

де $\varphi(t)(h(t)-h(t-T))$ є фінітною функцією на першому періоді T , має будову, аналогічну до будови зображення Лапласа T -періодичної функції

$$Y(s) = \frac{1}{1 - e^{-Ts}} \Phi(s),$$

де $\Phi(s) = \int_0^T e^{-st} \varphi(t) dt$, є зображенням функції $\varphi(t)$ на першому періоді T . Такий запис складеної

T -періодичної функції і виявляється корисним при аналітичному розв'язуванні інших задач.

Висновки. Розв'язування задач розрахунку усталених та перехідних процесів у лінійних стаціонарних електричних колах при періодичних вимушеннях, складених періодичним продовженням фінітних функцій, рівноважниковим методом має істотні переваги над операторним методом як з погляду трудомісткості, так і під кутом зору наочності.

1. Перхач В. Математичні задачі електроенергетики. – Львів: Вища шк., 1989. 2. Filc R. *Equi-valents Method for Linear Circuits Transients Calculation. Proceedings of International Conference on Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science. TCSET'2002.* – Lviv – Slavsk, 2002. – С. 18–23. 3. Filc R. *Rachunek równoważników.* – Poznań, 2006. 4. Корн Г., Корн Т. *Справочник по математике.* – М.: Наука, 1970. 5. Фильц Р. *Оператор сдвига и его применение в задачах электромеханики // Изв. вузов. Электромеханика.* – 1991. – № 4. – С. 5–12.

УДК 621.3

Р.В. Фільц, Р.О. Селепина

Луцький державний технічний університет

АНАЛІЗ УМОВ СИМЕТРІЇ УСТАЛЕНИХ РЕЖИМІВ БАГАТОФАЗНИХ НЕЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ

© Фільц Р.В., Селепина Р.О., 2007

Запропоновано аналітичний метод перевірки гіпотез про симетрію струмів в усталених режимах роботи багатофазних нелінійних електричних кіл під час їх живлення симетричними багатофазними системами негармонічних напруг.

Analytical method of current symmetry verification of polyphase nonlinear electric circuits steady states with symmetrical polyphase inputs has been developed

Постановка задачі. Серед електротехнічних пристроїв енергетичного призначення важливе місце займають багатофазні напівпровідникові перетворювачі частоти (зокрема – випростувачі та інвертори), електромеханічні перетворювачі енергії (багатофазні електричні машини й трансформатори) та машинно-вентильні системи, тобто об'єкти, які за структурою їх електричних схем належать до класу багатофазних нелінійних електричних кіл. У зв'язку з цим вдосконалення прямих методів розрахунку усталених режимів роботи таких об'єктів є актуальним завданням.

Аналіз останніх досліджень. До розрахунку усталених режимів багатофазних нелінійних електричних кіл застосовують, поряд з методами, що ґрунтуються на безпосередньому числовому інтегруванні рівнянь електричного стану до практичного усталення перехідного процесу [1], так звані прямі числові методи – точковий, сітковий та диференційний гармонічний. Теоретичні підстави цих методів викладені відповідно в працях [2–4].

Задача дослідження. Під час застосування прямих методів затрати часу на розрахунок усталеного режиму можна значно скоротити, якщо використати заздалегідь відомі умови його

симетрії, оскільки ці умови дозволяють виразити змінні стану фаз підсхем електричного кола через відповідні змінні стану однієї з фаз i , отже, значно зменшити кількість невідомих. Для лінійних кіл з постійними параметрами при гармонічних вимушеннях питання про умови симетрії розв'язують в такій послідовності: на підставі пофазної симетрії структури багатофазних підсхем цієї електричної схеми та пофазної симетрії напруг їх живлення формулюється гіпотеза про рівень симетрії струмів; якщо ця гіпотеза дозволяє звести систему рівнянь стану електричного кола з невідомими комплексними амплітудами струмів до системи, яка містить комплексні амплітуди тільки однієї з фаз кожної з багатофазних підсхем, то прийняту гіпотезу належить вважати обґрунтованою. Для нелінійних кіл i , тим більше, кіл, які живляться полігармонічними симетричними багатофазними системами напруг (тобто такими, в яких напруга кожної наступної фази відрізняється від напруги попередньої фази тільки зсувом у часі на кут $\frac{2\pi}{m}$, де m – кількість фаз), такий спосіб перевірки умов симетрії є непридатним.

У статті показано, що завдання перевірки гіпотез про симетрію багатофазних нелінійних кіл, живлених полігармонічними симетричними багатофазними системами напруг, розв'язують за допомогою математичного апарата, який ґрунтується на застосуванні оператора зсуву [5, 6].

Виклад основного матеріалу. Якщо для функції $y = y(t)$ здійснити перетворення координат, яке відповідає зсувові початку відліку незалежної змінної вліво на величину θ , то отримуємо нову функцію (називатимемо її зсуненою функцією), яку можна подати з використанням оператора зсуву як

$$z = z(t) = y(t + \theta) = \zeta(\theta)y(t), \quad (1)$$

де

$$\zeta(\theta) \equiv e^{\theta \frac{d}{dt}} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \left(\theta \frac{d}{dt} \right)^k = 1 + \theta \frac{d}{dt} + \frac{1}{2!} \theta^2 \frac{d^2}{dt^2} + \dots + \frac{1}{k!} \theta^k \frac{d^k}{dt^k} + \dots \quad (2)$$

– оператор зсуву [5, 6].

Наведемо основні властивості оператора зсуву, необхідні для розв'язання поставленої задачі.

Прийнявши, що $y = y(t) = t$, згідно з (1), (2) маємо

$$\zeta(\theta)t = \left(1 + \theta \frac{d}{dt} + \frac{1}{2!} \theta^2 \frac{d^2}{dt^2} + \dots + \frac{1}{k!} \theta^k \frac{d^k}{dt^k} + \dots \right) t = t + \theta. \quad (3)$$

З урахуванням (3) знаходимо, що

$$\zeta(\theta)y(t) = y(t + \theta) = y(\zeta(\theta)t), \quad (4)$$

тобто оператор зсуву комутує з будь-яким алгебраїчним оператором $y(\cdot)$. Інакше кажучи, зсунена функція $\zeta(\theta)y(t)$ є функцією зсуненого аргументу $\zeta(\theta)t = t + \theta$. З цієї властивості випливає, що

$$\zeta(\theta)(y(x(t))) = y(\zeta(\theta)x(t)) = y(x(\zeta(\theta)t)) = y(x(t + \theta)), \quad (5)$$

отже, результат зсуву складної функції $y(x(t))$, тобто функції з проміжним аргументом $x(t)$, є функцією зсуненого проміжного аргументу $\zeta(\theta)x(t)$ і є функцією зсуненого основного аргументу t .

Застосуємо твердження про зсув складної функції до обґрунтування основної властивості стаціонарного елемента кола на прикладі нелінійного резистора. Нехай маємо нелінійний резистор з вольт-амперною характеристикою $u = u(i)$. Під час протікання через нього струму $i = i(t)$ напруга на резисторі є функцією $u = u(i(t)) = w(t)$. Якщо ж через цей же резистор пропустити струм, що відрізняється від попереднього тільки зсувом, тобто струм $i'(t) = \zeta(\theta)i(t) = i(t + \theta)$, то напруга на резисторі дорівнюватиме

$$u' = u(i'(t)) = u(\zeta(\theta)i(t)) = \zeta(\theta)u(i(t)) = \zeta(\theta)w(t) = w(t + \theta), \quad (6)$$

тобто вона відрізнятиметься від попередньої також тільки зсувом. Варто зауважити, що в підручниках з теоретичної електротехніки цю властивість стаціонарного нелінійного резистора не доводять, а приймають як очевидну.

Як наслідки властивості (4) отримуємо, що

$$\begin{aligned}\zeta(\theta)(y_1(t) + y_2(t)) &= \zeta(\theta)y_1(t) + \zeta(\theta)y_2(t) = y_1(t + \theta) + y_2(t + \theta); \\ \zeta(\theta)(cy(t)) &= c\zeta(\theta)(y(t)) = cy(t + \theta),\end{aligned}\quad (7)$$

тобто оператор зсуву є лінійним оператором;

$$\zeta(\theta)(y_1(t) \cdot y_2(t)) = (\zeta(\theta)y_1(t)) \cdot \zeta(\theta)y_2(t) = y_1(t + \theta) \cdot y_2(t + \theta), \quad (8)$$

тобто результат зсуву добутку функцій є добутком зсунених функцій.

Оператор зсуву комутує з будь-яким лінійним диференціальним оператором

$$L\left(\frac{d}{dt}\right) = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_k \frac{d^k}{dt^k} = \lambda_0 + \lambda_1 \frac{d}{dt} + \dots + \lambda_k \frac{d^k}{dt^k} + \dots, \quad (9)$$

тобто

$$\zeta(\theta)L\left(\frac{d}{dt}\right)y(t) = L\left(\frac{d}{dt}\right)\zeta(\theta)y(t). \quad (10)$$

Інакше кажучи, зсунена продиференційована функція дорівнює продиференційованій зсуненій функції.

Утворимо з функції $y = y(t)$ послідовність функцій

$$y_1 = y(t); y_2 = y(t + \theta) = \zeta(\theta)y(t); \dots; y_{m-1} = y(t + (m-1)\theta) = \zeta^{m-1}(\theta)y(t) \quad (11)$$

і назвемо її m -кратною серією функцій з інтервалом θ (коротко –серією функцій). Сума m -кратної серії функцій з інтервалом θ є функцією

$$w(t) = y(t) + y(t + \theta) + \dots + y(t + (m-1)\theta) = y(t) + \zeta(\theta)y(t) + \dots + \zeta^{m-1}(\theta)y(t) = \chi_m(\theta)y(t), \quad (12)$$

де

$$\chi_m(\theta) = 1 + \zeta(\theta) + \dots + \zeta^{m-1}(\theta) \quad (13)$$

є оператором, який назвемо оператором суми m -кратної серії функцій з інтервалом τ (коротко – оператором суми серії). Він комутує з операторами $\zeta(\theta)$ і $L\left(\frac{d}{dt}\right)$, тобто

$$\begin{aligned}\chi_m(\theta)\zeta(\theta)L\left(\frac{d}{dt}\right) &= \zeta(\theta)L\left(\frac{d}{dt}\right)\chi_m(\theta) = L\left(\frac{d}{dt}\right)\chi_m(\theta)\zeta(\theta) = \\ &= \zeta(\theta)\chi_m(\theta)L\left(\frac{d}{dt}\right) = \zeta(\theta)L\left(\frac{d}{dt}\right)\chi_m(\theta) = L\left(\frac{d}{dt}\right)\chi_m(\theta)\zeta(\theta).\end{aligned}\quad (14)$$

Якщо функція $y = y(t)$ є T -періодичною, тобто якщо $y(t + T) = y(t)$, то цю її властивість записують за допомогою оператора зсуву як

$$\zeta(T)y(t) = y(t). \quad (15)$$

Сума m -кратної серії з інтервалом $\frac{T}{m}$ T -періодичних функцій є $\frac{T}{m}$ -періодичною функцією, тобто

$$\begin{aligned}\zeta\left(\frac{T}{m}\right)\chi_m\left(\frac{T}{m}\right)y(t) &= \zeta\left(\frac{T}{m}\right)\left(1 + \zeta\left(\frac{T}{m}\right) + \dots + \zeta^{m-1}\left(\frac{T}{m}\right)\right)y(t) = \\ &= \left(\zeta\left(\frac{T}{m}\right) + \zeta^2\left(\frac{T}{m}\right) + \dots + \zeta^m\left(\frac{T}{m}\right)\right)y(t) = \left(\zeta\left(\frac{T}{m}\right) + \zeta^2\left(\frac{T}{m}\right) + \dots + 1\right)y(t) = \chi_m\left(\frac{T}{m}\right)y(t).\end{aligned}\quad (16)$$

Застосуємо наведені теоретичні положення до перевірки гіпотези про симетрію струмів в усталеному режимі роботи схеми, зображеної на рисунку, вважаючи, що вентиля лівої та правої підсхем мають відповідно ідентичні вольт-амперні характеристики

$$\begin{aligned}v_A &= v_{\pi}(i_A); v_B = v_{\pi}(i_B); v_C = v_{\pi}(i_C); v_D = v_{\pi}(i_D); v_E = v_{\pi}(i_E); v_F = v_{\pi}(i_F); \\ v_a &= v_{\pi}(i_a); v_b = v_{\pi}(i_b); v_c = v_{\pi}(i_c),\end{aligned}\quad (17)$$

навої лівої та правої підсхем мають відповідно ідентичні вебер-амперні характеристики

$$\psi_A = \psi_{\pi}(i_A); \psi_B = \psi_{\pi}(i_B); \psi_C = \psi_{\pi}(i_C); \psi_D = \psi_{\pi}(i_D); \psi_E = \psi_{\pi}(i_E); \psi_F = \psi_{\pi}(i_F);$$

$$v_a = \psi_{\Pi}(i_a); \quad \psi_b = \psi_{\Pi}(i_b); \quad \psi_c = \psi_{\Pi}(i_c), \quad (18)$$

а напруги живлення є полігармонічними функціями змінної $\alpha = \omega t$, причому напруги лівої підсхеми утворюють симетричну шестифазну систему колової частоти ω

$$\begin{aligned} u_A &= u_{\Pi}(\alpha); \quad u_B = u_{\Pi}(\alpha - \beta_6) = \zeta_6 u_{\Pi}(\alpha); \quad u_C = u_{\Pi}(\alpha - 2\beta_6) = \zeta_6^2 u_{\Pi}(\alpha); \\ u_D &= u_{\Pi}(\alpha - 3\beta_6) = \zeta_6^3 u_{\Pi}(\alpha); \quad u_E = u_{\Pi}(\alpha - 4\beta_6) = \zeta_6^4 u_{\Pi}(\alpha); \quad u_F = u_{\Pi}(\alpha - 5\beta_6) = \zeta_6^5 u_{\Pi}(\alpha), \end{aligned} \quad (19)$$

а напруги правої підсхеми утворюють симетричну трифазну систему частоти ω

$$u_a = u_{\Pi}(\alpha); \quad u_b = u_{\Pi}(\alpha - 2\beta_6) = \zeta_6^2 u_{\Pi}(\alpha); \quad u_c = u_{\Pi}(\alpha - 4\beta_6) = \zeta_6^4 u_{\Pi}(\alpha), \quad (20)$$

де

$$\beta_6 \square -\frac{2\pi}{6}; \quad \zeta_6 \square e^{\beta_6 \frac{d}{d\alpha}} = e^{-\frac{2\pi}{6} \frac{d}{d\alpha}} = e^{\beta_6 \frac{d}{d\omega t}}.$$

Резистор і навій у центральній частині схеми мають відповідно характеристики

$$v = v(i); \quad \psi = \psi(i). \quad (21)$$

Характеристики (17), (18), (21) вважатимемо, в загальному випадку, нелінійними взаємно однозначними функціями.

Перевіримо гіпотезу, за якою в усталеному режимі роботи схеми струми задовольняють такі самі умови симетрії, як і напруги, тобто приймемо, що

$$\begin{aligned} i_A &= i_{\Pi}(\alpha); \quad i_B = \zeta_6 i_{\Pi}(\alpha); \quad i_C = \zeta_6^2 i_{\Pi}(\alpha); \quad i_D = \zeta_6^3 i_{\Pi}(\alpha); \quad i_E = \zeta_6^4 i_{\Pi}(\alpha); \quad i_F = \zeta_6^5 i_{\Pi}(\alpha); \\ i_a &= i_{\Pi}(\alpha); \quad i_b = \zeta_6^2 i_{\Pi}(\alpha); \quad i_c = \zeta_6^4 i_{\Pi}(\alpha) \end{aligned} \quad (21)$$

і, отже,

$$\begin{aligned} v_A &= v_{\Pi}(\alpha); \quad v_B = \zeta_6 v_{\Pi}(\alpha); \quad v_C = \zeta_6^2 v_{\Pi}(\alpha); \quad v_D = \zeta_6^3 v_{\Pi}(\alpha); \quad v_E = \zeta_6^4 v_{\Pi}(\alpha); \quad v_F = \zeta_6^5 v_{\Pi}(\alpha); \\ v_a &= v_{\Pi}(\alpha); \quad v_b = \zeta_6^2 v_{\Pi}(\alpha); \quad v_c = \zeta_6^4 v_{\Pi}(\alpha). \\ \psi_A &= \psi_{\Pi}(\alpha); \quad \psi_B = \zeta_6 \psi_{\Pi}(\alpha); \quad \psi_C = \zeta_6^2 \psi_{\Pi}(\alpha); \quad \psi_D = \zeta_6^3 \psi_{\Pi}(\alpha); \quad \psi_E = \zeta_6^4 \psi_{\Pi}(\alpha); \quad \psi_F = \zeta_6^5 \psi_{\Pi}(\alpha); \\ \psi_a &= \psi_{\Pi}(\alpha); \quad \psi_b = \zeta_6^2 \psi_{\Pi}(\alpha); \quad \psi_c = \zeta_6^4 \psi_{\Pi}(\alpha). \end{aligned} \quad (22)$$

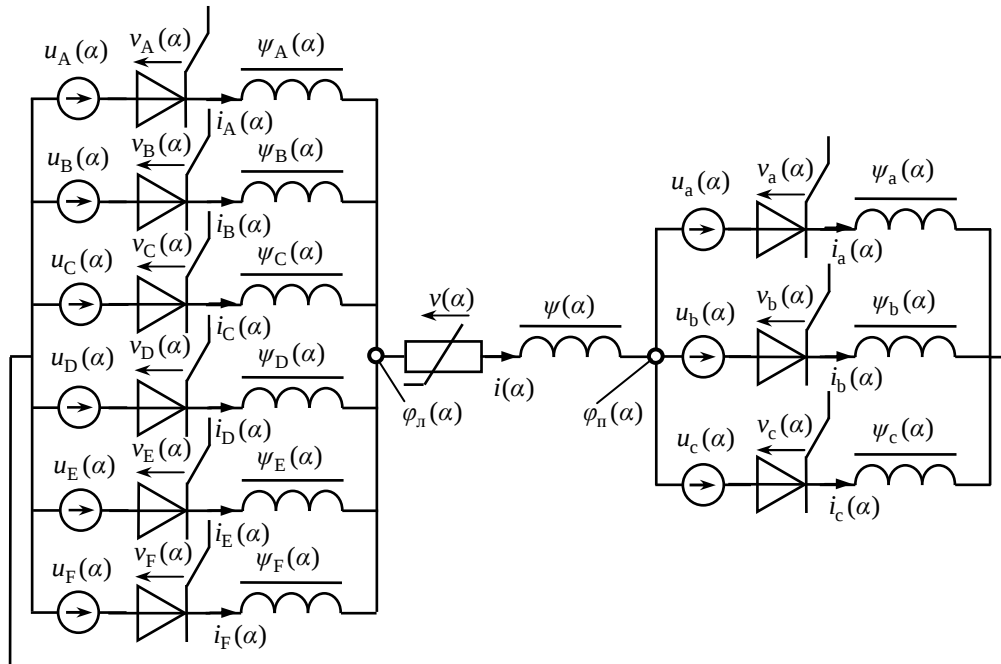


Схема нелінійного багатофазного електричного кола

Рівняння стану схеми мають вигляд

$$\begin{aligned} u_A(\alpha) - v_A(\alpha) - \omega \frac{d}{d\alpha} \psi_A(\alpha) - \varphi_{\pi}(\alpha) &= 0; & u_D(\alpha) - v_D(\alpha) - \omega \frac{d}{d\alpha} \psi_D(\alpha) - \varphi_{\pi}(\alpha) &= 0; \\ u_B(\alpha) - v_B(\alpha) - \omega \frac{d}{d\alpha} \psi_B(\alpha) - \varphi_{\pi}(\alpha) &= 0; & u_E(\alpha) - v_E(\alpha) - \omega \frac{d}{d\alpha} \psi_E(\alpha) - \varphi_{\pi}(\alpha) &= 0; \\ u_C(\alpha) - v_C(\alpha) - \omega \frac{d}{d\alpha} \psi_C(\alpha) - \varphi_{\pi}(\alpha) &= 0; & u_F(\alpha) - v_F(\alpha) - \omega \frac{d}{d\alpha} \psi_F(\alpha) - \varphi_{\pi}(\alpha) &= 0; \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} u_a(\alpha) - v_a(\alpha) - \omega \frac{d}{d\alpha} \psi_a(\alpha) + \varphi_{\pi}(\alpha) &= 0; \\ u_b(\alpha) - v_b(\alpha) - \omega \frac{d}{d\alpha} \psi_b(\alpha) + \varphi_{\pi}(\alpha) &= 0; \\ u_c(\alpha) - v_c(\alpha) - \omega \frac{d}{d\alpha} \psi_c(\alpha) + \varphi_{\pi}(\alpha) &= 0; \end{aligned} \quad (24)$$

$$\varphi_{\pi}(\alpha) - \varphi_{\pi}(\alpha) + \omega \frac{d}{d\alpha} \psi(\alpha) + v(\alpha) = 0; \quad (25)$$

$$i_A(\alpha) + i_B(\alpha) + i_C(\alpha) + i_D(\alpha) + i_E(\alpha) + i_F(\alpha) - i(\alpha) = 0; \quad (26)$$

$$i_a(\alpha) + i_b(\alpha) + i_c(\alpha) + i(\alpha) = 0. \quad (27)$$

Додавши відповідно ліві й праві частини рівнянь (23), з урахуванням (19), (22) після перетворень отримуємо рівняння

$$\chi_6(u_{\pi}(\alpha) - v_{\pi}(\alpha) - \omega \frac{d}{d\alpha} \psi_{\pi}(\alpha)) - 6\varphi_{\pi}(\alpha) = 0, \quad (28)$$

де $\chi_6 \equiv 1 + \zeta_6^2 + \zeta_6^3 + \zeta_6^4 + \zeta_6^5$ – оператор суми шестикратної серії з інтервалом β_6 . Аналогічно з рівнянь (24) отримуємо рівняння

$$\chi_3(u_{\pi}(\alpha) - v_{\pi}(\alpha) - \omega \frac{d}{d\alpha} \psi_{\pi}(\alpha)) - 3\varphi_{\pi}(\alpha) = 0, \quad (29)$$

де $\chi_3 = 1 + \zeta_6^2 + \zeta_6^4$ – оператор суми трикратної серії з інтервалом $2\beta_6$. Підставивши умови (21) до (26), отримуємо рівняння

$$\chi_6 i_{\pi}(\alpha) - i(\alpha) = 0, \quad (30)$$

а підставивши умови (21) до (27), отримуємо рівняння

$$\chi_3 i_{\pi}(\alpha) + i(\alpha) = 0. \quad (31)$$

Рівняння (25), (28)–(31) разом з рівняннями

$$v_{\pi} = v_{\pi}(i_{\pi}); \quad \psi_{\pi} = \psi_{\pi}(i_{\pi}); \quad v_{\pi} = v_{\pi}(i_{\pi}); \quad \psi_{\pi} = \psi_{\pi}(i_{\pi}); \quad v = v(i); \quad \psi = \psi(i) \quad (32)$$

утворюють систему 11 рівнянь, яка містить 11 невідомих функцій $i_{\pi}(\alpha)$, $i_{\pi}(\alpha)$, $i(\alpha)$, $v_{\pi}(\alpha)$, $v_{\pi}(\alpha)$, $v(\alpha)$, $\psi_{\pi}(\alpha)$, $\psi_{\pi}(\alpha)$, $\psi(\alpha)$, $\varphi_{\pi}(\alpha)$, $\varphi_{\pi}(\alpha)$. Однак ця система є несумісною. Дійсно, оскільки згідно з (21) струм $i_{\pi}(\alpha) \in 2\pi$ -періодичною функцією, то як випливає з (30), струм $i(\alpha) = \zeta_6 i_{\pi}(\alpha)$ повинен бути $\frac{2\pi}{3}$ -періодичною функцією. Але згідно з (21) струм $i_{\pi}(\alpha) \in 2\pi$ -періодичною функцією,

а з (31) випливає, що з струм $i(\alpha) = -\chi_3 i_{\pi}(\alpha)$ повинен бути $\frac{2\pi}{3}$ -періодичною функцією. Отже, струм $i(\alpha)$ повинен бути рівночасно 2π -періодичною функцією і $\frac{2\pi}{3}$ -періодичною функцією, що неможливо, оскільки не кожна 2π -періодична функція є $\frac{2\pi}{3}$ -періодичною функцією. Отже, гіпотезу (21) необхідно відкинути.

Перевіримо слабкішу гіпотезу, згідно з якою

$$\begin{aligned} i_A &= i_{\text{л1}}(\alpha); \quad i_C = \zeta_3 i_{\text{л1}}(\alpha); \quad i_E = \zeta_3^2 i_{\text{л1}}(\alpha); \\ i_B &= i_{\text{л2}}(\alpha); \quad i_D = \zeta_3 i_{\text{л2}}(\alpha); \quad i_F = \zeta_3^2 i_{\text{л2}}(\alpha); \\ i_a &= i_{\text{п}}(\alpha); \quad i_b = \zeta_3 i_{\text{п}}(\alpha); \quad i_c = \zeta_3^2 i_{\text{п}}(\alpha), \end{aligned} \quad (33)$$

де

$$\beta_3 \square -\frac{2\pi}{3}; \quad \zeta_3 \square e^{\beta_3 \frac{d}{d\tau}} = e^{-\frac{2\pi}{3} \frac{d}{d\tau}} = e^{\beta_3 \frac{d}{d\omega t}}, \quad (34)$$

тобто прийнемо, що струми фаз А, С, Е і струми фаз В, D, F утворюють дві симетричні трифазні системи. Додавши відповідно ліві й праві частини рівнянь (23) для фаз А, С, Е, після перетворень з урахуванням (33) отримуємо рівняння

$$\chi_3(u_{\text{л}}(\alpha) - v_{\text{л1}}(\alpha) - \omega \frac{d}{d\alpha} \psi_{\text{л1}}(\alpha)) - 3\varphi_{\text{л}}(\alpha) = 0. \quad (35)$$

Повторивши ці самі дії з рівняннями для фаз В, D, F і з рівняннями для фаз а, b, с, отримуємо відповідно рівняння

$$\chi_3(\zeta_3 u_{\text{л}}(\alpha) - v_{\text{л2}}(\alpha) - \omega \frac{d}{d\alpha} \psi_{\text{л2}}(\alpha)) - 3\varphi_{\text{л}}(\alpha) = 0; \quad (36)$$

$$\chi_3(u_{\text{п}}(\alpha) - v_{\text{п}}(\alpha) - \omega \frac{d}{d\alpha} \psi_{\text{п}}(\alpha)) - 3\varphi_{\text{п}}(\alpha) = 0. \quad (37)$$

Підставивши умови (33) до (26), отримуємо рівняння

$$\chi_3(i_{\text{л1}}(\alpha) + i_{\text{л2}}(\alpha)) - i(\alpha) = 0, \quad (38)$$

а підставивши умови (33) до (27), отримуємо рівняння

$$\chi_3 i_{\text{п}}(\alpha) + i(\alpha) = 0. \quad (39)$$

Рівняння (25), (35)–(39), разом з рівняннями

$$v_{\text{л1}} = v_{\text{л}}(i_{\text{л1}}); \quad v_{\text{л2}} = v_{\text{л}}(i_{\text{л2}}); \quad \psi_{\text{л1}} = \psi_{\text{л}}(i_{\text{л1}}); \quad \psi_{\text{л2}} = \psi_{\text{л}}(i_{\text{л2}}); \quad v_{\text{п}} = v_{\text{п}}(i_{\text{п}}); \quad \psi_{\text{п}} = \psi_{\text{п}}(i_{\text{п}}); \quad v = v(i); \quad \psi = \psi(i)$$

утворюють систему 14 рівнянь, яка містить 14 невідомих функцій $i_{\text{л1}}(\alpha)$, $i_{\text{л2}}(\alpha)$, $i_{\text{п}}(\alpha)$, $i(\alpha)$, $v_{\text{л1}}(\alpha)$, $v_{\text{л2}}(\alpha)$, $v_{\text{п}}(\alpha)$, $v(\alpha)$, $\psi_{\text{л1}}(\alpha)$, $\psi_{\text{л2}}(\alpha)$, $\psi_{\text{п}}(\alpha)$, $\psi(\alpha)$, $\varphi_{\text{л}}(\alpha)$, $\varphi_{\text{п}}(\alpha)$. З (35) – (39) випливає, що струм $i(\alpha)$ і потенціали $\varphi_{\text{л}}(\alpha)$, $\varphi_{\text{п}}(\alpha) \in \frac{2\pi}{6}$ -періодичними функціями, тобто вони задовольняють умови

$$\zeta_3 i(\alpha) = i(\alpha), \quad \zeta_3 \varphi_{\text{л}}(\alpha) = \varphi_{\text{л}}(\alpha), \quad \zeta_3 \varphi_{\text{п}}(\alpha) = \varphi_{\text{п}}(\alpha). \quad (40)$$

Отже, гіпотеза (33) не призводить до суперечливих рівнянь і в цій схемі при живленні напругами (19), (20) існує симетричний режим роботи, при якому задовольняються умови симетрії (33).

Неважко довести, що в цій схемі існує симетричний режим роботи, при якому задовольняються умови симетрії (21) тільки тоді, коли напруги живлення в правій частині схеми мають частоту в $2N$ разів більшу від частоти напруг живлення в лівій частині схеми, де N – натуральне число.

Висновки. Застосування оператора зсуву дозволяє досить просто на аналітичному рівні розв'язувати завдання перевірки гіпотез про симетрію усталених режимів роботи нелінійних багатофазних електричних кіл під час їх живлення полігармонічними симетричними багатофазними системами напруг, незалежно від характеру нелінійності елементів кола та гармонічного складу напруг живлення.

1. Плахтына Е. Математическое моделирование электромашиновентильных систем. – Львов: Вища шк., 1986. 2. Пухов Г. Дифференциальные преобразования функций и уравнений. – К.: Наук. думка. 1980. 3. Фильц Р., Семчишин О. Сеточная модель периодических процессов обобщенного статического электромагнитного преобразователя энергии со стержневым магнитопроводом // Изв. вузов. Электромеханика. – 1987. – № 1. – С. 33–39. 4. Глухивский Л. Расчет периодических процессов электротехнических устройств. – Львов: Вища шк., 1984. 5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. – М.: Наука, 1970. 6. Фильц Р. Оператор сдвига и его применение в задачах электромеханики. // Изв. вузов. Электромеханика. – 1991. – № 4. – С. 5–12.