

ЗАСОБИ ВИМІРЮВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ І МАГНІТНИХ ВЕЛИЧИН

УДК 536.53

ПОХИБКИ МЕТОДУ ФІЛЬТРАЦІЇ ПІД ЧАС РОЗРАХУНКУ ІНТЕГРАЛЬНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ШУМОВИХ СИГНАЛІВ

© Микитин Ігор¹, Стадник Богдан^{1,2}, 2007

¹Національний університет “Львівська політехніка”, кафедра інформаційно-вимірювальних технологій,
вул. С. Бандери, 12, 79013, Львів, Україна

²Ряшівська політехніка, кафедра метрології та вимірювальних систем, Ряшів, Польща

Досліджено похибку методу фільтрації з використанням швидкого перетворення Фур’є під час розрахунку інтегральних характеристик шумових сигналів. Розглянуто мінімізацію похибок усереднення за часом та за частотою для математичних моделей шумового сигналу, спотвореного завадою синусоїдної, трапецієподібної та прямокутної форм.

Исследовано погрешности метода фильтрации с использованием быстрого преобразования Фурье при расчете интегральных характеристик шумовых сигналов. Рассмотрено минимизацию погрешностей усреднения по времени и по частоте для математических моделей шумового сигнала, искаженного помехой синусоидальной, трапецевидной и прямоугольной форм.

Conducted research the filtration method of error with using of the fast Fourier’s transformation at the calculation of integral descriptions of noise signals. Considered the errors minimisation of integral at times and frequency for the mathematical models of the noise signal distorted by the hindrance of sins, trapezium and rectangular form.

Постановка проблеми. Теоретичні та експериментальні дослідження у галузі шумової термометрії [1] свідчать про необхідність особливої уваги до методів боротьби із зовнішніми та внутрішніми завадами. Це пов’язано передовсім з такими особливостями вимірювання, як низький рівень корисного сигналу, його випадковий характер, необхідність застосування широкосмугових підсилювачів з достатньо високим коефіцієнтом підсилення, широка робоча смуга частот.

Джерелом зовнішньої завади може бути об’єкт вимірювання температури, силова мережа тощо. Внутрішня завада може виникати за рахунок високого коефіцієнта підсилення підсилювача – вплив аналогових високовольтних вихідних кіл шумового термометра (ШТ) на вхідні високочутливі кола через паразитні резистивні, індуктивні та ємнісні зв’язки, а також вплив цифрової частини ШТ на аналогову частину.

Екранування та заземлення у схемах перетворення аналогових сигналів не завжди дає змогу повністю усунути вплив завади. У багатьох випадках

потрібно використовувати фільтри складної конфігурації, що поєднують у собі смуговий фільтр для створення робочої частотної смуги шумового термометра та режекторні фільтри на певні частоти, яких може бути доволі багато. Крім того, такі фільтри повинні адаптуватися до змін зовнішніх завад, які виникають за рахунок наведень від потужних джерел змінної напруги, та внутрішніх, які створюються всередині вторинної апаратури шумових термометрів. Використання швидкого перетворення Фур’є дає змогу створювати цифрові інтелектуальні фільтри [2] для ШТ, які відповідають перерахованим вище вимогам.

Завади за формою сигналу можна поділити на завади синусоїдної форми, які переважно виникають в аналогових колах ШТ та за рахунок наведень від силової мережі 50 Гц, трапецієподібної та прямокутної форм, які є наслідком впливу на аналогові кола цифрових блоків. У спектрі сигналу синусоїдної форми наявна лише одна гармоніка на частоті завади. Решта гармонік близькі до нуля. Зі зміною частоти завади характер спектра сигналу не змінюється, лише

гармоніка зсувається по осі абсцис у діапазон вищих частот. Спектр завади трапецієподібної та прямокутної форм має певний склад. У спектрі наявна основна гармоніка, найбільша за рівнем, та ряд кратних гармонік, амплітудне значення яких переважно зменшується із збільшенням частоти гармоніки. Якщо для завади синусоїдної форми ми мали чітко виражену одну гармоніку, то для цих сигналів маємо широкий спектр амплітуд, які розподілені у певний випадковий спосіб у частотному діапазоні, за умови випадкового значення основної частоти завади. У такому разі можлива наявність багатьох гармонік, особливо вищих порядків, рівень амплітуди яких буде меншим за середній рівень спектра шумового сигналу та які не вдасться відфільтрувати запропонованим методом. Тобто буде наявна додаткова похибка за рахунок неповної фільтрації завади.

Теоретичні основи методу. Шумова термометрія ґрунтується на формулі Найквіста, яка виведена, виходячи з термодинамічної рівноваги двох макроскопічних систем, що ґрунтується на методі статистичної термодинаміки, і описує залежність середнього квадрата шумової напруги на електрично ненавантаженому опорі від температури [3], частотного діапазону і значення опору

$$\begin{aligned}\overline{e(t)^2} &= 4 \cdot k \cdot T \cdot \Delta f \cdot R, \\ S(f) &= 4 \cdot k \cdot T \cdot R,\end{aligned}\quad (1)$$

де $\overline{e(t)^2}$ – середній квадрат шумового сигналу (усереднення за часом), $S(f)$ – спектральна густина потужності шумового сигналу, k – стала Больцмана, T – термодинамічна температура, R – активний опір.

З урахуванням (1) для визначення термодинамічної температури T достатньо виміряти середній квадрат шумової напруги $\overline{e(t)^2}$ у певному діапазоні частот Δf при конкретному значенні опору R . У такому разі значення термодинамічної температури дорівнюватиме

$$T = \frac{\overline{e(t)^2}}{4 \cdot k \cdot \Delta f \cdot R}. \quad (2)$$

Враховуючи, що перетворення Фур'є [4] від добутку двох функцій $x(t), y(t)$ є згортою їхніх перетворень Фур'є $X(f), Y(f)$

$$\begin{aligned}& \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot y^*(t + \tau) \cdot e^{-j2\pi ft} dt = \\&= \int_{-\infty}^{\infty} X(f + \mu) \cdot Y^*(\mu) \cdot e^{-j2\pi \mu \tau} d\mu,\end{aligned}\quad (3)$$

де $Y^*(\mu)$ – комплексно спряжена функція до $Y(\mu)$, та використавши частковий випадок, коли $f = \tau = 0$ та $x(t) = y(t)$, отримаємо вираз, який показує можливість розрахунку середнього квадрата сигналу усередненням як за часом, так і за частотою

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df. \quad (4)$$

У такому разі, не враховуючи постійну складову сигналу та перейшовши від інтегрування до підсумовування, середній квадрат напруги можна отримати усередненням за часом

$$\overline{e(t)^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} (u_i - m_u)^2 \quad (5)$$

або за частотою

$$\overline{E(f)^2} = \sum_{i=1}^{k-1} U(f_i)^2, \quad (6)$$

де $\overline{e(t)^2} = \overline{E(f)^2}$, u_i – значення шумової напруги, дискретизовані за часом, m_u – середнє значення (математичне сподівання) шумової напруги, n – кількість дискрет за часом, $U(f_i)$ – значення гармонік шумової напруги, отримані після прямого перетворення Фур'є, f_i – частота гармоніки, k – кількість гармонік.

Потрібно наголосити, що вираз (4) справедливий для безмежного часу інтегрування та спектра. Тому будь-які обмеження часу та спектра приводять до виникнення додаткової методичної похибки. Тому значення $\overline{e(t)^2}$, розраховане за (5), не буде точно дорівнювати $\overline{E(f)^2}$, яке отримане за (6).

Якщо використовувати фільтр на основі перетворення Фур'є, то оптимальніше застосовувати вираз (6). У такому разі достатньо виміряти миттєві значення шумової напруги, виконати пряме перетворення Фур'є та фільтрацію за рівнем, а тоді визначити значення середнього квадрата напруги і, відповідно, значення

вимірюваної температури за спектром сигналу. Якщо ж використовувати вираз (5), то, крім описаних вище перетворень, після фільтрації необхідно буде виконати зворотне перетворення Фур'є та усереднення за часом. Звичайно, другий спосіб є менш швидким, оскільки потребує додаткових математичних операцій.

Дослідження похибок моделей. Дослідження похибок здійснювалися у діапазоні частот від 0 до 125000 Гц. Кількість даних за часом – 250000, час усереднення – 1 с. Використовуючи математичний вираз

$$u(t) = A \cdot \text{rand}() - A/2, \quad (7)$$

де A – амплітуда сигналу, $\text{rand}()$ – функція генерування випадкових чисел у діапазоні від 0 до 1, генерувалася послідовність чисел, яка моделювала шумовий сигнал з середнім значенням, близьким до нуля. Далі виконувалося пряме перетворення Фур'є, розраховувалися значення $\overline{e(t)^2}$, $\overline{E(f)^2}$ та визначалася похибка, яка враховувала вплив перетворення Фур'є на знаходження середнього квадрата шумової напруги, за формулою

$$\delta_{ff} = \frac{\overline{e(t)^2} - \overline{E(f)^2}}{\overline{e(t)^2}} \cdot 100. \quad (8)$$

За часу усереднення 1 с похибка δ_{ff} не перевищує 0.003 % для різних випадкових послідовностей (7). Так було визначено границю відносної похибки впливу перетворення Фур'є на розрахунок середнього квадрата шумової напруги за спектром сигналу.

Надалі до корисного шумового сигналу додавалася завада синусоїдної

$$\text{Data}(t) = A \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t), \quad (9)$$

трапецієподібної

$$\text{Data}(t) = \begin{cases} A \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) & \\ A/2, & \text{Data}(t) > A/2 \\ -A/2, & \text{Data}(t) < -A/2, \end{cases} \quad (10)$$

або прямокутної форм

$$\text{Data}(t) = \begin{cases} A/2, & 0 > t > T/2 \\ -A/2, & T/2 > t > T, \end{cases} \quad (11)$$

де f – частота сигналу завади, t – час, T – період сигналу.

Для однієї випадкової послідовності, яка у всіх подальших дослідженнях не змінювалася, визначався середній квадрат $\overline{e_0(t)^2}$, який використовувався як зразкове значення інтегральної характеристики чистого шумового сигналу. Далі після перетворення Фур'є, виконавши усереднення за частотою, знаходили $\overline{E_z(f)^2}$ та $\overline{E_{zf}(f)^2}$ відповідно для шумового

сигналу, спотвореного завадою певної форми, та шумового сигналу після фільтрації і визначали відносну похибку від впливу завади

$$\delta_z = \frac{\overline{E_z(f)^2} - \overline{e_0(t)^2}}{\overline{e_0(t)^2}} \cdot 100 \quad (12)$$

та похибку фільтрації на основі перетворення Фур'є

$$\delta_{zf} = \frac{\overline{E_{zf}(f)^2} - \overline{e_0(t)^2}}{\overline{e_0(t)^2}} \cdot 100. \quad (13)$$

Дослідження велися для різних значень коефіцієнта пропорційності K_z , який дорівнює відношенню амплітуди корисного сигналу A_{ks} до завади A_z

$$K_z = \frac{A_{ks}}{A_z}. \quad (14)$$

Як критерій оптимуму фільтрації використовувалася гістограма спектра сигналу, яка має вигляд подібний до закону розподілу Релея [5] для чистого шумового сигналу.

Результати моделювання наведені у таблицях (табл. 1–3) та на рисунках (рис. 1–3).

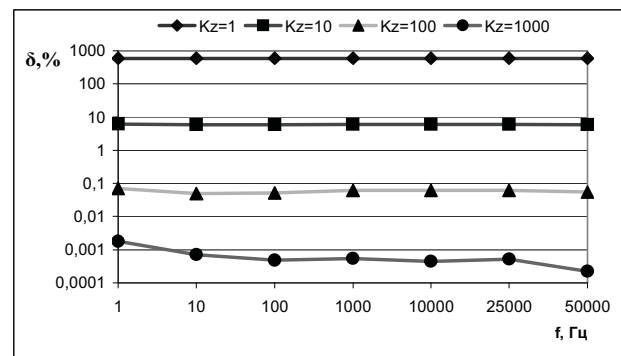
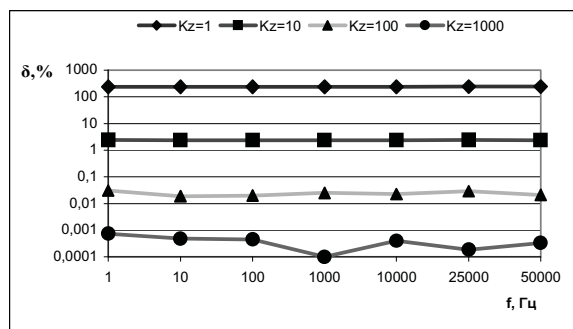


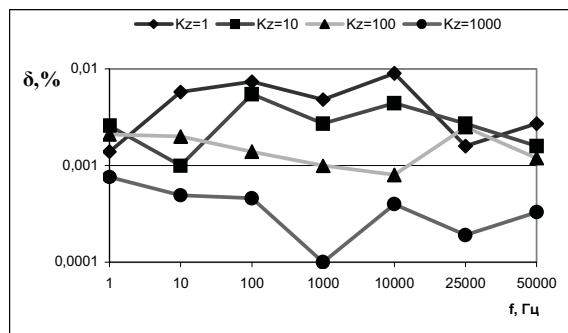
Рис. 1. Залежність похибки вимірювання шумової напруги від відношення корисний шумовий сигнал / завада синусоїдної форми

Для завади синусоїдної форми за будь-якого відношення K_z фільтрація за рівнем дає повне відновлення чистого шумового сигналу (табл. 1, рис. 1), а похибка фільтрації на основі перетворення Фур'є δ_{zf} (вираз (13)) прямує до границі відносної похибки впливу перетворення Фур'є на розрахунок середнього квадрата шумової напруги за спектром сигналу δ_{ff} (вираз (8)). У табл. 1 це останній рядок таблиці та на рис. 1 – нижній графік для $K_z = 1000$. Якщо амплітуда завади синусоїдної

соїдної форми менша за амплітуду корисного шумового сигналу більш ніж у 1000 разів, фільтрація не потрібна, оскільки вплив завади на результат вимірювання є нехтовно малим та практично відповідає похибці самого перетворення Фур'є.



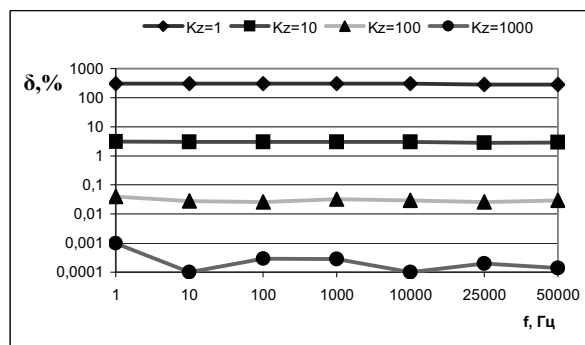
а



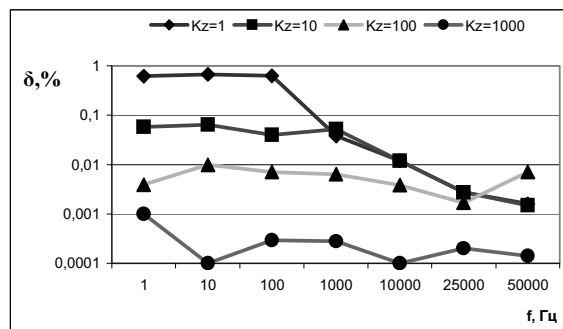
б

Рис. 2. Залежність похибки вимірювання шумової напруги від відношення корисний шумовий сигнал / завада трапецієподібної форми: а – до фільтрації; б – після фільтрації

Для завади трапецієподібної форми для коефіцієнта $K_z = 1 \dots 100$ не вдається повністю відновити шумовий сигнал (табл. 2, рис. 2).



а



б

Рис. 3. Залежність похибки вимірювання шумової напруги від відношення корисний шумовий сигнал / завада прямокутної форми: а – до фільтрації; б – після фільтрації

Таблиця 1

Похибка фільтрації
для завади синусоїдної форми

$f, \text{Гц}$	1	10	100	1000	10000	25000	50000
$\delta_z (\text{при } K_z = 1), \%$	602,1	599,7	599,9	600,9	600,9	600,9	600,2
$\delta_z (\text{при } K_z = 10), \%$	6,15	5,9	5,92	6,03	6,02	6,02	5,95
$\delta_z (\text{при } K_z = 100), \%$	0,07	0,05	0,052	0,062	0,061	0,062	0,054
$\delta_z (\text{при } K_z = 1000), \%$	0,0018	0,00072	0,00048	0,00054	0,00045	0,00053	0,00022
$\delta_{zf}, \%$	0,0018	0,00072	0,00048	0,00054	0,00045	0,00053	0,00022

Таблиця 2

Похибка фільтрації для завади трапецієподібної форми

$f, \text{Гц}$		1	10	100	1000	10000	25000	50000
$\delta_z, \%$	$K_z = 1$	235,7	234,45	234,48	235,05	235,04	240,02	240,15
$\delta_{zf}, \%$		0,0014	0,0058	0,0074	0,0048	0,009	0,0016	0,0027
$\delta_z, \%$	$K_z = 10$	2,43	2,31	2,31	2,36	2,35	2,39	2,37
$\delta_{zf}, \%$		0,0026	0,001	0,0055	0,0027	0,0044	0,0027	0,0016
$\delta_z, \%$	$K_z = 100$	0,031	0,019	0,02	0,025	0,023	0,029	0,021
$\delta_{zf}, \%$		0,0021	0,002	0,0014	0,001	0,0008	0,0025	0,0012
$\delta_z, \%$	$K_z = 1000$	0,00076	0,00049	0,00046	0,0001	0,0004	0,00019	0,00033
$\delta_{zf}, \%$		0,00076	0,00049	0,00046	0,0001	0,0004	0,00019	0,00033

Таблиця 3

Похибка фільтрації для завади прямокутної форми

$f, \text{Гц}$		1	10	100	1000	10000	25000	50000
$\delta_z, \%$	$K_z = 1$	301,4	300,25	300,1	300,6	299,98	288,15	288,5
$\delta_{zf}, \%$		0,62	0,68	0,63	0,038	0,012	0,0027	0,0016
$\delta_z, \%$	$K_z = 10$	3,1	2,99	2,97	3,03	3,0	2,86	2,89
$\delta_{zf}, \%$		0,058	0,064	0,04	0,053	0,012	0,0027	0,0015
$\delta_z, \%$	$K_z = 100$	0,04	0,028	0,026	0,032	0,03	0,026	0,03
$\delta_{zf}, \%$		0,0039	0,01	0,007	0,0064	0,0038	0,0017	0,007
$\delta_z, \%$	$K_z = 1000$	0,001	0,0001	0,00029	0,00028	0,0001	0,0002	0,00014
$\delta_{zf}, \%$		0,001	0,0001	0,00029	0,00028	0,0001	0,0002	0,00014

Проте запропонований метод фільтрації дає змогу зменшити похибку δ_{zf} у сотні разів та наблизити її до значення δ_{zf} . Для $K_z \geq 1000$ вплив завади на результат вимірювання є нехтовно малим і в такому разі виконувати фільтрацію не потрібно.

Для завади прямокутної форми (табл. 3, рис. 3) похибки запропонованого методу фільтрації за рівнем δ_{zf} істотно зростають, що пов'язано, насамперед, з широким спектром гармонік вищих порядків, які наявні у такій заваді та за рівнем амплітуди є меншими за середній рівень спектра шумового сигналу. Відповідно не вдається розпізнати їх як гармоніки завади та коректно виконати фільтрацію. Потрібно також відзначити, що із збільшенням значення частоти завади зменшується похибка δ_{zf} за рахунок зменшення кількості кратних гармонік завади, які потрапляють у робочий діапазон частот ШТ. Так, для діапазону частот

$\Delta f = 1 \dots 125000 \text{ Гц}$ завада, основна гармоніка якої, наприклад, дорівнює 50000 Гц, впливає лише на двох частотах – 50000 та 100000 Гц. Вже третя гармоніка, а, відповідно, і гармоніки вищих порядків, не потрапляють до обмеженого спектра шумового сигналу. Як і для вищерозглянутих завад, при $K_z \geq 1000$ вплив завади прямокутної форми на результат вимірювання є нехтовно малим і у такому разі виконувати фільтрацію не потрібно.

Висновки. Теоретичні дослідження похибки розрахунку інтегральних характеристик корисного сигналу, спотвореного завадами, за його спектром після виконання фільтрації на основі перетворення Фур'є показують:

- для завади синусоїдної форми, за будь-якого відношення корисний сигнал – завада, фільтрація за рівнем дає практично повне відновлення чистого шумового сигналу та отримання мінімально можливих

похибок розрахунку середнього квадрата шумової напруги, а, відповідно, і термодинамічної температури;

- для заводів трапецієподібної та прямокутної форм похибки зростають;

- найнесприятливішим є випадок, коли завада прямокутної форми генерується в діапазоні низьких частот, що пов'язано, насамперед, з наявністю гармонік вищих порядків, які наявні у такій заваді та за рівнем амплітуди є меншими за середній рівень спектра шумового сигналу. Відповідно, не вдається розпізнати їх як гармоніки завади та виконати повну фільтрацію такої завади.

Тому під час проектування шумових термометрів потрібно найбільшу увагу приділяти мінімізації впливу на аналогові кола цифрових ланок, які є основними джерелами завади прямокутної форми і, тим самим, зменшувати похибки перетворення Фур'є.

Надалі планується виконання теоретичних досліджень оцінки додаткової похибки розрахунку середнього квадрата шумової напруги за спектром, яка виникає за рахунок обмеження часу вимірювання, та аналізу методики вибору значення рівня фільтрації для фільтрів на основі перетворення Фур'є.

1. Микитин І.П., Стадник Б.І. Проблеми створення вторинної апаратури у шумовій термометрії // *Вимірювальна техніка та метрологія – За матеріалами 8-ї Міжнародної конференції “Температура – 2003”*, 2003. – №64. – С.99–105. 2. Микитин І.П. Фільтрація шумових сигналів з використанням швидкого перетворення Фур'є // *Автоматика, вимірювання та керування*. 2006. – №551. – С. 37–42. 3. Nyquist H.A. A thermal motion of electrical charges in conductors // *Phys.Rev.* V.32. – 1928. – July. – № 1. – P.110. 4. Сиберт У.М. Цепи, сигналы, системы: В 2-х ч. Ч.2: Пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 360 с. 5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 574 с.

УДК 621.317

ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДИЧНИХ ПОХИБОК ВИМІРЮВАННЯ В ЕЛЕКТРИЧНІЙ ТОМОГРАФІЇ

© Петровська Ірина¹, Дорожовець Михайло^{1,2} 2007

¹Національний університет “Львівська політехніка”, кафедра інформаційно-вимірювальних технологій,
вул. С. Бандери, 12, 79013, Львів, Україна

²Ряшівська політехніка, кафедра метрології та вимірювальних систем, Ряшів,
вул. В.Поля, 2, 35-959, Польща

Наведено результати досліджень методичних похибок вимірювання при реконструкції питомої провідності в електричній томографії.

Приведены результаты исследований методических погрешностей измерений при реконструкции удельной проводимости в электрической томографии.

Results of methodical measurement error research at the reconstruction of specific conductance in electrical tomography are notified in the article.

1. Вступ. Поява методичних похибок в електричній томографії спричинена алгоритмом розв'язування томографічних задач [1]. Методичні похибки безпосередньо пов'язані з математичними моделями етапів перенесення вимірювальної інформації під час томографічних вимірювань від фізичного об'єкта, який є джерелом інформації, через засоби відбирання вимірювальної інформації з об'єкта досліджень, використовуючи програму реконструкції образу до відображення результатів. В електричній томографії

методичні похибки насамперед пов'язані із вибраним методом апроксимації електричної польової задачі у досліджуваному середовищі, кількістю дискретних апроксимаційних ділянок та алгоритмом реконструкції розподілу питомої провідності за результатами вимірювань зовнішніх величин (міжелектродних напруг або струмів).

Кількість дискретних елементів однозначно визначає просторову роздільну здатність реконструкції образу. Для промислових томографічних вимірювань