них енергоносіїв. Це зменшення споживаних первинних енергоносіїв залежно від галузі виробництва може становити від 8 до 15 %.

При використанні малих електростанцій дуже важливим є графіки навантажень у точці їх приєднання, оскільки їх форма у поєднанні з вимогами статичної стійкості може значно зменшити ефективність використання встановленої потужності міні-ТЕЦ. Тому місцем приєднання малих електростанцій потрібно прийняти шини 10/35 кВ районних підстанцій, де річний рівень використання максимуму становить 3700 год. Крім того, для стабілізації коефіцієнта попиту, величина сумарного навантаження на шинах не повинна бути меншою, ніж 150 кВт.

1. Маляренко В.А., Лисак Л.В. Енергетика. – Харків: Рубікон, 2004. – 360 с. 2. Яковчук П.Є. МікроТЕЦ як засіб оптимізації систем енергопостачання. – Львів, 2000. – 405 с. 3. Смит К. Эффективное использование электроэнергии. – М.: Энергоиздат, 1981. – 400 с. 4. Файбисович Д.Л. Справочник по проектированию электрических сетей. – М.: Изд-во НЦ ЭНАС, 2006. – 307 с. 5. Веников В.А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах. – М.: Высш. шк., 1985. – 536 с.

УДК 621.314

М.А. Яцун, А.М. Яцун
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра ЕМА,
Приватний підприємець

ОСНОВНІ СКЛАДОВІ ВЕКТОРНОГО ПОТЕНЦІАЛУ МАГНІТНОГО ПОЛЯ, ІНДУКТИВНОСТЕЙ РОЗСІЯННЯ І КОРОТКОГО ЗАМИКАННЯ ДОВГИХ ЕКРАНОВАНИХ ОБМОТОК

© Яцун М.А., Яцун А.М., 2007

Отримані вирази для основних складових векторного потенціалу, індуктивностей розсіяння і короткого замикання довгих екранованих обмоток залежно від геометричних розмірів і взаємного розміщення обмоток і екрана у разі плоскопаралельного магнітного поля.

Expressions are for the main components of vector-potential, leakage inductances and short circuit inductance of long screen windings depending on geometrical sizes and mutual placement of windings and screen for a case of plane-parallel magnetic field.

Аналіз останніх досліджень. У літературі [6] досліджені основні складові власної і взаємної індуктивностей, індуктивностей розсіяння і короткого замикання екранованих циліндричних співвісних обмоток на феромагнітному осерді. Однак у разі великих розмірів (діаметрів) обмоток їх можна розглядати прямолінійними і довгими, а магнітне поле – плоскопаралельним. Тоді аналіз магнітного поля таких обмоток і результати (вирази для досліджуваних величин і параметрів) істотно спрощуються.

Постановка проблеми (завдання). У загальному випадку використаємо розрахункову модель (рис. 1), яка складається із двох безмежно довгих і паралельних між собою обмоток: первинної і

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

вторинної, які охоплені замкненим у площині прямокутним екраном шириною X і висотою H з безмежно великою магнітною проникністю або електропровідністю і відображає ярма і ярмові балки, дно, кришку і стінки бака [3]. Стосовно первинної обмотки екран охоплює три області (1, 2, 3) з магнітною сталою μ_0. Первинна обмотка (збудження) з кількістю витків w_1 і струмом i_1 має ширину a_1 , висоту b_1 і задану густину струму $\delta_{01}=i_1w_1/(a_1b_1)$, а вторинна обмотка з кількістю витків w_2 і струмом i_2 має ширину a_2 , висоту b_2 і задану густину струму $\delta_{02}=i_2w_2/(a_2b_2)$.

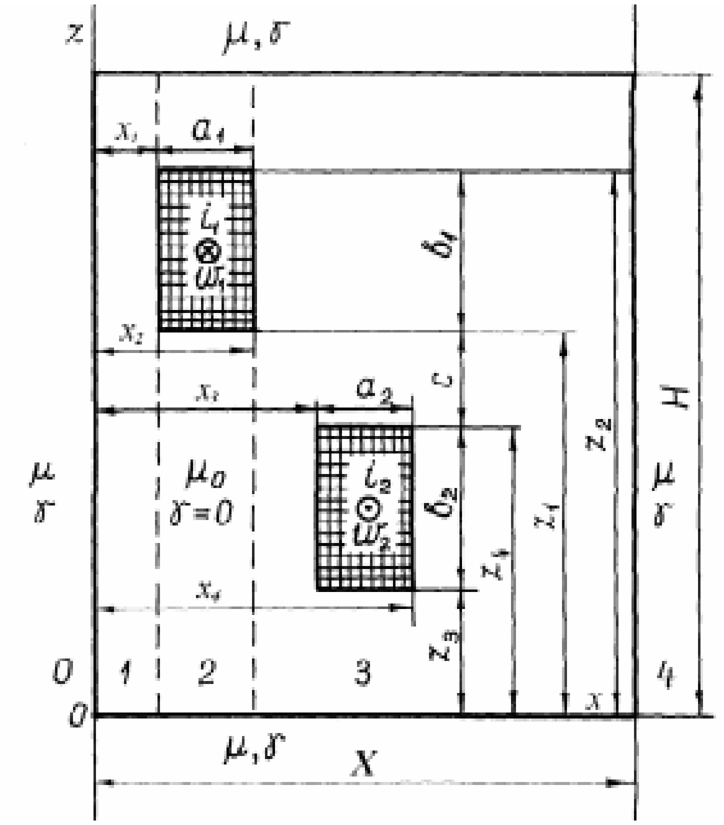
Виклад основного матеріалу. Відомо, що у нерухомому провідному середовищі при усталеному синусоїдному режимі комплексний векторний потенціал магнітного поля $\dot{A}$ описується у загальному випадку рівнянням Пуассона

$$\Delta\dot{A} = -\mu\dot{\delta}_0, \tag{1}$$

де Δ – оператор Лапласа; μ – магнітна проникність середовища; $\dot{\delta}_0$ – комплексна густина сторонніх (збуджуючих) струмів.

У разі плоскопаралельного магнітного поля у неферомагнітному середовищі, коли електричні струми протікають тільки у напрямі одної декартової координати (y), векторний потенціал $\dot{A}$ також напрямлений по цій координаті, залежить від двох інших кординат (x і z) і тоді рівняння (1) у декартовій системі координат набуває вигляду:

$$\frac{\partial^2\dot{A}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\dot{A}}{\partial z^2} = -\mu_0\dot{\delta}_0. \tag{2}$$



Розрахункова модель із циліндричними співвісними обмотками

Визначимо граничні (крайові) умови для векторного потенціалу на поверхні феромагнітного екрана у формі прямокутника з безмежно великою магнітною проникністю. До поверхні такого

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

екрана лінії магнітної індукції підходять під прямим кутом, тобто біля поверхні екрана дотична складова магнітної індукції дорівнює нулю. Це означає, що на вертикальних частинах екрана (рис. 1) (x = 0 ; x = X)

$$\left(\frac{\partial \dot{A}}{\partial x}\right)_{x=0} = 0; \quad \left(\frac{\partial \dot{A}}{\partial x}\right)_{x=X} = 0, \tag{3}$$

а на горизонтальних частинах екрана (z = 0; z = H)

$$-\left(\frac{\partial \dot{A}}{\partial z}\right)_{z=0} = 0; \quad -\left(\frac{\partial \dot{A}}{\partial z}\right)_{z=H} = 0. \tag{4}$$

Розв'язок рівняння (2) шукаємо в формі добутку Лапласа спочатку від струму в первинній обмотці:

$$\dot{A}_m = \dot{F}_m(x) \cdot \dot{\Phi}_m(z), \tag{5}$$

де індекс "m" визначає область простору всередині екрана (m = 1, 2, 3).

Граничні умови (4) на горизонтальних частинах екрана задовольняються, якщо векторний потенціал магнітного поля розсіяння за координатою z виражається рядом Фур'є

$$\dot{\Phi}_m(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \cos(nz), \tag{6}$$

де $n = \pi k/H$.

Відповідно розкладемо в ряд Фур'є і густину струму в первинній обмотці на всю висоту H екрана:

$$\dot{\delta}_0 = \dot{\delta}_{01} \sum_{k=0}^{\infty} b_{k1} \cos(nz), \tag{7}$$

де при k = 0 $b_{01} = b_1/H$; при k = 1, 2, 3,…

$$b_{k1} = \frac{2}{H} \int_{z_1}^{z_1+b_1} \cos(nz) dz = \frac{4}{k\pi} \sin(nb_1/2) \cos[n(z_1 + b_1/2)]. \tag{8}$$

За наявності феромагнітних екранів визначальними (основними) є складові параметрів котушок, які входять у загальні вирази і не залежать від осьової координати. Визначення цих складових параметрів котушок, як спрощених виразів і наближених значень параметрів, має актуальне значення при попередній їх оцінці. Тому розглянемо основну складову векторного потенціалу магнітного поля розсіяння, коли k = 0. Тоді n = 0 , $\Phi_{m0}(z) = 1$ і рівняння Пуассона в часткових похідних (2) зводиться до звичайного диференційного рівняння:

$$\frac{d^2 \dot{A}_{m0}}{dx^2} = -\mu_0 \dot{\delta}_{01} b_{01}. \tag{9}$$

Загальний розв'язок рівняння (9) для області первинної обмотки (2) набуває вигляду

$$\dot{A}_{20} = C_{21}x + C_{22} - \mu_0 \dot{\delta}_{01} b_{01} x^2/2, \tag{10}$$

а для областей 1 і 3 відповідно

$$\dot{A}_{10} = C_{11}x + C_{12}; \tag{11}$$

$$\dot{A}_{30} = C_{31}x + C_{32}. \tag{12}$$

Із умов симетрії векторного потенціалу A і магнітної індукції $(B = B_z = dA/(dx))$

$$(A_{20})_{x=x_1} = -(A_{20})_{x=x_2} \quad \text{або} \quad C_{21}x_1 + C_{22} - \mu_0 \dot{\delta}_{01} b_{01} x_1^2/2 = -(C_{21}x_2 + C_{22} - \mu_0 \dot{\delta}_{01} b_{01} x_2^2/2)$$

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

і

$$\left(B_{20}\right)_{x=x_1} = -\left(B_{20}\right)_{x=x_2} \quad \text{або} \quad C_{21} - \mu_0\dot{\delta}_{01}b_{01}x_1 = -C_{21} + \mu_0\dot{\delta}_{01}b_{01}x_2,$$

звідки

$$C_{21} = \mu_0\dot{\delta}_{01}b_{01}\left(x_2 + x_1\right)/2; \quad C_{22} = -\mu_0\dot{\delta}_{01}b_{01}x_1x_2/2. \qquad (13)$$

Інші сталі інтегрування визначаються із граничних умов на поверхні обмотки, де рівні векторні потенціали (нормальні складові вектора магнітної індукції) і дотичні складові вектора напруженості магнітного поля:

$$\left(A_{10}\right)_{x=x_1} = \left(A_{20}\right)_{x=x_1}; \quad \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{dA_{10}}{dx}\right)_{x=x_1} = \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{dA_{20}}{dx}\right)_{x=x_1};$$

$$\left(A_{30}\right)_{x=x_2} = \left(A_{20}\right)_{x=x_2}; \quad \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{dA_{30}}{dx}\right)_{x=x_2} = \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{dA_{20}}{dx}\right)_{x=x_2}; \qquad (14)$$

Після розкриття системи рівнянь (13) для сталих інтегрування одержимо:

$$C_{11} = \mu_0\dot{\delta}_{01}b_{01}a_1/2; \quad C_{12} = -\mu_0\dot{\delta}_{01}b_{01}a_1x_1/2;$$

$$C_{31} = -\mu_0\dot{\delta}_{01}b_{01}a_1/2; \quad C_{32} = \mu_0\dot{\delta}_{01}b_{01}a_1x_2/2. \qquad (15)$$

Тоді остаточно

$$A_{10} = \mu_0\dot{\delta}_{01}b_{01}\left(a_1x + x_1^2 - x_1x_2\right)/2;$$

$$A_{20} = \mu_0\dot{\delta}_{01}b_{01}\left(x_2x + x_1x - x^2 - x_1x_2\right)/2; \qquad (16)$$

$$A_{30} = \mu_0\dot{\delta}_{01}b_{01}\left(x_2^2 - a_1x - x_1x_2\right)/2.$$

Якщо в останні вирази замість δ_{01}, b_{01}, x_1 і x_2 підставити відповідно $\dot{\delta}_{02} = i_2w_2/\left(a_2b_2\right)$; $b_{02} = b_2/H$; x_3 і x_4, то одержимо вирази для векторного потенціалу від струму у вторинній обмотці.

У режимі короткого замикання

$$i_2w_2 = -i_1w_1 \;\text{ і }\; \dot{\delta}_{02}b_{02} = i_2w_2/\left(a_2H\right) = -i_1w_1/\left(a_2H\right) = -\left(a_1/a_2\right)i_1w_1/\left(a_1H\right) = -\left(a_1/a_2\right)\dot{\delta}_{01}b_{01}.$$

Тоді за принципом накладання для векторного потенціалу A і магнітної індукції B від струмів у обох обмотках для випадку $r_1 < r_2 \le r_3 < r_4$ одержимо:

при $0 \le x \le x_1$

$$A_1 = \mu_0\dot{\delta}_{01}b_{01}\left[x_1^2 - x_1x_2 - \left(a_1/a_2\right)\left(x_3^2 - x_3x_4\right)\right]/2; \qquad B_1 = 0;$$

при $x_1 \le x \le x_2$

$$A_2 = \mu_0\dot{\delta}_{01}b_{01}\left[x\left(x_2 + x_1 - x\right) - a_1x - x_1x_2 - \left(a_1/a_2\right)\left(x_3^2 - x_3x_4\right)\right]/2;$$

$$B_2 = \mu_0\dot{\delta}_{01}b_{01}\left(x_1 - x\right) = \left[\mu_0i_1w_1/\left(a_1H\right)\right]\left(x_1 - x\right);$$

при

$$x_2 \le x \le x_3 \qquad (17)$$

$$A_{31} = \mu_0\dot{\delta}_{01}b_{01}\left[x_2^2 - x_1x_2 - 2a_1x - \left(a_1/a_2\right)\left(x_3^2 - x_3x_4\right)\right]/2;$$

$$B_{31} = -\mu_0\dot{\delta}_{01}b_{01}a_1 = -\mu_0\dot{I}_1w_1/H;$$

при $x_3 \le x \le x_4$

$$A_{32} = \mu_0\dot{\delta}_{01}b_{01}\left[x_2^2 - x_1x_2 - a_1x - \left(a_1/a_2\right)\left(x_4x + x_3x - x^2 - x_3x_4\right)\right]/2;$$

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

$$B_{32} = \mu_0 \dot{\delta}_{01} b_{01} \left[-a_1 - (a_1/a_2)(x_4 + x_3 - 2x) \right] / 2;$$

при $x_4 \le x \le X$

$$A_{33} = \mu_0 \dot{\delta}_{01} b_{01} \left[x_2^2 - x_1 x_2 - (a_1/a_2)(x_4^2 - x_3 x_4) \right] / 2; \qquad B_{33} = 0.$$

Відповідно повні індуктивності розсіяння первинної і вторинної обмоток на одиницю довжини

$$L_{\sigma 1} = \frac{w_1^2}{a_1^2 H^2 \dot{\delta}_{01} b_{01}} \int_0^H dz \int_{x_1}^{x_2} A_2 dx; \qquad L_{\sigma 2} = \frac{w_2^2}{a_2^2 H^2 \dot{\delta}_{02} b_{02}} \int_0^H dz \int_{x_3}^{x_4} A_{32} dx.$$

Після інтегрування одержимо:

$$L_{\sigma 1} = \frac{\mu_0 w_1^2}{H} (a_1/3 + \Delta/2); \qquad L_{\sigma 2} = \frac{\mu_0 w_2^2}{H} (a_2/3 + \Delta/2).. \tag{18}$$

Тоді індуктивність короткого замикання

$$L_k = L_{\sigma 1} + L'_{\sigma 2} = L_{\sigma 1} + \left(\frac{w_1}{w_2} \right)^2 L_{\sigma 2};$$

З урахуванням (18) одержимо:

$$L_k = \frac{\mu_0 w_1^2}{H} \left[(a_1 + a_2)/3 + \Delta \right] = \frac{\mu_0 w_1^2}{3H} (a_1 + a_2 + 3\Delta), \tag{19}$$

де $\Delta = x_3 - x_2$ – проміжок між обмотками.

Вираз (19) збігається з результатом [2], який отримано на основі аналізу енергії плоско-паралельного магнітного поля.

Характерно також, що відношення основних індуктивностей розсіяння первинної і зведеної вторинної обмоток

$$\frac{L_{\sigma 1}}{L'_{\sigma 2}} = \frac{\frac{\mu_0 w_1^2}{H} (a_1/3 + \Delta/2)}{\frac{\mu_0 w_2^2}{H} (a_2/3 + \Delta/2)} \quad \text{або} \quad L_{\sigma 1}/L'_{\sigma 2} = (a_1/3 + \Delta/2)/(a_2/3 + \Delta/2)$$

близьке до одиниці, якщо $a_1 \approx a_2$. Це стосується і відповідних індуктивних опорів розсіяння.

Висновки. Отримані вирази дають змогу визначити основні складові векторного потенціалу магнітного поля, індуктивностей розсіяння і короткого замикання безмежно довгих і паралельних між собою обмоток і дослідити їх залежність від геометричних розмірів і взаємного розміщення обмоток, а також вплив розмірів феромагнітного екрана. Якщо висота обмоток дорівнює висоті екрана ($b_1 = b_2 = H$), то отримані основні складові параметрів для феромагнітних екранів стають точними результатами, бо тоді гармонічні складові відсутні.

Повні індуктивні опори розсіяння обмоток при неробочому ході і навантаженні відрізняються між собою внаслідок впливу (дії) потокозчеплення взаємоіндукції.

1. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей. – Л.: Энергия, 1970. 2. Петров Г.Н. Трансформаторы. Т. 1. – М. – Л.: ГЭИ, 1934. – 446 с. 3. Скоклюк М.І., Яцун А.М., Яцун М.А. Власна і взаємна індуктивності циліндричних співвісних обмоток на феромагнітному осерді // Вісн. Держ. ун-ту "Львівська політехніка". – 1997. – № 301. – С. 94–102. 4. Смайт В. Электростатика и электродинамика / Пер. со второго американского изд. – М., 1954. 5. Яцун М.А., Яцун А.М. Власна і

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

взаємна індуктивності розсіяння циліндричних співвісних обмоток на феромагнітному осерді // Вісн. Нац. у-ту “Львівська політехніка”. – 2000. – № 400. – С. 158–164. 6. Яцун М.А., Яцун А.М. Основні складові власної і взаємної індуктивностей, індуктивностей розсіяння і короткого замикання циліндричних співвісних обмоток на феромагнітному осерді // Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – 2006. – № 563. – С. 187–193.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua