

Сумісному інтегруванню підлягає повна система нелінійних диференціальних рівнянь (1), (9), (13) або (1), (11), (13). У процесі просторової дискретизації (9), (11) ми приходимо до системи звичайних диференціальних рівнянь вигляду

$$\frac{dx}{dt} = Cx + D, \quad (14)$$

де x – колонка дискретних значень H_A, H_B , або A_A, A_B ; C – стала матриця коефіцієнтів дискретизації; D – колонка граничних умов. Як правило ця система не є високого порядку.

Отже, математична модель глибокопазного асинхронного мотора складається з системи нелінійних диференціальних рівнянь (1), (13), (14), заздалегідь записаних у нормальній формі Коші. Такий запис суттєво спрощує їх числове інтегрування, оскільки відсутня процедура обертання будь-яких матриць коефіцієнтів. Саме цей фактор є вирішальним при використанні запропонованих моделей як моделей елементів реальних електромеханічних систем.

Метод одержав успішну апробацію під час комп'ютерної симуляції перехідних і усталених процесів глибокопазних асинхронних моторів як при індивідуальній праці, так і в складі електромеханічних систем.

УДК 621.314

М.А. Яцун

Національний університет “Львівська політехніка”, кафедра ЕМА

ЕЛЕКТРОМАГНІТНА СИЛА ДІЇ НА ВАЛ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА ВІД ДЕФЕКТУ У СТРИЖНІ КОРОТКОЗАМКНЕНОЇ КЛІТКИ РОТОРА

© Яцун М.А., 2001

Визначене миттєве значення електромагнітної сили, що діє на вал асинхронного двигуна від дефекту у стрижні короткозамкненої клітки ротора

Instantaneous value electromagnetic force, which is taking effect on the shaft induction motor from the defect in the bar at the squirrel-cage rotor winding, has been determined

Приймаємо припущення, що напруга живлення і струм неробочого ходу при незначному порушенні симетрії короткозамкненої клітки ротора залишаються незмінними. Стан магнітної системи будемо враховувати коефіцієнтом насичення. Аналіз проводитимемо за основними (першими) гармоніками всіх величин.

Струм неробочого ходу (i_0) створює обертову магніторушійну силу (МРС), значення якої на один полюс за першою гармонікою у точці повітряного проміжку з координатою x $F_0 = (0,45/p)mI_0w_1K_{061}\sin(\omega t + \pi x/\tau)$, де відлік координати x (кута $\alpha = \pi x/\tau$) береться від осі

фази А зі струмом $i_0 = I_0 \sqrt{2} \sin \omega t$; p , m , w_1 – кількість відповідно пар полюсів, фаз і витків у фазі статора; K_{o61} і τ – відповідно обмотковий коефіцієнт і полюсний крок; $\omega = 2\pi f$ – колова частота; f – частота змінного струму.

МРС F_0 створює основне магнітне поле, яке обертається з частотою $n = 60f/p$ і наводить у дефектному (першому) стрижні короткозамкненої обмотки ротора електрорушійну силу (ЕРС)

$$\begin{aligned} e_{01} &= B_{01} l v_B = \frac{2p\tau n_B}{60} l \frac{\mu_0 F_0}{K_H K_\delta \delta} = \frac{2p\tau n_B}{60} l \frac{\mu_0}{K_H K_\delta \delta} \frac{0,45}{p} m I_0 w_1 K_{o61} \times \\ &\times \sin \left[\omega t + \frac{\pi}{\tau} \left(x_0 - \frac{2p\tau n_p}{60} t \right) \right] = 2fs\tau l \frac{0,45\mu_0}{p K_H K_\delta \delta} m I_0 w_1 K_{o61} \sin \left(s\omega t + \frac{\pi}{\tau} x_0 \right) = \\ &= E_{01m} \sin \left(s\omega t + \frac{\pi}{\tau} x_0 \right), \end{aligned} \quad (1)$$

де $E_{01m} = 0,9\mu_0 m f s \tau l I_0 w_1 K_{o61} / (p K_H K_\delta \delta)$; $x = x_0 - 2p\tau n_p t / 60$ – координата розташування дефектного стрижня; x_0 – початкова координата стрижня; n_p – частота обертання ротора; n_B і v_B – відносна частота і швидкість обертання ротора (відносно поля статора).

У комплексній формі

$$\dot{E}_{01} = \frac{E_{01m}}{\sqrt{2}} e^{j(s\omega t + \pi x_0 / \tau)} = E_{01} e^{j(s\omega t + \pi x_0 / \tau)}. \quad (2)$$

Еквівалентний комплексний опір фази короткозамкненої клітки ротора [1]: $\underline{Z}_E = \underline{Z}_c + \underline{Z}_k / [2 \sin^2(\Theta/2)] = \underline{Z}_E e^{j\varphi_E}$, де $\underline{Z}_c$ і $\underline{Z}_k$ – комплексний опір відповідно стрижня та елемента короткозамкненого кільця між двома сусідніми стрижнями; $\Theta = 2\pi p/n$; n – кількість стрижнів у обмотці ротора.

Тоді струм у стрижні при відсутності дефекту

$$\dot{I}_{clc} = \dot{E}_{01} / \underline{Z}_E = \frac{E_{01m}}{\sqrt{2} \underline{Z}_E} e^{j(s\omega t + \pi x_0 / \tau - \varphi_E)}. \quad (3)$$

Відомо [1, 2], що розподіл додаткового струму у короткозамкненій клітці ротора асинхронного мотора при збільшенні опору у першому стрижні на $\underline{Z}_{d1}$ визначається при $k = 1$ виразом

$$\begin{aligned} \dot{I}_{c1} &= - \frac{2\dot{I}_{clc} \underline{Z}_{d1} \text{sh}[(n-1)\gamma_1]}{\underline{Z}_0 \{ \text{ch}[(n-1)\gamma_1] + 1 \} + (2\underline{Z}_c + 2\underline{Z}_{d1} + \underline{Z}_k) \text{sh}[(n-1)\gamma_1]} = \\ &= D_1 E_{01} e^{j(s\omega t + \pi x_0 / \tau - \varphi_E + \varphi_{D1})} / \underline{Z}_E; \end{aligned} \quad (4)$$

при $k = 2, 3, \dots, n$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{ck} &= \frac{4\underline{Z}_{d1} \text{sh}(\gamma_1/2) \text{ch}[(n-1)\gamma_1/2] \text{ch}[(n/2 - k + 1)\gamma_1]}{\underline{Z}_0 \{ \text{ch}[(n-1)\gamma_1] + 1 \} + (2\underline{Z}_c + 2\underline{Z}_{d1} + \underline{Z}_k) \text{sh}[(n-1)\gamma_1]} \dot{I}_{clc} = \\ &= D_k \dot{I}_{clc} = D_k e^{j\varphi_{Dk}} E_{01} e^{j(s\omega t + \pi x_0 / \tau - \varphi_E)} / \underline{Z}_E = \\ &= D_k E_{01} e^{j(s\omega t + \pi x_0 / \tau - \varphi_E + \varphi_{Dk})} / \underline{Z}_E, \end{aligned} \quad (5)$$

де

$$\underline{D}_k = D_k e^{j\varphi_{Dk}} = \frac{4\underline{Z}_{д1} \operatorname{sh}(\gamma_1/2) \operatorname{ch}[(n-1)\gamma_1/2] \operatorname{ch}[(n/2-k+1)\gamma_1]}{\underline{Z}_0 \{ \operatorname{ch}[(n-1)\gamma_1] + 1 \} + (2\underline{Z}_c + 2\underline{Z}_{д1} + \underline{Z}_k) \operatorname{sh}[(n-1)\gamma_1]}; \quad \underline{Z}_0 = \sqrt{\underline{Z}_k(\underline{Z}_k + 2\underline{Z}_c)};$$

$$\operatorname{th}\gamma_1 = \sqrt{\underline{Z}_k(\underline{Z}_k + 2\underline{Z}_c)} / (\underline{Z}_k + \underline{Z}_c).$$

У місцях розташування стрижнів обмотки ротора ($k = 1, 2, 3, \dots, n$) магнітна індукція основного магнітного поля визначається виразом

$$B_{0k} = \frac{\mu_0}{K_H K_\delta \delta} \frac{0,45}{p} m I_0 w_1 K_{об1} \sin \left[s\omega t + \frac{\pi}{\tau} x_0 - 2\pi p(k-1)/n \right]. \quad (6)$$

Тепер визначимо у декартовій системі координат з початком на осі першого стрижня проєкції (складові) миттєвого значення поперечної сили, що діє на вал (вісь обертання) ротора і обумовлена дефектом у першому стрижні. Дотична і радіальна відцентрові складові визначаються відповідно виразами

$$F_{вд} = \sum_{k=1}^n B_{ck} l_{ck} \cos[2\pi(k-1)/n]; \quad F_{вр} = -\sum_{k=1}^n B_{ck} l_{ck} \sin[2\pi(k-1)/n] \quad (7)$$

Із (7) з урахуванням (4), (5) і (6) після підсумовування ряду і математичного перетворення остаточно одержимо

$$F_{вд} = -8A \{ A_1 [1 - \cos(2s\omega t + 2\pi x_0/\tau)] + A_2 \sin(2s\omega t + 2\pi x_0/\tau) \} =$$

$$= -16A \sin \alpha \{ A_1 \sin \alpha + A_2 \cos \alpha \}; \quad (8)$$

$$F_{вр} = -8A \{ A_3 [1 + \cos(2s\omega t + 2\pi x_0/\tau)] + A_4 \sin(2s\omega t + 2\pi x_0/\tau) \} =$$

$$= -16A \cos \alpha \{ A_3 \cos \alpha + A_4 \sin \alpha \}, \quad (9)$$

де

$$A = \frac{fsD}{2\pi p^3 Z_E} \left(\frac{\mu_0 m w_1 K_{об1}}{K_H K_\delta \delta} I_0 \right)^2;$$

$$A_1 = a_1(a_3 + a_5) - a_2(a_4 + a_6); \quad A_2 = a_1(a_4 + a_6) + a_2(a_3 + a_5);$$

$$A_3 = a_1(a_6 - a_4) + a_2(a_5 - a_3); \quad A_4 = a_1(a_5 - a_3) - a_2(a_6 - a_4);$$

$$a_1 = \operatorname{Re} \left\{ \frac{\underline{Z}_{д1} e^{-j\varphi_E} \operatorname{ch}(\gamma_1/2) \operatorname{ch}[(n-1)\gamma_1/2] \operatorname{sh}(n\gamma_1/2)}{\underline{Z}_0 \{ \operatorname{ch}[(n-1)\gamma_1] + 1 \} + (2\underline{Z}_c + 2\underline{Z}_{д1} + \underline{Z}_k) \operatorname{sh}[(n-1)\gamma_1]} \right\};$$

$$a_2 = \operatorname{Im} \left\{ \frac{\underline{Z}_{д1} e^{-j\varphi_E} \operatorname{ch}(\gamma_1/2) \operatorname{ch}[(n-1)\gamma_1/2] \operatorname{sh}(n\gamma_1/2)}{\underline{Z}_0 \{ \operatorname{ch}[(n-1)\gamma_1] + 1 \} + (2\underline{Z}_c + 2\underline{Z}_{д1} + \underline{Z}_k) \operatorname{sh}[(n-1)\gamma_1]} \right\};$$

$$a_3 = \operatorname{Re} \left\{ \frac{\sin^2[\pi(p+1)/n]}{\operatorname{ch}\gamma_1 - \cos[2\pi(p+1)/n]} \right\}; \quad a_4 = \operatorname{Im} \left\{ \frac{\sin^2[\pi(p+1)/n]}{\operatorname{ch}\gamma_1 - \cos[2\pi(p+1)/n]} \right\};$$

$$a_5 = \operatorname{Re} \left\{ \frac{\sin^2[\pi(p-1)/n]}{\operatorname{ch}\gamma_1 - \cos[2\pi(p+1)/n]} \right\}; \quad a_6 = \operatorname{Im} \left\{ \frac{\sin^2[\pi(p-1)/n]}{\operatorname{ch}\gamma_1 - \cos[2\pi(p+1)/n]} \right\}.$$

Тоді величина і фаза досліджуваної сили визначаються за виразами

$$F_B = \sqrt{F_{Bд}^2 + F_{Bр}^2} = 8A \sin(2\alpha) \sqrt{[(A_1 \operatorname{tg}\alpha + A_2)]^2 + [(A_3 \operatorname{ctg}\alpha + A_4)]^2}; \quad (10)$$

$$\varphi_B = \arctg(F_{Bр}/F_{Bд}) = \pi + \arctg[(A_3 \operatorname{ctg}\alpha + A_4)/(A_1 \operatorname{tg}\alpha + A_2)]. \quad (11)$$

Відносне значення величини цієї сили

$$F'_B = F_B / (2 M_c / D) = [4 \sin(2\alpha) / (n \cos \varphi_E)] \sqrt{[(A_1 \operatorname{tg}\alpha + A_2)]^2 + [(A_3 \operatorname{ctg}\alpha + A_4)]^2}, \quad (12)$$

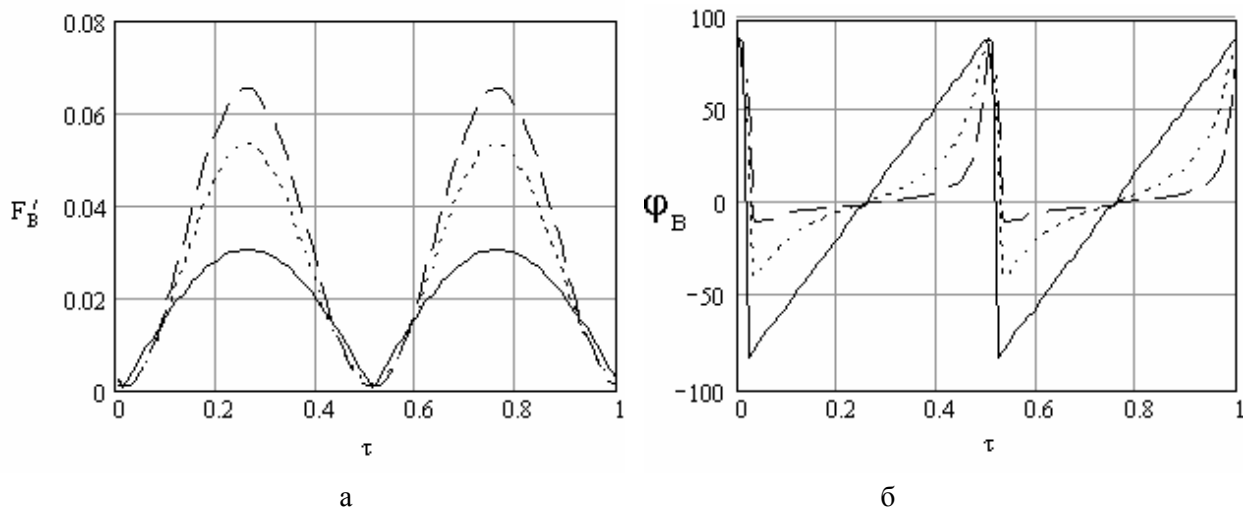
де M_c – середнє значення електромагнітного моменту двигуна при відсутності дефекту [3];
 D – діаметр розташування стрижнів (осердя ротора); $\alpha = s\omega t + \pi x_0/\tau$.

При обриві одного (першого) стрижня

$$a_1 = \operatorname{Re}\{\exp(-j\varphi_E) \operatorname{ch}(\gamma_1/2) \operatorname{sh}(n\gamma_1/2) / [4 \operatorname{sh}[(n-1)\gamma_1/2]]\};$$

$$a_2 = \operatorname{Im}\{\exp(-j\varphi_E) \operatorname{ch}(\gamma_1/2) \operatorname{sh}(n\gamma_1/2) / [4 \operatorname{sh}[(n-1)\gamma_1/2]]\}.$$

На рисунку *а* і *б* показані залежності миттєвого значення відносної сили (F'_B) і її фази (φ_B , град.) від відносного часу $[\tau = s\omega t/(2\pi)]$ за період ковзання відносно обірваного (першого) стрижня, які розраховані за виразами відповідно (12) і (11) при різних значеннях кількості пар полюсів ($p = 1, 2, 3$) для випадку, коли $\underline{Z} = \underline{Z}_C/\underline{Z}_K = (50+j250s)/(1+j2s)$; $\exp(-j\varphi_E)/\cos(\varphi_E) = 1 - js[500\sin^2(\pi p/n) + 2]/[80\sin^2(\pi p/n) + 1]$; $s = 0,02$; $n = 30$.



*Залежність відносного миттєвого значення електромагнітної сили (а),
 що діє на вал ротора, і її просторової координати (б)
 при обриві одного стрижня і різних кількості пар полюсів:
 1 – $p=1$; 2 – $p=2$; 3 – $p=3$*

Вони показують, що за наявності у клітці ротора обірваного стрижня на вал (підшипник) діє значна незрівноважена електромагнітна сила, значення і напрям якої змінюються з

часом з подвійною частотою ковзання. Ця сила призводить до відповідних вібрацій машини, шумів і додаткового зношування підшипників.

1. Яцун М., Яцун А., Хліпальський Ю. Розподіл струму в короткозамкненій обмотці ротора асинхронного двигуна за наявності дефектів у ній // *Електромеханіка. Теорія і практика: Пр. наук.-техн. конф., присвяченої 100-річчю від дня народження видатного українського вченого-електромеханіка Тихона Губенка.* – Львів, 1996. – С. 203–206. 2. Яцун М., Яцун А. Розподіл і симетричні складові додаткових струмів у короткозамкненій обмотці ротора асинхронного двигуна за наявності дефектів в одному стрижні // *Теоретична електротехніка.* – 2000. – Вип. 55. – С. 124–128. 3. Яцун М., Яцун А. Додатковий електромагнетний момент асинхронного мотора від дефекту у стрижні короткозамкненої обмотки ротора // *4-th INTERNATIONAL MODELLING SCHOOL of AMSE-UAPL.* – Crimea, Alushta, Ukraine, 10–15 Sept. 1999.