

З.Ю. Готра, С.Д. Галюк, М.Я. Кушнір, Л.Ф. Політанський
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електронних приладів

ПЕРЕДАВАННЯ І ПРИЙМАННЯ ДАНИХ З ВИКОРИСТАННЯМ СИМВОЛІЧНОЇ ДИНАМІКИ КОНТРОЛЬОВАНОЇ ХАОТИЧНОЇ СИСТЕМИ

© Готра З.Ю., Галюк С.Д., Кушнір М.Я., Політанський Л.Ф., 2011

Символічне зображення контрольованих хаотичних орбіт, що генеруються хаотичними осциляторами, можуть бути використані для зв'язку. У цій статті наведено спосіб зв'язку, що використовує контроль хаосу для генерування хаотичних траєкторій, які в символічному зображенні містять передаване повідомлення. Інформаційний сигнал кодується, надходячи на вхід хаотичної системи. Пропонується два способи передавання повідомлення: передавання контрольованого хаотичного сигналу та контрольованого параметра. Придатність пропонованого алгоритму для зв'язку досліджується на прикладі логістичного відображення.

Ключові слова: хаотичний зв'язок, символічна динаміка, кодування і декодування повідомлення.

The symbolic representation of controlled chaotic orbits generated chaotic oscillator can be used for communication. This article represents a method of communication that uses chaos control to generate chaotic trajectories, which is in a symbolic representation of the message containing the upload. Information Coming signal is encoded to the input chaotic system. It is proposed two ways to send the message: the transfer of controlled chaotic signal and the transfer of controlled parameter. Suitability of the proposed algorithm for communication is studied on the example of logistic mapping.

Key words: chaotic communication, symbolic dynamics, coding and decoding messages.

1. Вступ

Зв'язок з використанням хаосу становить значний інтерес останнім часом. Відомо два основних підходи до вирішення цієї проблеми. Перший полягає у використанні явища синхронізації хаосу, в який входить цифрове повідомлення [1–2]. Другий використовує принцип контролю хаосу в хаотичних системах з чітко вираженою символічною динамікою [3–8]. Хаотичний зв'язок з використанням контролю хаосу становить значний інтерес, оскільки має потенційні переваги в ефективності використання смуги частот каналу зв'язку, і потенціал використання для захисту зв'язку [9–12]. Другий спосіб ґрунтується на фундаментальній властивості хаосу – хаотичні системи є джерелами інформації. Маніпулюючи певним способом символічною динамікою хаотичну систему, змушують генерувати траєкторії, в яких цифрова інформація закодована в символічній динаміці [13–22]. Перевагою кодерів цього типу є те, що нелінійний хаотичний осцилятор, що генерує коливання для передавання, може залишатися простим і ефективним. Критичним питанням під час зв'язку з хаосом є вибір схеми кодування, що може закодувати будь-яке повідомлення в хаотичний сигнал.

Запропоновано **алгоритм для кодування** цифрової інформації з використанням передавання хаосу і символічного зображення хаотичних траєкторій та обговорено деякі кількісні характе-

ристики під час вибору потрібної орбіти хаосу з хаотичної системи, що містить інформаційне повідомлення. Пропонується два способи передавання кодованого повідомлення: передавання контрольованого хаотичного сигналу та передавання контрольованого параметра.

Придатність пропонованого алгоритму для зв'язку досліджується на прикладі логістичного відображення.

У другій частині описано теоретичний алгоритм для кодування цифрової інформації, використовуючи передавання хаосу. У третій частині наведено числові дані та детальна процедура кодування цифрового повідомлення на траєкторіях, що належать хаотичному аттрактору з подальшим описанням кодування повідомлення на базі одномірної символічної динаміки. У четвертій частині наведено обговорення результатів роботи.

2. Алгоритм кодування повідомлення

Використання хаосу в системах зв'язку є привабливим завдяки складній структурі та сильній нерегулярності хаотичних сигналів. За малого відхилення від початкових умов, генератори хаосу завжди матимуть різні траєкторії. Як наслідок складно здогадатися про структуру генератора і передбачити значення сигналів на великих проміжках часу. З іншого боку, хаотичні сигнали є по своїй суті неперіодичними і мають неперервний спектр. Як правило такі сигнали є широкосмуговими.

Розглянемо дискретну хаотичну систему вигляду:

$$x(i+1)=f(x(i), r) \quad (1)$$

де $x \in R$ – змінні стану системи, $f:R \rightarrow R$ – неперервна функція і $r \in R$ – параметр системи.

Для того, щоб закодувати довільне повідомлення в траєкторію, що належить хаотичній системі, необхідно використовувати мале збурення параметра r .

Запропоновано такий алгоритм кодування повідомлення:

1. Визначаємо генеруюче розділення для символічної динаміки $f(x_c)$ – x_c . Траєкторія точки $x(i)$ несе символ “0”, якщо $x < x_c$ і символ “1”, якщо $x > x_c$.

2. Перетворюємо повідомлення в двійкову послідовність ASCII кодів.

3. Встановлюємо значення параметра r в початкове значення. Визначаємо для першого символу відповідну точку на траєкторії і перевіряємо чи ітерація відповідає символу повідомлення. До того ж:

а) якщо так, ми здійснюємо наступну ітерацію і перевіряємо наступний символ повідомлення;

б) якщо ні, ми здійснюємо малу зміну параметра δr , таке, що наступна ітерація узгоджується з найближчим символом повідомлення, який відповідає контрольованій ітерації. Збурення розраховується так, щоб задовольнити співвідношення:

$$x_{des} = f(x(i); r + \delta r) \quad (2)$$

де x_{des} – відповідає бажаному символу для генерування в кожній ітерації.

4. Цей процес продовжується поки всі символи повідомлення не будуть закодовані в хаотичну траєкторію $\{x(i)\}$.

3. Числове моделювання

Для спрощення моделювання і аналізу пропонованого методу, використаємо класичний приклад хаотичної системи – логістичне відображення:

$$x(i+1)=rx(i)(1-x(i)), \quad (3)$$

де $r \in [0,4]$.

Залежно від значення параметра r логістичне відображення характеризується різноманітною поведінкою – спостерігаються фіксовані точки, періодичні та хаотичні режими. Коли $r=3.8$, логістичне відображення генерує хаос (рис. 1). Для однозначного декодування повідомлення під час кодування на символічній динаміці хаотичного генератора необхідно використовувати генеруюче розділення. У логістичному відображенні генеруючому розділенню простору стану відповідає точка $x_c=0.5$.

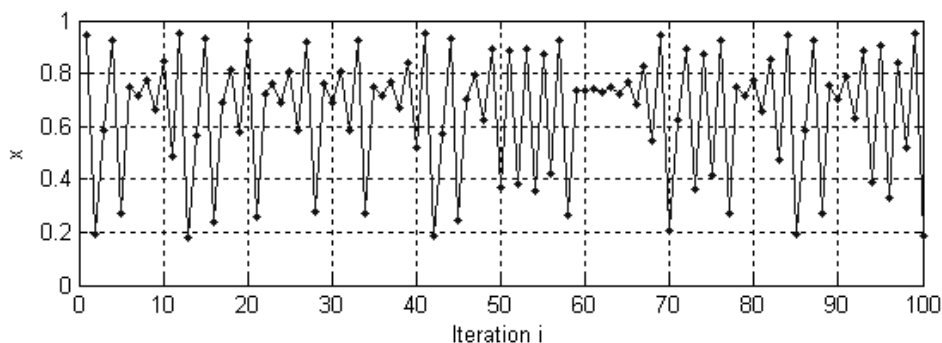


Рис. 1. Хаотична поведінка логістичного рівняння при $r=3.8$

Припустимо ми хочемо передати повідомлення $m = \text{"Information"}$, що в форматі ASCII відповідає двійковій послідовності:

$$m = \underbrace{1001001110111011001101101111110010110110111000011110100110100111011111101110}_{\text{Information}}$$

Далі схема контролю може бути застосована для кодування повідомлення на траєкторії в хаотичному сидлі. Збурення параметра системи буде

$$\delta r = \frac{x_{des}}{x(i)(1-x(i))} \quad (4)$$

Вибираючи бажану хаотичну траєкторію, можемо використати довільний закон відображення символів '1' ('0'), що відповідає значенню хаотичної траєкторії $x(i)$ в символ '0' ('1'). Використано такий простий закон:

$$x_{des} = \begin{cases} x(i+1) - x_c, & m(i+1) = '0' \\ x(i+1) + x_c, & m(i+1) = '1' \end{cases} \quad (5)$$

На рис. 2 наведено закодоване повідомлення "Information" на хаотичній траєкторії логістичного відображення. Бінарне зображення повідомлення наведено на рис. 2а, а в амплітуді контрольного збурення – на рис. 2, б.

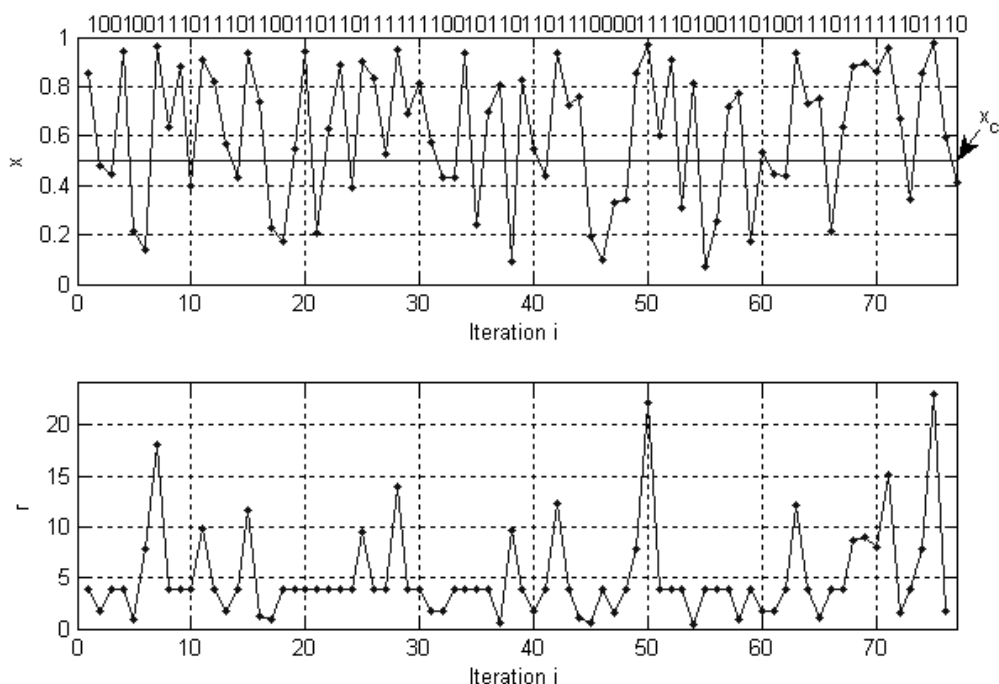


Рис. 2. Закодоване повідомлення повідомлення "Information" в траєкторії логістичного рівняння

У загальному випадку система перебуває в зашумленому середовищі і під час передавання повідомлення можливі помилки на приймаючій стороні. Коли хаотична траєкторія проходить поблизу точки розділення x_c , шум може перекинути траєкторію через x_c . Для підвищення завадостійкості необхідно використовувати шумовий розрив навколо роздільної точки x_c [23]. У цьому разі передавання буде стійким до рівня шуму, меншого за величину шумового розриву. Однак під час введення шумового розриву зменшується топологічна ентропія, тобто зменшується кількість можливих різних послідовностей довільної довжини N . У результаті під час передавання повідомлення необхідно збільшувати надлишковість повідомлення. Цей недолік усувається під час здійснення контролю хаосу за допомогою збурення параметра.

Шумовий розрив для системи (3) наведено на рис. 3, $x_{c1}=0.4$, $x_{c2}=0.6$. Видно, що символічна динаміка стійка до шуму у разі використання розриву, що пересікає роздільну точку x_c . Завдяки шумовому розриву траєкторії обмежуються в хаотичному сідлі, наближаючись до роздільної лінії. Точки траєкторії, що розташовані вище від розриву, позначимо символом '1', а нижче – '0'. Нами використовується хаотичне сідло з величиною розриву 0,2. Така процедура підвищує ефективність зв'язку з використанням хаосу.

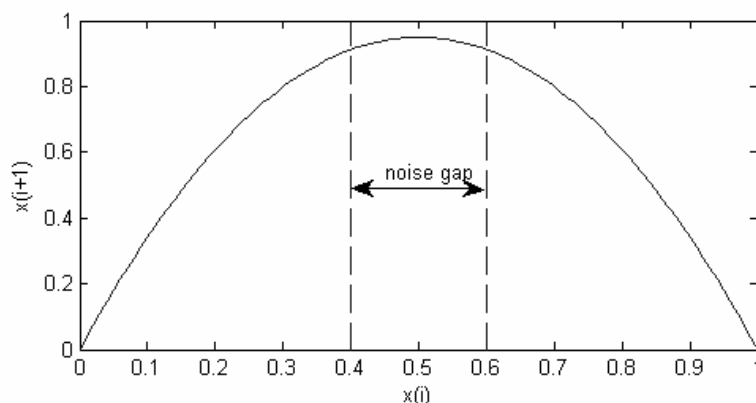


Рис. 3. Шумовий розрив для логістичного відображення.

У цьому разі, рівняння (5) матиме вигляд:

$$x_{des} = \begin{cases} x_{c1} - |x(i+1) - x_{c1}|, m(i+1) = '0' \\ x_{c2} + |x(i+1) - x_{c2}|, m(i+1) = '1' \end{cases} \quad (6)$$

Промодельована схема зв'язку наведена на рис. 4. Бінарне повідомлення, закодоване в хаотичну траєкторію, показане у верхній частині рисунка, зміна параметра r – в нижній.

Першим способом передавання повідомлення є передавання сигналу $x(i)$. У цьому разі під час безпосереднього передавання $x(i)$ передаваний сигнал в каналі подібний до звичайного двійкового. Захищенішим способом передавання є використання параметра r як передаваного сигналу. Передавати r потрібно точно, оскільки найменша похибка в майбутньому призведе до помилки під час декодування. Тому необхідно зменшувати точність параметра r (кількість знаків після коми). Це можна зробити, ускладнивши алгоритм, наведений у частині 2.

Для кодування бажаного повідомлення параметр r можна вибрати з діапазону значень, що згідно з (4) для (5) можна визначити як:

$$r_{min} = \begin{cases} \frac{x_{des\ min}}{x(i)(1-x(i))} = 0, m(i+1) = '0' \\ \frac{x_{des\ min}}{x(i)(1-x(i))} = \frac{x_c}{x(i)(1-x(i))}, m(i+1) = '1' \end{cases} \quad (7)$$

$$r_{max} = \begin{cases} \frac{x_{des\ max}}{x(i)(1-x(i))} = \frac{x_c}{x(i)(1-x(i))}, m(i+1) = '0' \\ \frac{x_{des\ max}}{x(i)(1-x(i))} = \frac{1}{x(i)(1-x(i))}, m(i+1) = '1' \end{cases}$$

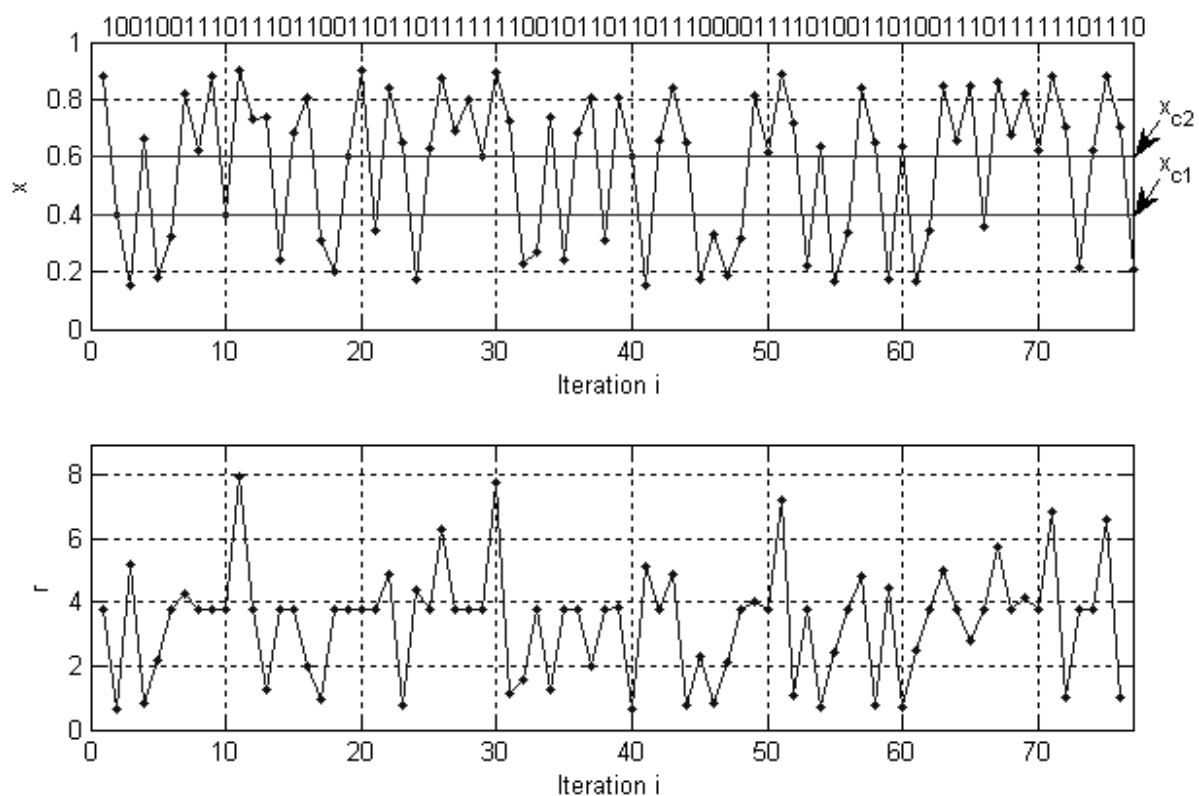


Рис. 4. Закодоване повідомлення “Information” в логістичному рівнянні з використанням шумового розриву

Залежність $\Delta r = r_{\min} - r_{\max}$ під час кодування повідомлення “Information” наведено на рис. 5, з якого випливає, що діапазон можливих значень r доволі широкий, і ми можемо вибрати r з обмеженою кількістю знаків, наприклад замість $r=3,23545433\dots$ беремо $r=3,2$. Значення $x(i+1)$ необхідно розраховувати заново з новим значенням параметра r згідно з (3).

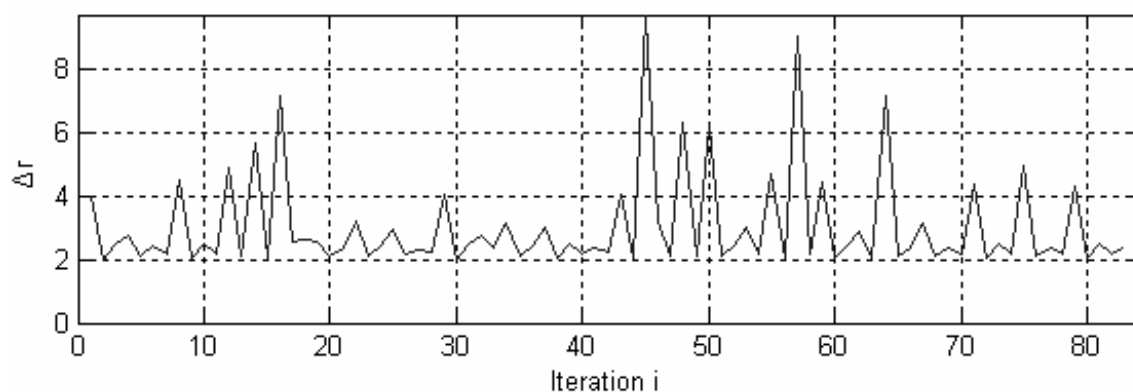


Рис. 5. Діапазон можливих значень параметра r за відсутності шумового розриву

4. Висновки

1. Наведені аналіз і числові результати, що показують придатність для **практичного кодування** схеми зв'язку з хаосом, яка використовує хаотичні сідла, охоплені аттрактором.
2. За допомогою методу контролю хаосу здійснюється маніпуляція символічною динамікою, і система генерує траєкторії, в які входить цифрова двійкова інформація. Цей метод має деякі

переваги, серед яких: специфічність символічного розділення може бути значно спрощена і хаотичні сідла можуть бути стійкими у разі використання шумового розриву. Захищеність системи зв'язку може бути підвищена використанням для передавання контрольованого параметра.

1. Parlitz U., Kocarev L., Stojanovski T. and Preckel H. Encoding messages using chaotic synchronization // *Phys. Rev. E*, vol. 53, pp. 4351–4361, 1996.
2. Eckmann J.P. and Ruelle D. Ergodic theory of chaos and strange attractors // *Rev. Modern Phys.*, vol. 57, pp. 617–656, 1985.
3. Heagy J.F., Carroll T.L., and Pecora L.M. Desynchronization by periodic orbits // *Phys. Rev. E*, vol. 52, pp. R1253–R1256, 1995.
4. Schuster H.G., Martin S. and Martienesen W. New method for determining the largest Liapunov exponent of simple nonlinear systems // *Phys. Rev. A*, vol. 33, pp. 3547–3549, 1986.
5. Tu_llaro N.B., Wycko P., Brown R., Schreiber T. and Molteno T. Topological time series analysis of a string experiment and its synchronized model, *Physical Review E* 50 (6), 4509-4522 (1994).
6. Guckenheimer J., Sensitive dependence to initial conditions for one-dimensional maps // *Comm. Math. Phys.* 70, 133–160.
7. Hayes S., Grebogi C., Ott E. // *Phys. Rev. Lett.* 70_1993.3031.
8. Hayes S., Grebogi C., Ott E., Mark A. // *Phys. Rev. Lett.* 73_1994.1781.
9. Rosa E., Hayes S., Grebogi C. // *Phys. Rev. Lett.* 78_1997.1247.
10. Z Gallias Comp assist proof of chaos in the Lorenz equations / *Physica D* vol 115 1998 165–188/
11. Hao B.-L. Symbolic dynamics and characterization of complexity // *Phys. D*, vol. 51, pp. 161–176, 1991.
12. Drake D.F. Information's role in the estimation of chaotic signals, Ph.D. thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA, 1998.
13. Shaw R. Strange attractors, chaotic behavior and information ow," *Z. Naturforschung A*, vol. 36A, no. 1, 1981.
14. B. Hao and W. Zheng, *Applied Symbolic Dynamics and Chaos*, World Scientific, Singapore, 1998.
15. Yoshito Hirata, Kevin Judd and Devin Kilminster. Estimating a Generating Partition from Observed Time Series: Symbolic Shadowing // *Physical Review E*, 70, 2004.
16. Kitchens B.R. *Symbolic Dynamics, One-sided, Two-sided, Countable State Markov Shifts*, Springer-Verlag, Berlin, 1998.
17. Gramss T. (1995). Entropy of the symbolic sequences for the critical circle map // *Phys. Rev. E* 51), 2616-2620.
18. Herzel H. and Grosse I. (1995). Measuring correlations in symbol sequences // *Physica A* 216, 518-542.
19. Crutchfield J.P. and Packard N.H. Symbolic dynamics of noisy chaos. *Physica*, 7D:201– 223, 1983.
20. Alekseyev V.M. and Jacobson M.V. Symbolic dynamics // *Phys. Rep.*, 25:287, 1981.
21. Lind, D. & Marcus, B. [1995] *An Introduction to Symbolic Dynamics and Coding*. (Cambridge University Press).
22. Blanchard F., Maass A. & Nogueira A., eds. *Topics in Symbolic Dynamics and Applications*, Cambridge Univ // Press, Cambridge, U.K., 2000.
23. Davidchack Y., Lai A. Klebanoff and E. Bollt. Towards complete detection of unstable periodic orbits in chaotic systems // *Physics Letters A*, 287, pp. 99–104, 2001.
24. Viswanath D. Symbolic dynamics and periodic orbits of the Lorenz attractor // *Nonlinearity*, vol. 16, pp. 1035–1056, 2003.