

УДК 539.3

Р.В. Лампіка, М.М. Николишин

Національний університет "Львівська політехніка",  
кафедра електронного машинобудування

## РОЗПОДІЛ НАПРУЖЕНЬ БІЛЯ ЗВАРНОГО ШВА ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ

© Лампіка Р.В., Николишин М.М., 2002

Досліджуються залишкові напруження у зварній циліндричній оболонці з теплопровідним заповнювачем. Залежності залишкових напружень від відношення теплофізичних характеристик оболонки і заповнювача зображені на рисунках.

The residual stress in a welded cylindrical shell with the heat conducting filler are investigated. On figures the associations of residual stress from a ratio heat of features a shell and filler are submitted.

Розглянемо дві циліндричні оболонки однакової товщини  $2h$  з наповнювачем, що зварюються між собою встик по контуру направляючої. Зварювання моделюється зосередженими джерелами тепла, розміщеними по кільцевій лінії, що збігається з лінією стикування. Теплообмін оболонки з довкіллям відбувається за законом Ньютона. Вважаємо також, що на лінії стикування оболонок виконуються умови вільного краю.

Температурне поле таких оболонок описується рівняннями [ 2]:

$$\begin{aligned} \Lambda \frac{d^2}{dz^2} (T + \frac{2}{5} \Theta) - \frac{1-k_*}{r} \Theta - \varepsilon(T + \Theta - t_c) &= -Q^+ \\ \Lambda \frac{d^2}{dz^2} [(1 + \Lambda_*)T - (\frac{2}{5} + \Lambda_*)\Theta] + \frac{1+k_*}{r} \Theta &= -Q^- \end{aligned} \quad (1)$$

$$Q^\pm = \frac{h}{4} \int_{-1}^1 q \cdot (2 \pm 3\gamma - \gamma^2) d\gamma ; \quad q = (Q_0 + \frac{\gamma}{h} Q_1) \cdot \delta(z) ;$$

$$k_* = 2hR^{-1}; \quad r = h \lambda^{-1}; \quad \Lambda = \lambda h, \quad \Lambda_* = \lambda_0 R_0 \cdot (2\lambda h)^{-1},$$

де  $T$ ,  $\Theta$  – температура та температурний момент – усереднені по товщині оболонки характеристики її температурного поля;  $\delta(z)$  – функція Дірака;  $q$  – густина джерел тепла;  $\lambda$ ,  $\lambda_0$  – коефіцієнти теплопровідності оболонки та наповнювача, відповідно;  $\varepsilon$  – коефіцієнт тепловіддачі;  $R$ ,  $R_0$  – радіуси серединної поверхні оболонки та поперечного перерізу наповнювача, відповідно;  $Q_0$ ,  $Q_1$  – інтенсивності джерел;  $t_c$  – температура довкілля.

Розв'язок системи (1), що зникає на нескінченності, має вигляд:

$$\begin{aligned} T(z) &= \frac{Q_0 h}{\lambda} L \sum_{i=1}^2 (-1)^{i+1} \frac{1}{\mu_i} F_i G_i [\frac{1}{2} e^{\mu_i \sqrt{A} z} - H(z) sh(\mu_i \sqrt{A} z)] + t_c, \\ \Theta(z) &= (1 + \Lambda_*) \frac{Q_0 h}{\lambda} L \sum_{i=1}^2 (-1)^i \frac{1}{\mu_i} F_i [\frac{1}{2} e^{\mu_i \sqrt{A} z} - H(z) sh(\mu_i \sqrt{A} z)]. \end{aligned} \quad (2)$$

$$F_i = Ah^2 \mu_i^2 + Bi + \frac{1}{15} [Ah^2(2 + \Lambda_*) \mu_i^2 - Bi] \frac{Q_1}{Q_0}, \quad G_i = \frac{1 + k_*}{Ah^2 \mu_i^2} - (0,4 + \Lambda_*).$$

$$A = \frac{\sqrt{3(1 - \nu^2)}}{Rh}, \quad L = \frac{1}{2(1 + \Lambda_*)(0,4 + 0,7\Lambda_*)(\mu_2^2 - \mu_1^2)h^3 A \sqrt{A}},$$

$$\mu_i^2 = -\frac{R}{2h} \cdot \frac{1}{\sqrt{3(1 - \nu^2)}} \cdot \frac{1 + Bi(0,7 + \Lambda_*) + 0,5\Lambda_*(1 - k_*)}{(0,4 + 0,7\Lambda_*)} \times \\ \times \left\{ -1 \pm \sqrt{1 - \frac{2Bi(1 + k_*)(0,4 + 0,7\Lambda_*)}{[1 + Bi(0,7 + \Lambda_*) + 0,5\Lambda_*(1 - k_*)]^2}} \right\},$$

де  $H(z)$  – функція Хевісайда;  $Bi$  – критерій Біо.

Прогини оболонки  $w_0$ , викликані температурним полем (2) при  $t_c = 0$  та стиском її в осьовому напрямі зусиллям  $N$  (наповнювач вважається м'яким), описуються рівнянням нелінійного крайового ефекту [1]:

$$\frac{d^4 w_0}{d\alpha^4} + 2 \cdot N_* \cdot \frac{d^2 w_0}{d\alpha^2} + w_0 = \alpha_t \cdot R \cdot \left( T - \nu_* \cdot \frac{d^2 \Theta}{d\alpha^2} \right) + \frac{2\nu}{m^2} \cdot R \cdot N_* \quad (3)$$

Розв'язок рівняння (3), що задовольняє граничні умови вільного краю ( $\alpha = 0$ )

$$\frac{d^2 w_0}{d\alpha^2} + \frac{1 + \nu}{m^2 k_*} \alpha_t \Theta = 0 \\ \frac{d^3 w_0}{d\alpha^3} + \frac{1 + \nu}{m^2 k_*} \alpha_t \frac{d\Theta}{d\alpha} = 0$$

і зникає на нескінченності, запишеться так:

$$\frac{w_0}{R} = \alpha_t \cdot \frac{Q_0 h}{\lambda} \cdot L \cdot \sum_{i=1}^2 (-1)^i \cdot F_i \cdot \left\{ -\frac{P_i}{\mu_i} \cdot f_i(\alpha) + \langle [(1 + 2N_*) - N_* \mu_i] \cdot D_i \cdot sh(\alpha\alpha) + \right. \\ \left. + [(1 + 2N_*) \cdot P_i - D_i \cdot [a(1 + 2N_*) - (1 + N_*) \mu_i]] \cdot ch(\alpha\alpha) - \right. \\ \left. - H(\alpha) \cdot [(1 + 2N_*) \cdot P_i + P_i \cdot \mu_i^2 - \nu_* \cdot (1 + \Lambda_*)] \cdot ch(\alpha\alpha) \right\rangle \cdot \frac{\sin(b\alpha)}{2b} + \\ \left. + \langle [(1 - 2N_*) - (1 - N_*) \mu_i] \cdot D_i \cdot ch(\alpha\alpha) + \right. \\ \left. + [(1 - 2N_*) \cdot P_i - D_i \cdot [a(1 - 2N_*) + N_* \mu_i]] \cdot sh(\alpha\alpha) + \right. \\ \left. + H(\alpha) \cdot [-(1 - 2N_*) \cdot P_i + P_i \cdot \mu_i^2 - \nu_* (1 + \Lambda_*)] \cdot sh(\alpha\alpha) \right\rangle \cdot \frac{\cos(b\alpha)}{2a} \Bigg\} + \frac{\nu}{m^2} \cdot N_*, \quad (4)$$

$$\alpha = \sqrt{A} \cdot z, \quad N_* = \frac{m^2}{4Eh} \cdot N, \quad \nu_* = \sqrt{\frac{1 + \nu}{3(1 - \nu)}}, \quad m^2 = \frac{R}{h} \cdot \sqrt{3(1 - \nu^2)},$$

$$a = \sqrt{\frac{1 - N_*}{2}}, \quad b = \sqrt{\frac{1 + N_*}{2}}, \quad f_i(\alpha) = \frac{1}{2} \cdot e^{\mu_i \alpha} - H(\alpha) \cdot sh(\mu_i \alpha),$$

$$D_i = P_i \cdot \mu_i - \frac{\nu_*(1 + \Lambda_*)}{\mu_i}, \quad P_i = \frac{1}{\mu_i^4 + 2N_*\mu_i^2 + 1} \cdot \left[ \frac{1 + k_*}{Ah^2\mu_i^2} - (0,4 + \Lambda_*) + \nu_*(1 + \Lambda_*)\mu_i^2 \right],$$

де  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона,  $E$  – модуль Юнга,  $\alpha_a$  – температурний коефіцієнт лінійного розширення.

Зусилля  $N_z^0$ ,  $N_\beta^0$  та згинальні моменти  $M_z^0$ ,  $M_\beta^0$  ( $\beta$  – кільцева координата) визначаються за формулами [ 3]:

$$N_z^0 = -N; \quad N_\beta^0 = 2Eh\left(\frac{1}{R}w_0 - \alpha_i T\right) - \nu N$$

$$M_z^0 = 2EhRm^{-2}\left(\frac{1}{R}\frac{d^2w_0}{d\alpha^2} + \nu_*\alpha_i\Theta\right) \quad (5)$$

$$M_\beta^0 = -2EhRm^{-2}\left(\frac{\nu}{R}\frac{d^2w_0}{d\alpha^2} + \nu_*\alpha_i\Theta\right)$$

Кут  $\gamma$ , утворений твірними оболонками при зварюванні, визначається за формулою:

$$\gamma = \frac{dw^-}{d\alpha} - \frac{dw^+}{d\alpha}, \quad (6)$$

де  $w^-$ ,  $w^+$  – прогини оболонки для від’ємних і додатних значень осової координати  $\alpha$ .

Враховуючи вираз (4), формулу (6) перепишемо у вигляді:

$$\gamma = \alpha_i \frac{Q_0 h}{\lambda} L \sum_{i=1}^2 (-1)^i F_i \left\{ -P_i + 2aP_i\mu_i - P_i\mu_i^2 - 2a\nu_* \frac{1 + \Lambda_*}{\mu_i} + \nu_*(1 + \Lambda_*) \right\}. \quad (7)$$

Після закінчення зварювання прогини оболонки описуються рівнянням (3), в якому врахована відсутність дії зовнішніх факторів на оболонку (нагрів, стиск тощо). Тобто для визначення прогинів зварної оболонки маємо таке рівняння:

$$\frac{d^4w_0}{d\alpha^4} + w_0 = 0. \quad (8)$$

На лінії стику оболонки ( $\alpha=0$ ) повинні виконуватися такі граничні умови:

$$\frac{d^2w_0^-}{d\alpha^2} = \frac{d^2w_0^+}{d\alpha^2}, \quad \frac{d^3w_0^-}{d\alpha^3} = \frac{d^3w_0^+}{d\alpha^3}, \quad w_0^- = w_0^+, \quad \frac{dw_0^-}{d\alpha} - \frac{dw_0^+}{d\alpha} = \gamma. \quad (9)$$

Розв’язок рівняння (8), що задовольняє граничні умови (9) та зникає на нескінченності, має вигляд:

$$w_0 = \frac{\gamma}{2} \cos\left(\frac{\alpha}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{4}\right) e^{-\frac{\alpha}{\sqrt{2}}}. \quad (10)$$

Зусилля та згинальні моменти визначаються за формулами (5), в яких  $T$  і  $\theta$  тотожно дорівнюють нулю.

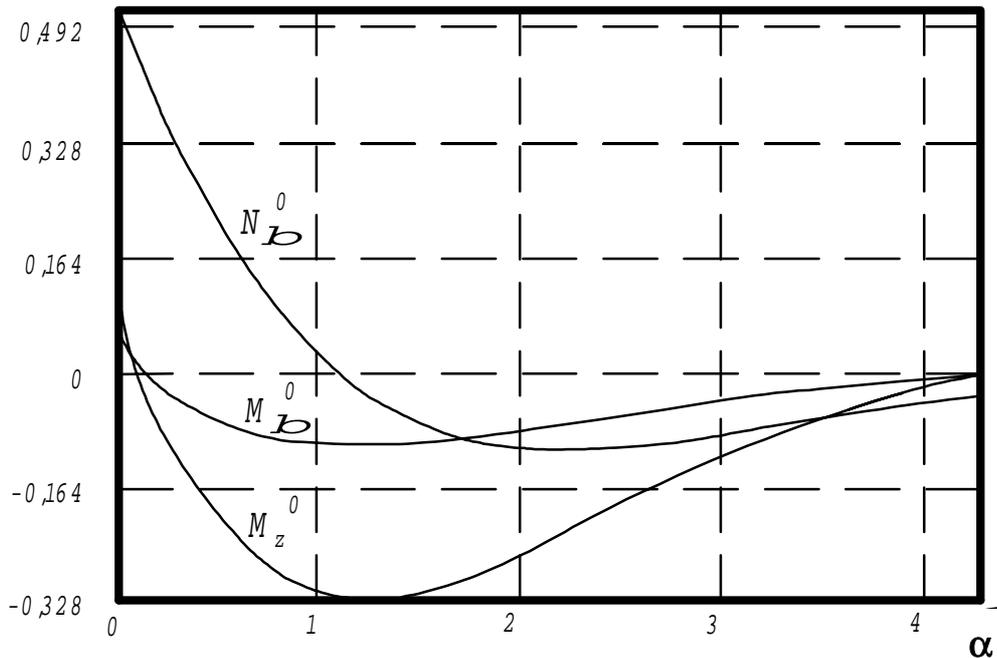


Рис. 1.

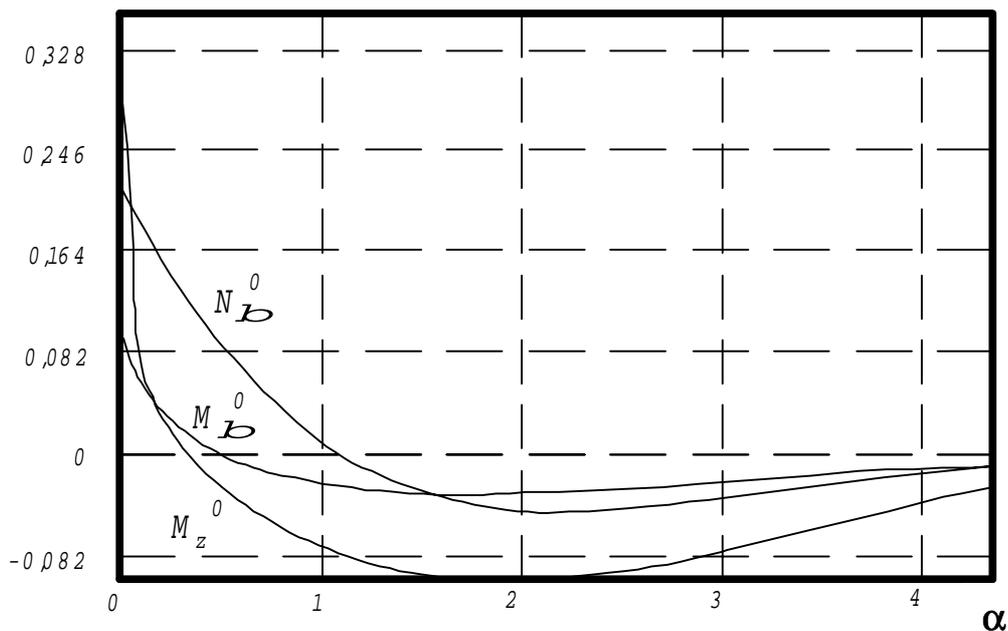


Рис. 2.

Залежність кільцевих зусиль  $N_{\beta}^0$  та згинальних моментів  $M_{\beta}^0$  та  $M_z^0$  від відношення теплофізичних характеристик оболонки та наповнювача ( $\Lambda_*$ ) зображені на рис. 1 ( $\Lambda_*=1$ ) та рис. 2 ( $\Lambda_*=100$ ). Із наведених графіків видно, що теплопровідність заповнювача значною мірою впливає на величину та характер розподілу залишкових напружень у зварній оболонці.

1. Григолюк Э.И., Кабанов В.В. Устойчивость оболочек. – М.: Наука, 1978. – 360 с.
2. Чернуха Ю.А., Лампка Р.В. О теплопроводности облучаемых многослойных оболочек с наполнителем // В сб.: Термомеханические процессы в кусочно-однородных элементах конструкций. – К., 1978.
3. Подстригач Я.С., Швец Р. Н. Термоупругость тонких оболочек. – К.: Наук. думка, 1978. – 344 с.