УДК 621.867

СОРОЧАК О.З., ВЕЛИЧКО Л.Д.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВІБРОТРАНСПОРТУВАННЯ ВИРОБІВ АНІЗОТРОПНОЮ ПОВЕРХНЕЮ ПРИ ПОЗДОВЖНІХ ЇЇ КОЛИВАННЯХ

The mathematical model of a skew field driving on an anisotropic surface at its longitudinal harmonic oscillations is described in present paper. Its usage in scientific researches and in interoperation transport creation researches gives a possibility to receive the optimum results at minimum financial experiment expenditures.

ВСТУП

Вібраційні лотки як міжопераційний транспорт застосовуються вже тривалий час і є широко розповсюдженими. Вібротранспортування по їх поверхні здійснюється в основному у відривних режимах, при прямолінійних під кутом траєкторіях коливань та у безвідривних – при еліптичних коливаннях. Вібротранспортування виробів ворсовою поверхнею з анізотропними властивостями має низку переваг перед традиційними лотками [1]:

- можливість здійснювати транспортування при наявності одного з гармонійних коливань – поздовжнього або нормального;
- безшумний плавний рух виробів;
- високі значення коефіцієнта швидкості та кута підйому;
- усунення явища адгезії при транспортуванні виробів, які мають розвинуті плоскі поверхні;
- запобігання пошкодженню виробів з крихких матеріалів;
- автоматичне орієнтування виробів;
- довговічність робочої поверхні лотка при транспортуванні заготівок з гострими виступами та заусенцями.

Проте, незважаючи на це анізотропні вібролотки, не набули широкого застосування у практиці вітчизняних підприємств, хоча конструкції їхні відомі давно [1, 2]. В основному це пов’язано з відсутністю методики проектування властивостей ворсового покриття для різних виробничих потреб і, як наслідок, відсутністю його виробництва на тернах країн СНД. В даній роботі пропонується математична модель, яка може бути покладена в основу автоматизованого проектування анізотропних покрить та вібротранспортерів на їх базі.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ ТІЛА АНІЗОТРОПНОЮ ПОВЕРХНЕЮ

Розглянемо і опишемо рух тіла при поздовжніх коливаннях анізотропного лотка, оскільки саме такий режим вібротранспортування є преференційним порівняно з нормальними коливаннями робочого органа [1].

При математичному моделюванні даної задачі передбачалось, що виконуються такі основні гіпотези:

- робоча анізотропна поверхня лотка здійснює тільки поздовжні гармонічні коливання;
- коефіцієнти тертя ковзання і спокою рівні між собою та не залежать від швидкості руху тіл, що знаходяться в контакті;
- робоча поверхня має явно виражену анізотропію, тобто коефіцієнт тертя при переміщенні тіла у напрямі, протилежному до напряму транспортування, значно перевищує коефіцієнт тертя в прямому напрямі;
- інші властивості робочої поверхні (за винятком анізотропії) не впливають на динаміку віброперeміщення.

Закон руху робочої поверхні вібротранспортера описується виразом:

$$s(t) = -A \cdot sin\omega \cdot \left(t + \frac{\pi}{2\omega}\right), \tag{1}$$

де A – робоча амплітуда коливань вібролотка, м; t – час, с; ω – кутова частота коливань, с$^{-1}$, яка визначається як $\omega = 2\pi\nu$, де ν – лінійна частота коливань, Гц.

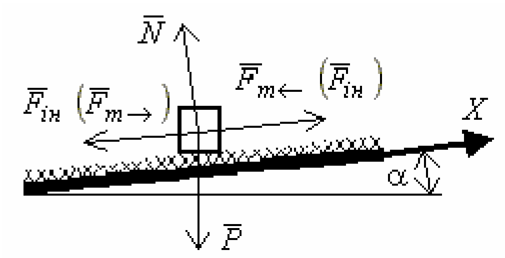

Рис.1. Розрахункова схема.

У момент запуску в рух вібролотка на матеріальне тіло діятимуть сили (рис.1): $\overline{P}$ – вага тіла; $\overline{N}$ – нормальна реакція робочої поверхні лотка; $\overline{F}_{т\leftarrow}$ – сила тертя проти шерсті, тобто яка виникає при переміщенні тіла назад відносно напряму транспортування; $\overline{F}_{т\rightarrow}$ – сила тертя за шерстю, тобто сила, яка виникає при переміщенні тіла в напрямі транспортування; $\overline{F}_{ін}$ – сила інерції, причому

$$F_{т\leftarrow} = f_{\leftarrow} \cdot N = f_{\leftarrow} \cdot P \cdot cos\,\alpha\,;$$

$$F_{ін}(t) = mA\omega^2\, sin\omega\left(t + \frac{\pi}{2\omega}\right),$$

де m – маса тіла, кг.

Згідно із основним законом динаміки можна записати рівність:

$$m\overline{a} = \overline{F}_т + \overline{P} + \overline{N} + \overline{F}_{ін}, \quad \text{або} \quad m\ddot{\xi} = F_{т\leftarrow} - P\,sin\alpha - F_{ін}. \tag{2}$$

Підставивши у формулу (2) вирази для сил, які діють на тіло, та скоротивши на m, отримаємо таку рівність

$$\ddot{\xi}(t) = g\left(f_{\leftarrow}\,cos\,\alpha - sin\alpha\right) - A\omega^2\, sin\omega\left(t + \frac{\pi}{2\omega}\right). \tag{3}$$

Якщо в момент пуску виконується умова

$$P\,sin\alpha + F_{ін} > F_{т\leftarrow},$$

то тіло почне рухатися в протилежний бік до руху лотка.

Закон руху тіла під час пускового етапу отримуємо, проінтегрувавши двічі рівняння (3)

$$\dot{\xi}(t) = g\left(f_{\leftarrow}\,cos\,\alpha - sin\alpha\right)\cdot t + A\omega\,cos\,\omega\left(t + \frac{\pi}{2\omega}\right) + c_1, \tag{4}$$

$$\xi(t) = g(f_{\leftarrow} \cos\alpha - \sin\alpha) \cdot \frac{t^2}{2} + A \sin\omega\left(t + \frac{\pi}{2\omega}\right) + c_1 \cdot t + c_2 . \qquad (5)$$

Сталі інтегрування знаходимо із початкових умов

$$\dot{\xi}(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad c_1 = 0;$$

$$\xi(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad c_2 = -A .$$

Отже, протягом пускового етапу рух тіла відносно вібролотка відбуватиметься за законом:

$$\xi(t) = g(f_{\leftarrow} \cos\alpha - \sin\alpha) \cdot \frac{t^2}{2} + A \sin\omega\left(t + \frac{\pi}{2\omega}\right) - A . \qquad (6)$$

Тривалість пускового етапу $0<t\leq\tau_1$ визначається із умови $\dot{\xi}(t) = 0$, тобто він буде тривати до тих пір, поки швидкість тіла відносно лотка стане дорівнювати нулю. Час закінчення пускового етапу τ_1 знаходимо з рівняння:

$$\dot{\xi}(\tau_1) = g(f_{\leftarrow} \cos\alpha - \sin\alpha) \cdot \tau_1 + A\omega \cos\omega\left(\tau_1 + \frac{\pi}{2\omega}\right) = 0 , \qquad (7)$$

Рух тіла відносно осі X під час пускового етапу буде описуватися рівнянням

$$x(t) = s(t) + \xi(t) . \qquad (8)$$

Після закінчення часу пускового етапу розпочнеться І етап руху тіла по анізотропній поверхні тривалістю $\tau_1<t\leq\tau_2$, під час якого тіло відносно лотка буде нерухомим. Лоток у початковий момент часу І етапу τ_1 рухається в напрямку транспортування виробу вздовж осі X і при цьому виконується умова

$$P \sin\alpha + F_{ін} < F_{m\leftarrow} \quad \text{або} \quad F_{ін} < F_{m\leftarrow} - P \sin\alpha .$$

Завершення І етапу відбудеться в момент часу τ_2, коли стане істинною рівність

$$F_{ін} = F_{m\rightarrow} + P \sin\alpha ,$$

або це відповідає співвідношенню

$$-A\omega^2 \sin\omega\left(t + \frac{\pi}{2\omega}\right) = g(f_{\rightarrow} \cos\alpha + \sin\alpha). \qquad (9)$$

Із рівняння (9) знаходимо час завершення І етапу τ_2.

Рух тіла відносно осі X під час І етапу буде описуватися рівнянням

$$x(t) = s(t) + \xi(\tau_1) . \qquad (10)$$

На ІІ етапі руху тіла по анізотропній поверхні, яка здійснює поздовжні гармонійні коливання, тіло ковзає по вібролотку в напрямку осі X. При цьому згідно із основним законом динаміки (рис.1) буде істинною така рівність

$$\ddot{\xi}(t) = -g(f_{\rightarrow} \cos\alpha + \sin\alpha) - A\omega^2 \sin\omega\left(t + \frac{\pi}{2\omega}\right). \qquad (11)$$

Закон руху тіла під час ІІ етапу отримуємо, проінтегрувавши двічі рівняння (11)

$$\dot{\xi}(t) = -g(f_{\rightarrow} \cos\alpha + \sin\alpha) \cdot t + A\omega \cos\omega\left(t + \frac{\pi}{2\omega}\right) + c_1^{II} , \qquad (12)$$

$$\xi(t) = -g(f_{\rightarrow} \cos\alpha + \sin\alpha) \cdot \frac{t^2}{2} + A \sin\omega\left(t + \frac{\pi}{2\omega}\right) + c_1^{II} \cdot t + c_2^{II} . \qquad (13)$$

Сталі інтегрування знаходимо із початкових умов

$$\dot{\xi}(\tau_2)=0 \qquad \Rightarrow \qquad c_1^{II}=g\left(f_{\rightarrow} \cos\alpha+\sin\alpha\right)\cdot\tau_2-A\omega\cos\omega\left(\tau_2+\frac{\pi}{2\omega}\right);$$

$$\xi(\tau_2)=\xi(\tau_1),$$

а оскільки $\xi(\tau_1)=-g\left(f_{\rightarrow} \cos\alpha+\sin\alpha\right)\frac{\tau_2^2}{2}+A\sin\omega\left(\tau_2+\frac{\pi}{2\omega}\right)+c_1^{II}\tau_2+c_2^{II}$, то

$$c_2^{II}=\xi(\tau_1)+g\left(f_{\rightarrow} \cos\alpha+\sin\alpha\right)\cdot\frac{\tau_2^2}{2}-A\sin\omega\left(\tau_2+\frac{\pi}{2\omega}\right)-c_1^{II}\cdot\tau_2 .$$

Завершення II етапу відбудеться в момент часу τ_3, коли тіло зупиниться на вібролотку, тобто, коли співвідношення (12) дорівнюватиме нулеві. З врахуванням виразу для сталої інтегрування c_1^{II}, час закінчення II етапу знаходимо з рівняння

$$\dot{\xi}(\tau_3)=g\left(f_{\rightarrow} \cos\alpha+\sin\alpha\right)(\tau_2-\tau_3)-A\omega\left(\sin\omega\tau_3-\sin\omega\tau_2\right)=0 . \tag{14}$$

Рух тіла відносно осі X під час II етапу буде описуватися рівнянням

$$x(t)=s(t)+\xi(t)=-g\left(f_{\rightarrow} \cos\alpha+\sin\alpha\right)\cdot\frac{t^2}{2}+c_1^{II}\cdot t+c_2^{II} . \tag{15}$$

III етап руху тіла по анізотропному лотку аналогічний I, IV – відповідно II і т.д. Тобто періодичне повторення I і II етапів утворює усталений режим руху тіла анізотропною поверхнею при поздовжніх її коливаннях. Точки суміщення етапів знаходимо, додаючи до τ_2 і τ_3 період гармонічних коливань робочої поверхні лотка $T=1/\nu$.

АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

На рис.2 і 3 зображено результати комп'ютерного моделювання руху тіла анізотропною поверхнею протягом трьох періодів коливань вібролотка. Дані залежності побудовані для таких параметрів режиму вібротранспортування: A=1,5 мм; ν=50 Гц; α=10°; $f_{\leftarrow}$=10; $f_{\rightarrow}$=0,5. З рис.2–3 видно, що при встановленні усталеного режиму руху швидкість тіла є майже постійною і не значно відхиляється від свого середнього значення, яке для даних параметрів вібротранспортування дорівнює 0,416 м/с. Як наслідок цього – прямолінійний рівномірний рух тіла в просторі (рис.3), хоча рух тіла по поверхні анізотропного транспортера не відповідає лінійному закону. Коефіцієнт швидкості $K_ш$, який визначається як відношення середньої швидкості тіла, що транспортується, до максимальної швидкості робочого органа вібролотка, в даному випадку становить $K_ш$ =0,88.

З метою перевірки адекватності математичної моделі руху тіла анізотропною поверхнею реальним умовам вібротранспортування була побудована теоретична залежність коефіцієнта швидкості від кута підіймання лотка $K_ш=f(\alpha)$ для параметрів режиму вібротранспортування аналогічних [1], що досліджувалася експериментально. Обидві залежності – теоретична і експериментальна – наведені на рис.4.

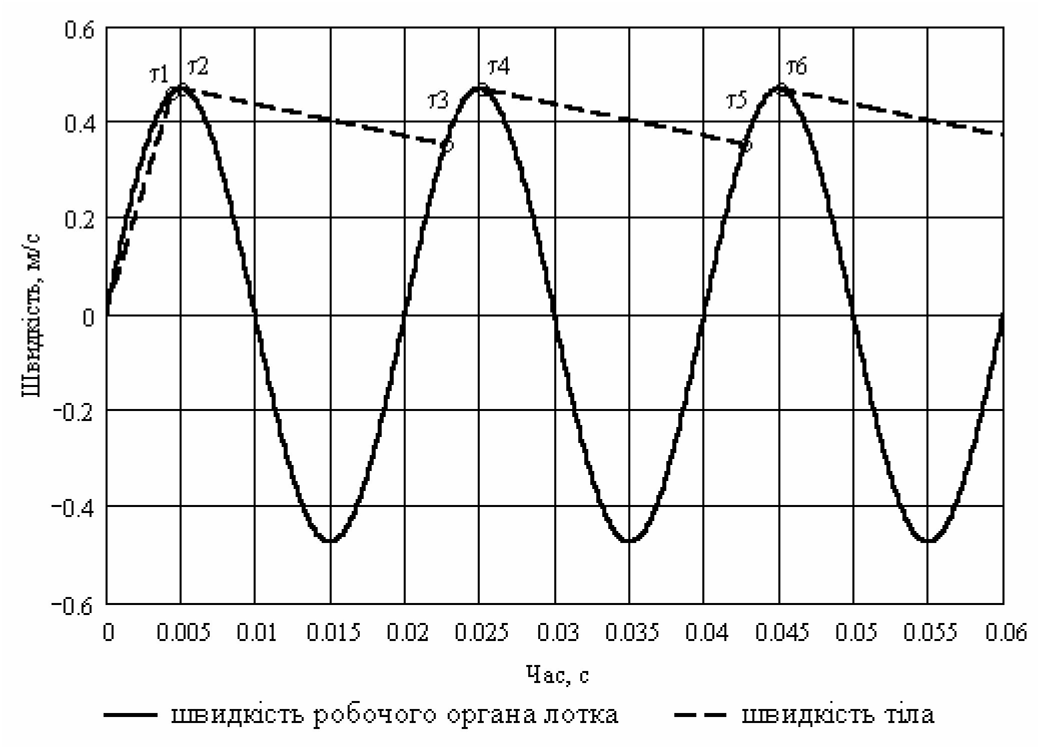

Рис.2. Графіки швидкостей робочого органа лотка і тіла.

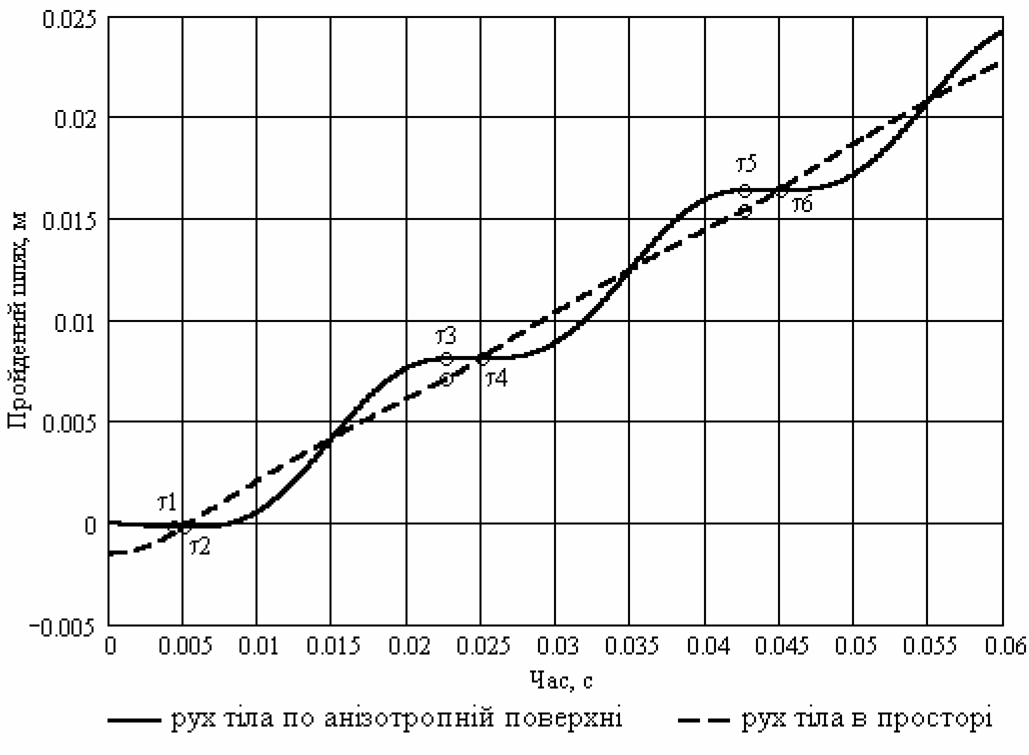

Рис.3. Графіки руху тіла по анізотропній поверхні та в просторі.

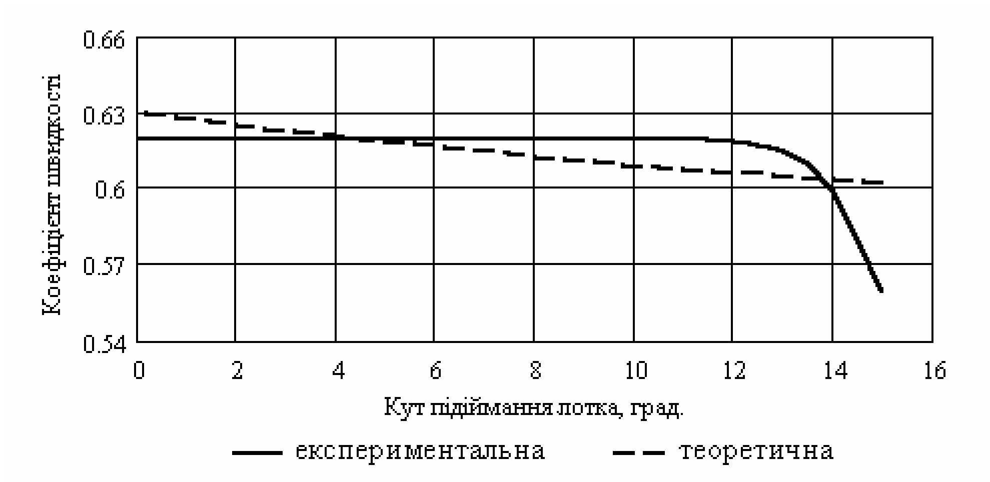

Рис.4. Залежності коефіцієнта швидкості від кута підіймання лотка

Як видно з цього графіка, різниця між теоретичними та експериментальними значеннями коефіцієнта швидкості незначна (середнє квадратичне відхилення становить $\sigma=0,011$), що підтверджує істинність наведених вище теоретичних викладок.

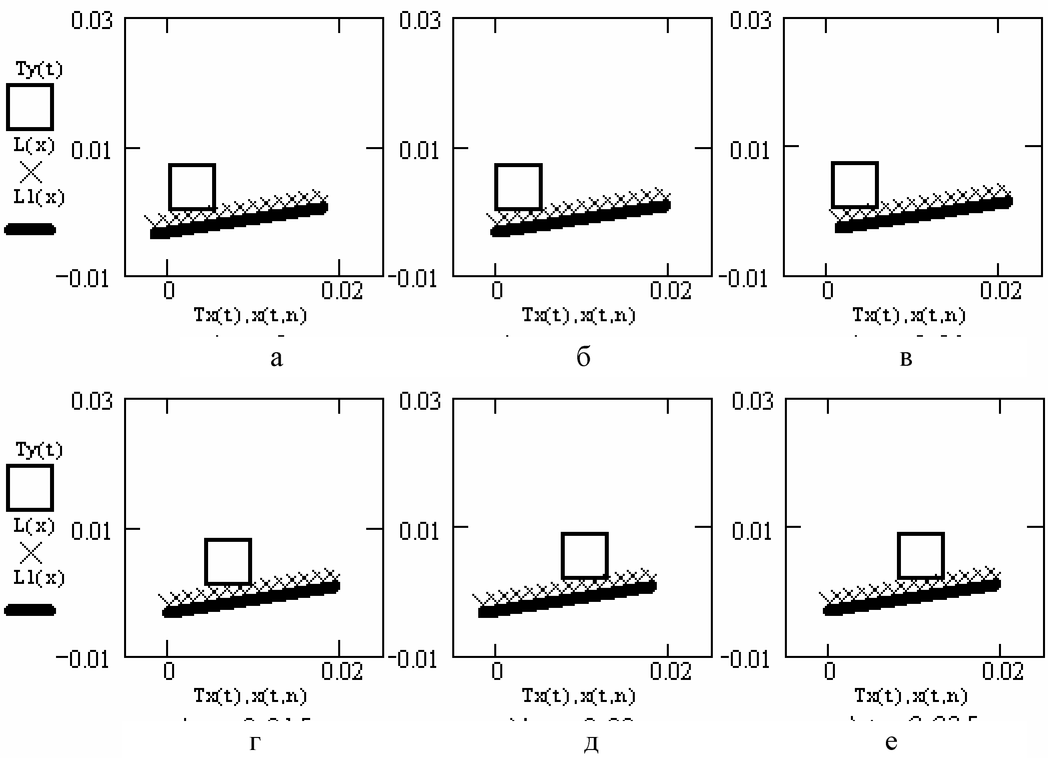

Рис.5. Фрагменти візуалізації руху тіла по анізотропному лотку:
а – t_1=0 с; б – t_2=0,005 с; в – t_3=0,01 с; г – t_4=0,015 с; д – t_5=0,02 с; е – t_6=0,025 с.

За допомогою програмного пакета MathCAD 7.0 PRO можна здійснити динамічну візуалізацію руху тіла по анізотропному лотку та на її основі створити анімаційний кліп. Це дозволяє демонструвати рух тіла по лотку як у реальному режимі часу, так і у сповільненому вигляді, при різних параметрах режиму вібротранспортування. Нижче, на рис.5, наведено ряд фрагментів анімаційного кліпу, які демонструють положення тіла на анізотропному лотку в моменти часу $t_0=0$, $t_1=0,005$ *с*, $t_2=0,01$ *с*, $t_3=0,015$ *с*, $t_4=0,02$ *с* і $t_5=0,025$ *с*, тобто через чверть періоду коливань робочого органа. Наведені фрагменти – це спроба “зупинити час” і проілюструвати змодельований процес руху тіла анізотропною поверхнею, що здійснює поздовжні гармонійні коливання. Параметри режиму вібротранспортування на цих фрагментах відповідають наведеним вище.

РЕЗЮМЕ

Розроблена математична модель транспортування тіла анізотропною поверхнею при поздовжніх її гармонійних коливаннях дозволяє моделювати та досліджувати показники руху тіла при різних параметрах режиму вібропереміщення і характеристиках самої поверхні. Це дає змогу досягати оптимальні результати при проведенні науково-дослідних і проектних робіт, з розробки анізотропних лотків для конкретних виробничих потреб, практично без виснажливих і дорогих експериментів. Крім того, процес транспортування можна відтворити віртуально, що дозволяє наочно оцінити майбутній практичний результат.

1. Повідайло В.О., Сорочак О.З., Новіцький Я.М. Вібротранспортування штучних виробів анізотропною поверхнею // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. 1995. Вип.32. С.41–44. 2. А. с. 255829 СССР. Вибрационный конвейер / В.А.Повидайло, В.В.Лопушенко // Бюл. Изобрет. 1969. № 33. 3. А. с. 197436 СССР. Вибрационный двухмассовый конвейер / В.А.Повидайло, С.А.Димаров, В.А.Щигель // Бюл. Изобрет. 1967. № 12.

УДК 539. 3

РИМАР О.М.

АНАЛІЗ ЗАДАЧІ ГЕРЦА

The results of the analysis of the known Hertz’s problem solution are presented and the peculiarities of this solution are revealed. It is shown that the application of this solution as to approximation is doubtful for the bodies with real dimensions along the z axis.

Незважаючи на бурхливий розвиток новітніх методів розрахунку широкого загалу деталей машин на навантаження, несучу здатність і довговічність, відомий розв’язок задачі Герца до цього часу знаходить широке застосування в цій галузі. В першу чергу це стосується розрахунку підшипників кочення. Розв’язок задачі Герца [1–3] в багатьох випадках є теоретичною основою оптимізації геометричних параметрів підшипників, опор, кінематичних пар тощо, як тільки з’являється необхідність враховувати особливості взаємодії деталей.