comparison of accuracies. FIG Working Week – GSDI-8: From Pharaohs to Geoinformatics, Cairo, Egypt. April 16–21, 2005, 14 p.
- Tretyak K., Perij S. S., Sidorov I. S., Babiy L. Complex High Accuracy Satellite and Field Measurements of Horizontal and Vertical Displacements of Control Geodetic Network on Dniester Hydroelectric Pumped Power Station (HPPS). *Geomatics and Environmental Engineering*, vol. 9, no. 1, 2015, pp. 83–96. Available at: <http://dx.doi.org/10.7494/geom.2015.9.1.83>.

Надійшла 12.10.2015 р.