

## ВПЛИВ ШВИДКОСТЕЙ ЕЛЕКТРОННИХ ПРОЦЕСІВ НА ІМПУЛЬСИ СТРУМУ НЕГАТИВНОЇ КОРОНИ

В. Чигінь, П. Горун, Р. Обухівський

Національний університет “Львівська політехніка”  
 вул. С. Бандери 12, 79013, Львів, Україна

(Отримано 13 жовтня 2008 р.)

Досліджено залежність струму пульсуючого негативного коронного розряду в суміші газів азот-кисень за концентрації кисню 1 % від часу в області першого імпульсу. Використовуючи різні числові методи, отримано і порівняно функції розподілу електронів, коефіцієнти іонізації молекул азоту та відповідні часові залежності струму корони.

**Ключові слова:** імпульс струму, негативна корона, пульсація

**PACS:** 52.80

**УДК:** 621.373.43:537.523

### Вступ

Експериментальні та теоретичні дослідження пульсації струму негативної корони (від'ємний потенціал – на коронуючому вістрі-катоді) у сумішах електропозитивних (типу аргон, азот) та електронегативних (кисень) газів виявили складну форму імпульсу [1]. Під час попередніх числових моделювань корони використовували виміряні кінетичні коефіцієнти взаємодії електронів з атомами і молекулами газів або швидкості таких електронних процесів, як іонізація електронним ударом, прилипання і відлипання електронів від молекул електровід'ємної компоненти, дрейф зарядів тощо [2]. У цій роботі зроблено спробу уточнити форму імпульсів струму корони шляхом розв'язання рівняння Больцмана і отримання на цій основі функції розподілу електронів за енергією та електронних кінетичних коефіцієнтів, зокрема, іонізації молекул азоту в суміші азот (99 %) + кисень(1 %).

### I. Фізико-математична модель негативної корони

Для числового моделювання струму негативної корони використали диференціальні рівняння неперервності для потоків позитивних і негативних іонів та електронів, доповнені рівнянням Пуассона для електричного поля:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \operatorname{div}(w_e n_e) = (\gamma_i - \gamma_a)n_e + \gamma_d n_n; \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} - \operatorname{div}(w_p n_p) = \gamma_i n_e; \quad (2)$$

$$\frac{\partial n_n}{\partial t} + \operatorname{div}(w_n n_n) = \gamma_a n_e - \gamma_d n_n; \quad (3)$$

$$\operatorname{div} E = 4\pi e(n_p - n_e - n_n), \quad (4)$$

де  $n_e$ ,  $n_p$ ,  $n_n$  – концентрації електронів, позитивних і негативних іонів відповідно;  $w_e$ ,  $w_p$ ,  $w_n$  – їхні дрейфові швидкості;  $E$  – напруженість електричного поля;  $e$  – заряд електрона. У кінетичній моделі врахували іонізацію молекул азоту і кисню під час зіткнень з електронами (частота іонізації  $\gamma_i$ ,  $\text{с}^{-1}$ , або коефіцієнт іонізації  $K_i$ ,  $\text{см}^3/\text{с}$ ), прилипання електронів до молекул кисню та їхнє відокремлення від іонів  $O_2^-$  завдяки зіткненням з молекулами  $N_2$  в основному стані (частоти  $\gamma_a$  і  $\gamma_d$  або коефіцієнти  $K_{\text{пр}}$  і  $K_{\text{відл}}$ ), дрейф зарядів і поверхневу іон-електронну емісію. Напруженість поля визначали з рівняння Пуассона, записаного з урахуванням зовнішнього електричного кола:

$$\frac{1}{4\pi} \frac{\partial E}{\partial t} + \sigma E = \frac{1}{RS} \left( U - \int_0^d E dx \right), \quad (5)$$

де  $\sigma = e(b_e n_e + b_p n_p + b_n n_n)$  – провідність плазми;  $U$  – прикладена до розрядного проміжку напруга;  $R$  – зовнішній баластний опір;  $S$  – площа поперечного перерізу струмового каналу.  $\int_0^d E dx$  є сумарним спадом потенціалу на короні,  $d$  – довжина розрядного проміжку.

### II. Розв'язання рівняння Больцмана

Для знаходження функції розподілу електронів за енергіями  $f(\varepsilon)$  у плазмі розряду використали рівняння Больцмана у двочленному наближенні, яке має вигляд [8] :

$$\frac{1}{n_e N} \sqrt{\frac{m}{2e}} \varepsilon^{1/2} \frac{\partial(n_e f_0)}{\partial t} - \frac{1}{3} \left( \frac{E}{N} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left( \sum_i \frac{N_i}{N} Q_{Ti} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) - \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left( 2 \sum_i \frac{N_i}{N} \frac{m}{M_i} Q_{Ti} \varepsilon^2 \left( f_0 + T \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) \right) = S_{eN}, \quad (6)$$

де  $S_{eN} = \sum_i \frac{N_i}{N} [(\varepsilon + \varepsilon_i) Q_i (\varepsilon + \varepsilon_i) f(\varepsilon + \varepsilon_i) - \varepsilon Q_i (\varepsilon) f(\varepsilon)] - \sum_i \frac{N_{at,i}}{N} \varepsilon Q_{at,i} (\varepsilon) f(\varepsilon)$  – інтеграл зіткнення, який

описує непружні взаємодії електронів з атомами і молекулами;  $\varepsilon$  – енергія електрона;  $T$  – температура газу;  $N_i$ ,  $M_i$ ,  $Q_{Ti}$  – концентрації атомів і молекул  $i$ -го сорту, їх маси та ефективні перерізи транспортного розсіювання;  $N$  – повна концентрація атомів чи молекул робочої суміші.

Усі ці величини є відомими – частина з них задається ( $T$ ,  $N_i$ ,  $N$ ), частину з них можна знайти в літературі ( $Q_{Ti}$ ), або вони попередньо обчислюються ( $E$ ). Діапазон зміни енергії електрона залежить від напруженості поля  $E$   $Q_i$  і  $\varepsilon_i$  є відповідно перерізами та енергетичними порогами процесів збудження та іонізації атомів і молекул;  $Q_{at,i}$  – переріз прилипання електронів до молекул  $i$ -го сорту. Концентрація молекул  $N_{at,i}$ , до яких прилипають електрони, задається.

Рівняння (6) у загальному випадку є неоднорідним рівнянням другого порядку зі змінними коефіцієнтами. Початкове значення функції  $f(\varepsilon)$  задається виразом  $f_0(\varepsilon) = e^{-\varepsilon/T_e}$  [2]. Тоді рівняння (6) можна записати у вигляді такої ітераційної схеми:

$$P(\varepsilon)f'' + Q(\varepsilon)f' + R(\varepsilon)f = \varphi(\varepsilon)f_{i-1}(\varepsilon), \quad (7)$$

для  $i = 1 \dots \infty$ , або у вигляді

$$P(\varepsilon)f'' + Q(\varepsilon)f' + R(\varepsilon)f = \varphi(\varepsilon) + \sum K(\varepsilon + \Delta\varepsilon_i), \quad (8)$$

де  $f(\varepsilon)$  є невідомою, а сума функцій  $\sum K(\varepsilon + \Delta\varepsilon_i)$  відображає перший член інтеграла зіткнення з урахуванням порогових енергій  $\varepsilon_i$  непружніх процесів.

Для знаходження функції  $f_i(\varepsilon)$  використали метод заміни похідних скінченими різницями. Так, замінюючи похідні у рівнянні (7) різницевими схемами

$$y_{\bar{x}x,i} = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2}; \quad y_{\circ x,i} = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}; \quad \varepsilon_i = x_i, \quad (9)$$

і враховуючи додаткову умову нормування функції розподілу електронів інтегрального типу  $\left( \int_0^\infty \varepsilon^{1/2} f(\varepsilon) d\varepsilon = 1 \right)$ , отримали систему лінійних рівнянь:

$$\begin{aligned} c_0 y_0 - \sum_{j=1}^{N-1} d_j y_j - \psi_0 y_N &= f_0, & i = 0, \\ -a_i y_{i-1} + c_i y_i - b_i y_{i+1} &= f_i, & 1 \leq i \leq N-1, \\ c_N y_N &= f_N, & i = N. \end{aligned} \quad (10)$$

Систему лінійних рівнянь (10) розв’язували, використовуючи метод прогонки для складних систем [4], а систему рівнянь на основі (8) – методом Гаусса [5], модифікованим з метою пришвидшення обчислень.

### III. Результати обчислень

На рис. 1, а зображені графіки функції розподілу електронів за енергіями  $f(\varepsilon)$ , отримані: 1 – з урахуванням рівняння (7), 2 – з використанням програми [6], описаної у [7], 3 – з урахуванням рівняння (8). Для порівняння функцій використали суміш азоту і кисню (1 %) за тиску 760 тор.

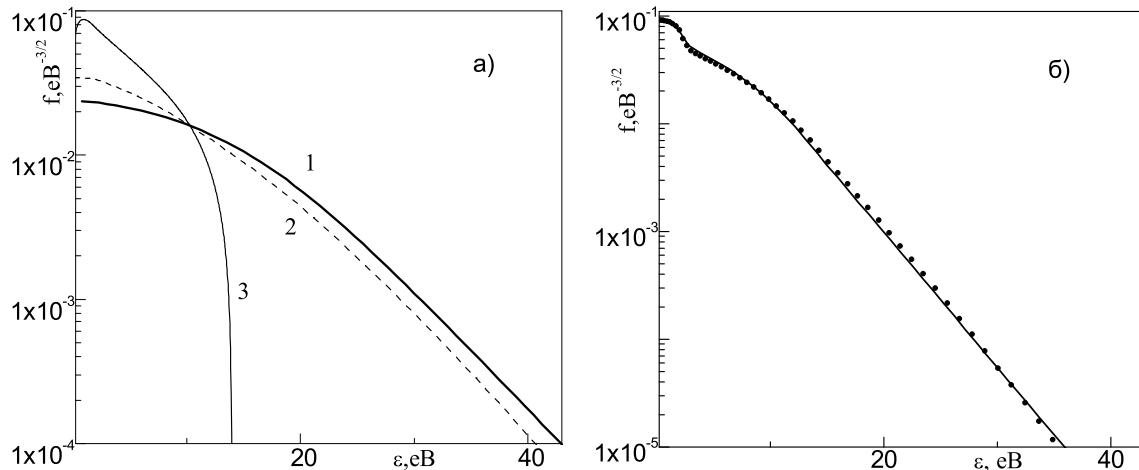


Рис. 1. Функції  $f(\varepsilon)$ , обчислені: а) без врахування збудження молекул азоту і кисню: 1, 3 – наші методики, 2 – програма [6]; б) з врахуванням збудження молекул азоту і кисню: суцільна лінія – на основі рівняння (7), штрихова лінія – програма [6]

При цьому задали температуру газу  $300^{\circ}\text{C}$  (0.02586 еВ), напруженість електричного поля у розряді –  $7,4 \cdot 10^4$  В/см., а максимальну енергію електронів прийняли 1000 еВ. Перерізи пружного розсіювання електронів на молекулах азоту і кисню, а також перерізи прилипання електронів до молекул кисню задали, використовуючи дані [6]. Іншими непружними процесами, зокрема, збудженням молекул, застосували.

Як зрозуміло з рис. 1, а, отримані різними методами графіки функції розподілу електронів за енергіями перетинаються в області 10 еВ і за цієї енергії їхні абсолютні значення дорівнюють  $0.016 \text{ eB}^{-3/2}$ . В області енергій меншій і більшій 10 еВ функції відрізняються. Так, за  $\varepsilon = 0,5$  еВ значення  $f_3$  більше від  $f_1$  у 3.5 рази. Зростом енергії електронів вище 12 еВ крива  $f_3(\varepsilon)$  значно швидше спадає, ніж криві  $f_1(\varepsilon)$  та  $f_2(\varepsilon)$  – за  $\varepsilon = 14$  еВ їхні значення уже відрізняються на порядок. На наш погляд, значний ріст функції  $f_3(\varepsilon)$  за низьких енергій електронів відбувається через накопичення похибок заокруглення результатів обчислень методом Гаусса системи рівнянь більше 100. Найближчими за абсолютною значеннями в усьому діапазоні енергій є криві, отримані за рівнянням (7) і програмою [6]. Максимальної розбіжності між собою у розмірі 36 % функції  $f_1$  і  $f_2$  сягають за енергії електронів 0.74 еВ.

Враховуючи отримані результати числення ФРЕЕ, під час наступного обчислення електронних кінетичних швидкостей (або коефіцієнтів) процесів у плазмі розряду використали метод на основі рівняння (7). При цьому додатково ввели усі перерізи збудження молекул азоту і кисню, отримані з вхідних даних програми [6]. Усі інші параметри газової суміші і розряду прийняли самими, що й у випадку обчислення функцій, зображеніх на рис. 1, а. На рис. 1, б зображено відповідний графік функції  $f(\varepsilon)$ , а також графік, отриманий у результаті обчислення з використанням програми [6]. Як бачимо з рис. 1, б, введення процесів збудження в обох випадках істотно підняло принульову вітку  $f(\varepsilon)$  і знижило її високоенергетичну складову. Отримані функції  $f_1$  і  $f_2$  є близькими між собою в усій області досліджених енергій і розбіжності між ними становлять, наприклад, 7.4 % для енергії електронів 3.7 еВ і 12.9 % для енергії 22.4 еВ. Відносні відхилення кривих  $f_1(\varepsilon)$  і  $f_2(\varepsilon)$  зростають із ростом енергії електронів.

Розрахунки кінетичних коефіцієнтів на основі рівняння (7) проводили за тих самих параметрів газового розряду, що й у випадку розрахунків функції розподілу електронів від енергії. Коефіцієнт іонізації знаходили за допомогою [3]:

$$K_i = \sqrt{\frac{2e}{m}} \int_0^\infty \varepsilon Q_i(\varepsilon) f(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (11)$$

На рис. 2 зображені графіки залежностей коефіцієнтів іонізації молекул азоту від напруженості поля, обчислених цим методом, отриманих за допо-

могою програми [6], а також приведених на основі експериментальних даних [2]. Для приведення коефіцієнтів іонізації від розмірності  $\text{см}^{-1}$  до розмірності  $\text{см}^3/\text{с}$  перші домножили на швидкість електронів і поділили на концентрацію молекул в газі [2]. Швидкість електронів отримали як добуток рухливості електронів на напруженість поля у відповідній точці розряду. Рухливість електронів обчислювали за методикою [8]. Як бачимо з рис. 2, усі криві  $K_i(E)$ , отримані різними методами, близькі між собою в області  $0 - 10^5$  В/см. Максимальна розбіжність у цій області між коефіцієнтами іонізації, обчисленими за допомогою програми [6] – крива 2, і експериментальними – крива 3, становить 11.8 % за  $E = 1 \cdot 10^5$  В/см. Зростом напруженості поля до  $2 \cdot 10^5$  В/см розбіжність між кривими зростає.

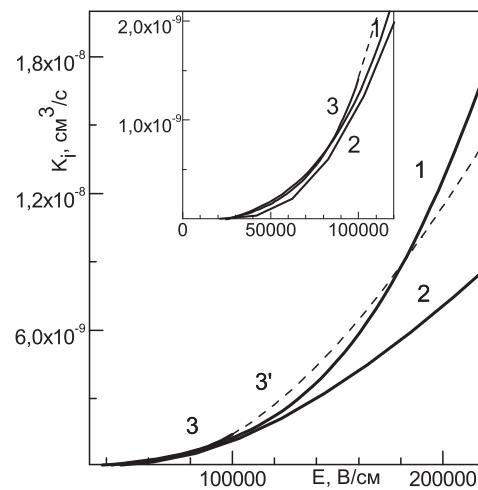


Рис. 2. Залежність коефіцієнта іонізації молекул азоту  $K_i$  від напруженості поля: 1 – обчислена на основі рівняння (7); 2 – за допомогою програми [6]; 3 – експериментальні дані [2]; 3' – екстраполяція кривої 3

Враховуючи отримані результати, під час наступного обчислення струмів розряду коефіцієнти іонізації обчислювали, використовуючи метод на основі рівняння (7). При цьому вважали, що величини  $E, n_e, n_p, n_n$  є сталими у кожному поперечному перерізі розрядного проміжку. Крайові умови задали у такому вигляді: для позитивних і негативних іонів  $-n_p|_{x=d} = 0, n_n|_{x=0} = 0$ , для електронів на катоді з урахуванням вторинної електронно-іонної емісії  $-j_e|_{x=0} = \gamma j_p|_{x=0}$ , де  $j_e = v_e n_e, j_p = v_p n_p$ ,  $\gamma$  – коефіцієнт вторинної іонної емісії. Допустили, що в момент часу  $t = 0$  кількості негативних і позитивних іонів в усьому просторі розряду дорівнюють нульові, а число "затравкових" електронів дорівнює 100. Форму каналу струму задали двома областями: циліндричну прикатодного генерування і параболоїдну дрейфову – до віддалі  $d$ . Струм корони  $I$  обчислювали як суму потоків позитивних іонів та електронів і струму зміщення на поверхні катода площею  $S_k$ :

$I = (\sigma + \varepsilon_0 E') S_k$ , де  $\varepsilon_0$  – діелектрична стала,  $E'$  – похідна напруженості електричного поля по часу.

Для розв'язання рівнянь (1)–(4) вибрано метод поточного рахунку першого порядку апроксимації.

Диференціювання проводили на неоднорідній просторовій сітці зі 160 комірками та найменшим кроком  $10^{-4}$  см біля поверхні катода.

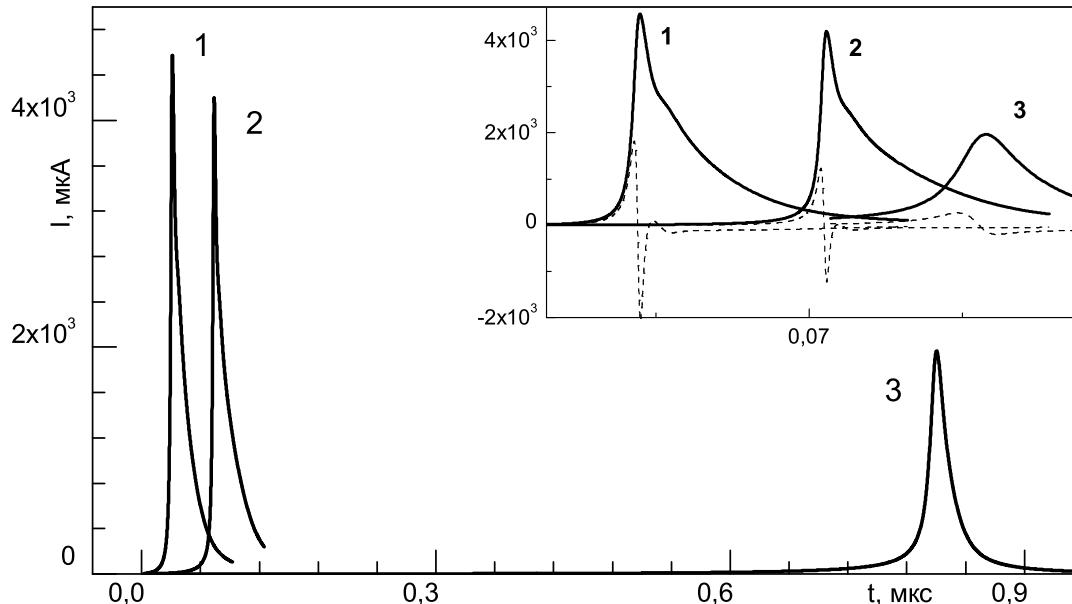


Рис. 3. Залежності струму корони від часу, обчислені за різних коефіцієнтів іонізації: 1 – експериментальні дані [2]; 2 – на основі рівняння (7); 3 – програма [6]. На вставці крива 3 зміщена на 0,7 мкс вліво. Суцільні лінії – повний струм розряду; штрихові – струм зміщення.

На рис. 3 зображені графіки залежності струму корони від часу у межах 0–1 мкс, обчислені за формулами (1)–(5) за коефіцієнтів іонізації молекул азоту: 1 – за даними [2], 2 – на основі рівняння (7), 3 – за програмою [6]. Проміжок розряду задали такими параметрами: радіус коронуючого вістря – 0,004 см, віддаль між вістрям та анодом – 0,7 см, радіус анода – 1 см, прикладена напруга між вістрям та анодом – 2300 В, зовнішній опір –  $1 \cdot 10^5$  Ом. Як і в попередніх обчислених, до суміші газів входять азот (99 %) та кисень (1 %). Інші коефіцієнти кінетичних процесів, зокрема іонізації та прилипання, для молекул кисню, дрейфу іонів азоту отримано на основі даних [6]. Як зрозуміло з рисунків, графіки залежності струму корони від часу включають один (перший) імпульс, форма і параметри якого істотно залежать від коефіцієнтів іонізації молекул азоту. Так, параметри фронту наростиання і спадання першого імпульсу, а також його амплітудне значення мало відрізняються один від одного у випадках використання коефіцієнтів іонізації за даними [2] та на основі рівняння (7). Проте наростиання основного імпульсу до пікового значення затримується у часі майже на порядок, а його амплітуда спадає більше ніж на 50 % порівняно з попередніми випадками під час використання коефіцієнтів іонізації, отриманих

за допомогою програми [6]. Відповідно спад імпульсу сповільнюється, що вказує на дуже слабкі іонізаційні процеси. Вторинні структури імпульсів, пов'язані з різкими коливаннями струмів зміщення, які, зокрема, проявляються у вигляді горба на спадній кривій основного імпульсу, проявляються чіткіше у перших двох випадках за сильніших процесів іонізації. У випадку коефіцієнтів іонізації, отриманих за допомогою програми [6], крива основного імпульсу є гладкою в усьому діапазоні часу – тут процес приходу хвили іонізації на поверхню катода сповільнюється, а тому струм зміщення є істотно ослабленим.

#### IV. Висновки

- Запропонована методика і опрацьована програма чисельного моделювання розв'язку рівняння Больцмана дають можливість знаходити: значення функції розподілу електронів за енергіями, залежності швидкостей пружних і непружніх процесів, залежності рухливості електронів та їх середньої енергії від напруженості електричного поля у плазмі розряду. Програма передбачає можливість проведення розрахунків для достатньо великої кількості газів (до 100 різних газів).

2. Вплив отриманих нами на основі чисельного моделювання розв'язку рівняння Больцмана швидкостей іонізації молекул азоту ударами електронів проявляється в області переднього фронту, піка

і спадної частини імпульсу струму корони – час наростання імпульсу істотно скорочується, амплітуда зростає, а його вторинні структури за рахунок струму зміщення проявляються чіткіше.

## Література

- [1] Chyhin V. Physical mechanisms of negative corona current pulse with secondary oscillation // Condens. Matter Phys. – 2002. – V. 5, № 3. – P. 429–448.
- [2] Райзер Ю.П. Физика газового разряда. – М.: Наука, 1987. – 591 с.
- [3] Головинский П.М., Щедрин А.И. // ЖТФ. – 1989. – Т.59, Вып. 1. – С.51–56.
- [4] Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. – М.: Наука, 1978.
- [5] Іегелик Г.Г. Чисельні методи. – Львів: Львівський національний університет імені Івана Франка, 2004. – 407 с.
- [6] <http://www.siglo-kinema.com>.
- [7] Hagelaar G.J. and Pitchford L.C. Solving the Boltzmann equation to obtain electron transport coefficients and rate coefficients for fluid models // Plasma Sources and Sci. Technol. – 2005. – Vol. 14. – P.722–733.
- [8] Шкаровский И., Джонстон Т., Бачинский М. Кинетика частиц плазмы. – М.: Атомиздат, 1969. – 396 с.

## INFLUENCE OF RATE OF ELECTRONIC PROCESSES ON CURRENT PULSE OF NEGATIVE CORONA

V. Chigin, P. Gorun, R. Obukhivskij

National University "Lvivska Politechnika"  
12 S. Bandera Str., 79013, Lviv, Ukraine

Temporal dependence of the current of pulsating negative corona in the mixture of nitrogen-oxygen gases of 1 % oxygen concentration in the region of first pulse is investigated. Using various numerical methods, there are found and compared the electron energy distribution functions, the rates of ionization of nitrogen molecules and the corresponding temporal dependences of corona current.

**Keywords:** current pulse, negative corona, pulsating

**PACS:** 52.80

**УДК:** 621.373.43:537.523