

1. Справочник по радиолокации / Под ред. М.Сколника; Пер. с англ. – М., 1976.
2. Прудюс І.Н., Синявський А.Т., Остап В.С. *Simulation spatial-temporal signal processing in imaging systems with synthetic aperture* // Матеріали 3-ї Міжнар. конф. по теорії та техніці антен (МКТТА'99). – Севастополь, 1999.
3. Guglielmi V., Castanie F., Piau P., *Application de methodes super-resolvantes au traitement des donnees d'un radar a synthese d'ouverture* // Proc. of GRETSI'95.
4. Прудюс І.Н., Сумик М.М., Синявський А.Т. Підвищення завадостійкості погодженої обробки багатофазних сигналів в радіолокаційних системах // Вісн. ДУ “Львівська політехніка”. – 1998. – № 347. – С. 101–105.
5. Эффективная площадь отражения сложных радиолокационных объектов. Тематический выпуск ТИИЭР. – 1989. – № 5. – Т. 77.
6. Résolution numérique des équations de Maxwell instationnaires par une méthode de volumes finis. Jean-Pier Cioni, Thèse de Docteur en mathématiques. L'Universite de Nice Sophia-Antipolis 1995.
7. Василенко Г.И., Татаринов А.М. Восстановление изображений. – М., 1986.
8. Клепфер Є.І., Прудюс І.Н., Синявський А.Т., Лазько Л.В. Використання нелінійних обмежень в ітераційних методах відновлення радіолокаційних сигналів // ДУ “Львівська політехніка”. – 2000. – № 387. – С. 36-46.
9. James G. Nagy, Diannne P. O'Leary. Fast iterative image restoration with a spatially-Varying PSF.
10. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М., 1979.

УДК 621.517

Л.А. Синицький, І.В. Смаль

Львівський національний університет імені Івана Франка

ВПЛИВ АПРОКСИМАЦІЇ КРИВОЇ НАМАГНІЧУВАННЯ НА РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКУ ФЕРОРЕЗОНАНСУ У RLC КОНТУРІ

© Синицький Л.А., Смаль І.В., 2001

Досліджено вплив апроксимації кривої намагнічування на результати розрахунку ферорезонансу в RLC контурі. Методом гармонічного балансу знайдено області існування ферорезонансу залежно від параметрів кола і амплітуди зовнішнього сигналу. Отримані результати перевірено числовими розрахунками.

It was shown in the paper that magnetizing characteristic strongly affects on conditions of existence of ferroresonant oscillations in RLC circuits. The domains of existence found by the harmonic balance method and confirmed by numerical calculation were established for parameters which determine amplitude of external signal and damping

Явища в нелінійному RLC контурі вивчаються протягом останніх 80 років багатьма дослідниками. Ця задача приваблює з двох причин. По-перше, це найпростіша з задач, де виникають складні стаціонарні режими – виникнення декількох періодичних режимів при періодичному вхідному сигналі, існування субгармонічних коливань другого, третього і вищих порядків, а також і хаотичних режимів. По-друге, вирішення цієї проблеми має велике практичне значення тому, що поява будь-яких інших режимів, ніж періодичних з амплітудою, яка добре оцінюється при лінійному наближенні, спричиняє аварійну ситуацію в енергетичних системах [1].

Донедавна основним аналітичним методом залишався метод гармонічного балансу, який застосовується багатьма авторами для знаходження періодичних режимів і деяких типів субгармонічних коливань [2–4].

Розрахунки, які виконувались числовими методами, ще недостатньо систематизовані і майже не використовуються для оцінки границь застосувань методу гармонічного балансу.

Обидва підходи застосовуються переважно до дуже простих нелінійностей і залишається невідомим вплив характеру нелінійності на поведінку системи так само, як і інших факторів, які в першому наближенні вважаються несуттєвими, наприклад, форма напруги чи струму зовнішнього збудження.

У більшості літературних джерел [2–4] при дослідженні явища ферорезонансу або подібних рівнянь для механічних систем приймається кубічна апроксимація залежності струму від потокозчеплення, хоч добре відомо, що для реальної кривої намагнічування така апроксимація є дуже наближеною.

Висловлюється навіть думка, що вибір степені апроксимуючого поліному не впливає суттєво на динаміку системи [5].

Тим не менше детальне вивчення всіх можливих режимів за кубічної апроксимації треба вважати доцільним тому, що це дозволяє краще орієнтуватись у більш складних випадках і є основою для вивчення впливу при різних типах нелінійностей. Тому спочатку в статті наведені відомості про поведінку ферорезонансного контуру з кубічною апроксимацією залежності $i(\psi)$.

Розглянемо модель, яку вивчали у цій роботі. Це контур з єдиним нелінійним елементом – індуктивністю, для якої задана залежність струму i від потокозчеплення ψ . Втрати в індуктивності враховувались паралельним опором R (втрати за рахунок струмів Фуко в осерді та за рахунок гістерезису) і послідовним опором r (опір обмотки).

Якщо нехтувати втратами на гістерезис, то опір R можна вважати лінійним, зрозуміло, що опір r завжди можна вважати лінійним. Тоді приходимо до схем RLC контуру в режимі заданого струму (рис. 1, а) чи напруги (рис. 1, б), які можна звести до однієї математичної моделі.

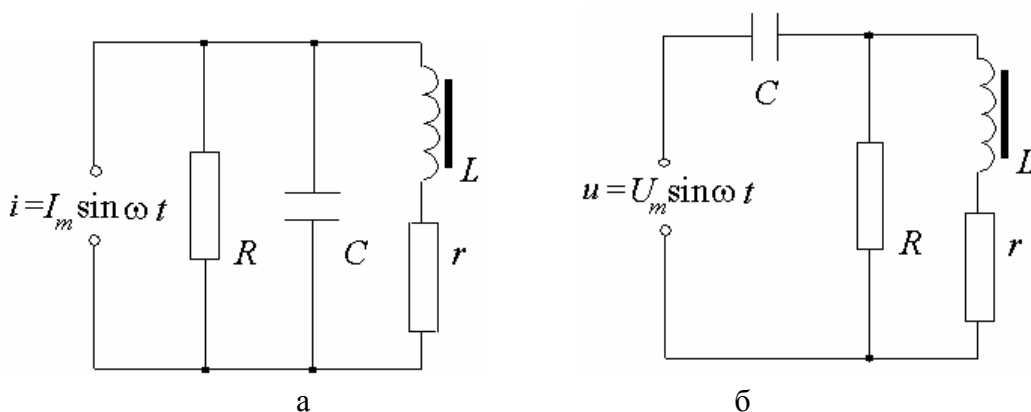


Рис. 1. Схема RLC контуру в режимі:
а – заданого струму; б – заданої напруги

Ця математична модель описується диференціальним рівнянням вигляду:

$$\frac{d^2 y}{d\theta^2} + \left(2\delta + \frac{\varepsilon}{2\delta} \frac{d\Phi}{dy} \right) \frac{dy}{d\theta} + (1 + \varepsilon)\Phi(y) = a \cos(\theta + \alpha), \quad (1)$$

де параметри δ, a, ε і змінна y – безрозмірні величини, α – початкова фаза зовнішнього T -періодичного сигналу ($T = 2\pi$). Функція $\Phi(y) = v^2 y + ay^{2n-1}$, ($n=2,3,\dots$) – функція, що апроксимує вебер-амперну характеристику нелінійної індуктивності, записана в безрозмірному вигляді. Такий вигляд функції $\Phi(y)$ найчастіше використовується на практиці за аналітичних розрахунків згаданих вище нелінійних електричних кіл.

Параметри для схеми, зображеної на рис.1, а, для якої вебер-амперну характеристику індуктивності задано у вигляді $i = \frac{\Psi}{L_0} + A\Psi^{2n-1}$, де $A>0$ – деяка константа, а L_0 – значення диференційної індуктивності на початковій, майже лінійній ділянці (в околі $\Psi = 0$), мають такий вигляд:

$$y = \frac{\Psi}{\Psi_s}, \quad 2\delta = \frac{1}{\omega RC}, \quad \varepsilon = \frac{r}{R}, \quad v^2 = \frac{1}{\omega^2 L_0 C}, \quad a = \frac{I_0}{C\omega^2 \Psi_s}, \quad \theta = \omega t. \quad (2)$$

Параметр 2δ визначає загасання коливань у режимі малого степеня насичення.

Доданок $\frac{\varepsilon}{2\delta} \frac{d\Phi}{dy}$ впливає на загасання коливань лише за великого степеня насичення.

Значення Ψ_s визначається з рівняння $f(\Psi_s) = I_0$, що дає змогу зменшити кількість параметрів, що описують електричне коло. Значення Ψ_s визначається амплітудою зовнішньої напруги або струму і завдяки цьому амплітудне значення $y(t)$ не дуже залежить від значення зовнішнього сигналу.

Параметр a дорівнює відношенню амплітуди напруги на ємності C , якщо весь струм протікає через C , до амплітуди напруги на індуктивності, якщо весь струм протікає через неї. Отже, параметр a характеризує відношення ємнісного опору до індуктивного на основній частоті, тобто характеризує степінь насичення осердя при $\Psi = \Psi_s$ і його можна

подати у вигляді $a = \frac{\omega_{cp}^2}{\omega^2}$, де ω_{cp} – “ середня ” частота власних коливань контуру, яка

визначається середньою індуктивністю котушки $L_{cp} = \frac{\Psi_s}{I_0}$.

Розглянемо спочатку результати, що стосуються поведінки контуру у випадку кубічної апроксимації для кривої намагнічування. У більшості розрахунків параметр v приймався таким, що дорівнював нулю, тому що, як свідчать числові експерименти, $v \ll 1$ і не впливає на режими, які пов'язані з насиченням осердя. Ця апроксимація дає задовільні результати, якщо індукція в осерді не перевищує для більшості електротехнічних сталей значення 1,5 Тл.

Для значень параметра $a < 0,6$ спотворення форми кривої намагнічування є відносно малими і метод гармонічного балансу дає досить точні результати. Це перевірено багаторазовими розрахунками числовими методами як для режимів основної частоти, так і для субгармонічних коливань другого і третього порядків.

На рис. 2 показано області існування ферорезонансу на основній частоті і субгармонічних коливань у площині параметрів (a, δ) у випадку, якщо опір $r = 0$. При врахуванні

опору r показано, що верхня границя для параметра δ , вище якої ферорезонанс є неможливим, зменшується. Критичне значення δ_{kp} в цьому випадку

$$2\delta_{kp} = 0.58 - r\omega C. \quad (3)$$

Це означає, що при $r\omega C > 0.58$ для як завгодно великих R ферорезонанс є неможливим.



Рис. 2. Области існування ферорезонансу

При значеннях a більших від верхньої границі ферорезонансу на основній частоті для $\delta < 0.22$ також існують коливання з періодами $2T$ і $3T$. Спостерігаються також і субгармоніки більш високих порядків, але області їх існування у просторі параметрів є незначними.

Режим основної частоти суттєво залежить від a . Для $a < 1.3$ форма кривої $y(t)$ мало відрізняється від синусоїди, але відхилення від гармонічної зміни вже добре спостерігаються по формі напруги $\frac{dy}{dt}$, яка набли-

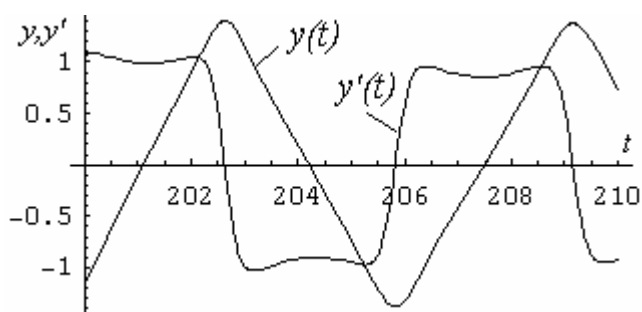


Рис. 3. Режим основної частоти

жається до трапецієвидної. (рис. 3). Це зумовлено тим, що третя гармоніка досягає значення $\sim 10\%$ від першої і знаходиться з нею у протифазі.

При $a > 1.7$ T -періодичний режим деформується, виникають парні гармоніки магнітного потоку при збереженні тривалості додатного і від'ємного півперіодів. При подальшому зростанні a ($a > 2.3$) виникає постійна складова магнітного потоку, що зумовлює неоднаковість тривалостей півперіодів.

Особливості режимів, які спостерігаються: при $1.5 < a < 2.5$ відбувається поступове збільшення третьої гармоніки, яка досягає 15% від першої при $a = 2.5$. При цьому форма струму набуває вигляду коротких за тривалістю імпульсів, що відповідають глибокому насиченню осердя. Подальше збільшення a спричиняє появу декількох імпульсів струму протягом перебування осердя в насиченні. Так, при $a = 20$ кількість імпульсів струму дорівнює п'яти.

При появі несиметрії періодичного режиму основної частоти, тобто при $y\left(t + \frac{T}{2}\right) \neq -y(t)$, вже не можна твердити про єдиність цього режиму тому, що існує інший періодичний режим $-y\left(t + \frac{T}{2}\right)$ одночасно з режимом $y(t)$. Виникнення того чи іншого режиму залежить від початкових умов. Цей факт має не тільки теоретичне значення. В області існування несиметричних режимів основної частоти складаються сприятливі умови для виникнення субгармонічних коливань другого порядку, що демонструється на рис. 2.

Найбільш важливим практичним результатом є те, що при $\delta > 0,36$ (при $r = 0$) зберігається єдиний періодичний режим основної частоти при всіх значеннях параметра a незалежно від початкових умов, тобто несиметричні режими також є неможливими. При врахуванні опору r є всі підстави твердити, що формула (3) зберігає своє значення.

Значить можна вважати, що критичне значення δ_{kp} , вище якого є неможливим ферорезонанс на основній частоті, можна використовувати у першому наближенні як таке, що гарантує єдність періодичного режиму.

При досліджуваних значеннях параметрів: $a < 40$, $\delta < 1$ супергармонічні режими, для яких рівень третьої гармоніки значно перевищує рівень першої не спостерігається. Так, при $\delta = 0,5$ $a = 40$ рівні гармонік від третьої до дев'ятої становлять приблизно 20 %. Ці режими можуть виникнути тільки при значеннях параметра $v > 3$.

Звернемося тепер до більш реальної апроксимації кривої намагнічування. Для прикладу наведемо дані про апроксимацію залежності $H = f(B)$ для сталі марки 3413. У діапазоні значень індукції $B < 2,0$ Тл задовільні результати були отримані при апроксимації цієї залежності поліномом 19-го степеня, який був отриманий методом найменших квадратів

$$H = 132B + 43.25B^3 + 0.018B^{19}$$

$$H[A/m], \quad B[Tl].$$

Треба відмітити, що при $B < 1,2$ Тл прийнятні результати отримуються, якщо враховувати тільки перші два доданки. Отже, вище розглянуті режими при кубічній апроксимації кривої намагнічування має практичне значення для режимів при $B < 1,2$ Тл.

Методом гармонічного балансу отримано області ферорезонансу (на основній частоті) для кривих намагнічування при степенях поліному від 5 до 19. Особливість цих областей порівняно з кубічною апроксимацією – це їх значне розширення у площині параметрів (a, δ) . Наприклад, при апроксимації поліномом 19-го степеня зникненню ферорезонансу відповідає значення δ порядку одиниці (рис. 4). Одночасно спостерігається розширення області як у бік зростання параметра a , так і його зменшення. Значення a , за якого режим залишається близьким до синусоїдального, становить 1,5. Ця область належить до випадку $r = 0$. Проте показано, що з достатньою точністю можливо використовувати єдиний параметр β , який враховує загасання. Це впливає з розрахунків граничного значення загасання δ_{kp} , вище якого є неможливими режими ферорезонансу на основній частоті. Результати цього аналізу, зробленого методом гармонічного балансу, показані на рис. 5. На рис. 5 в просторі параметрів $2\delta = \frac{1}{\omega RC}$ і $\mu = r\omega C$ вказані області, де можливе виникнення ферорезонансу. Границі цих областей можна вважати прямими, що описуються рівняннями

$$\beta = 2\delta + \mu = b_m,$$

де $b_m = \text{const}$ визначається степенем апроксимації кривої намагнічування. Якщо розуміти під β величину, що характеризує втрати і є оберненою величиною до добротності лінійного контуру, то маємо

$$Q = \frac{1}{b_m}.$$

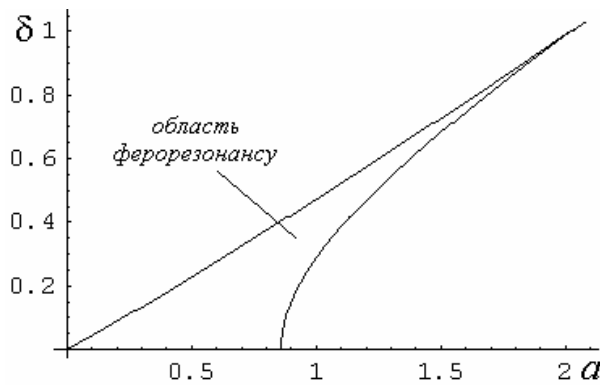


Рис. 4. Апроксимація поліномом

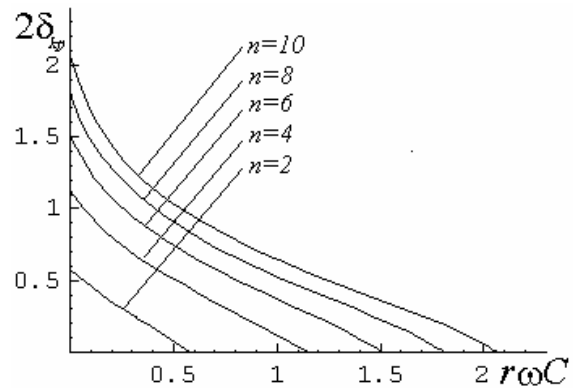


Рис. 5. Результати аналізу, зробленого методом гармонічного балансу

Значення β для різних степенів апроксимації вказані по осях рис. 5. Як вже було зазначено вище для кубічної апроксимації $\beta = 0,58$, що відповідає добротності контуру $Q = 1,72$.

На відміну від випадку кубічної апроксимації числовий експеримент дає більш відмінні форми границь області. Порівняння областей ферорезонансу, що знайдено числовим методом і методом гармонічного балансу свідчить, що останній дає дещо завищену оцінку, що для практичних цілей не є недоліком.

Єдиність періодичного розв'язку для апроксимації 19-го степеня також можна вважати існує при значенні δ , яке відповідає неможливості існування ферорезонансу на основній частоті.

Отже, для отримання вірогідних областей, де ферорезонанс є можливим, при практичному застосуванні необхідна достатньо точна апроксимація кривої намагнічування.

Висновки. Встановлено значення загасання δ , вище якого існує єдиний періодичний режим основної частоти. Це значення є близьким до того, що визначається за методом гармонічного балансу з умови відсутності ферорезонансу на основній частоті.

Запропоновано шлях врахування втрат у послідовному і паралельному опорах, який є подібним до прийнятого при аналізі лінійних кіл.

Визначено область параметрів, для яких метод гармонічного балансу спричиняє вірогідні результати.

1. Журахівський А., Кенс Ю., Батенько П. Моделирование ферорезонансных процессов в сетях с эффективно заземленной нейтралью // Теоретична електротехніка. – Львів, 2000. – Вип. 55. – С. 105–110. 2. Хаяши Т. Вынужденные колебания в нелинейных системах. – М., 1957. – 204 с. 3. Бессонов Л. Теория нелинейных электрических цепей. – М., 1964. – 360 с. 4. Каудепер Г. Нелинейная механика. – М., 1961. – 777 с. 5. Chakravarthy S., Nayar C. Parallel (Quasi-periodic) Ferroresonant Oscillations in Electrical Power Systems // IEEE Trans on Circ. And Syst., Part I. – Sep. 1995. – Vol. 42. – P. 530–534.