клатура стандартизованих за розмірами поперечних перерізів приводних пасів досить обмежена, а експериментальне визначення їхніх пружних характеристик достатньо просте і не вимагає великих матеріальних затрат. Тут, для аналогії, можна зіслатись на фірми-виробники підшипників кочення, які для досить широкої номенклатури своїх виробів дають достатню інформацію про їхню навантажувальну і експлуатаційну придатність. Повніша і достовірна інформація про параметри приводних пасів визнаних фірм-виробників буде сприяти більш обґрунтованим розрахункам та конструюванню пасових передач підвищеного ресурсу.

1. Иосилевич Г.Б. Детали машин: Учеб. для студентов машиност. спец. вузов. – М.: Машиностроение, 1988. – 368 с. 2. Пронин Б.А. Некоторые вопросы теории и расчет ременных передач по наибольшему напряжению в ремнях // Сб. Науч.-метод. статей по деталям машин. – М., 1983. – № 5. 3. Решетов Д.Н. Детали машин: Учеб. для студентов машиностроительных и механических специальностей вузов. – М.: Машиностроение, 1989. – 496 с.

УДК 539.3

Р.В. Палаш Національний університет "Львівська політехніка", кафедра теоретичної механіки

## ВПЛИВ ВЕЛИЧИНИ ЗОНИ ПЛАСТИЧНИХ ДЕФОРМАЦІЙ НА ЗАЛИШКОВІ НАПРУЖЕННЯ В КІЛЬЦЕВИХ З'ЄДНАННЯХ ОБСАДНИХ ТРУБ

© Палаш Р.В., 2004

Розглянуто можливість використання розрахунково-експериментального методу для визначення напружень у кільцевих з'єднаннях із сталей, різних за своїми міцнісними характеристиками і хімічним складом. Досліджено залежність розподілу залишкових напружень в кільцевому зварному з'єднанні обсадних труб від розмірів поля пластичних деформацій.

Possibility of use of computation-experimental method for determination of tensions in the circular halving of steel with different durability descriptions and chemical compositionis considered. Dependence of distributing remaining tensions in the circular welded halving of pipes from size of field of plastic deformations is explored.

При проведенні нафтогазовидобувних та геологорозвідувальних робіт важливим і обов'язковим елементом є обсадні труби. Для облаштування гірського розроблення обсадні труби з'єднують в колони нарізними або зварними з'єднаннями. Останні у багатьох випадках є доцільнішими [1].

Розміри обсадних труб коливаються в таких межах: зовнішній діаметр – 110–510 мм; товщина стінки – 5,2–16,7 мм; довжина – 9,5–13 м. Довжина неперервних колон може становити від 10–30 до 1000–3000 м.

При монтажі та експлуатації обсадних колон поверхня труб постійно піддається впливові агресивного середовища, також можлива поява кавітаційних явищ. Залежно від ґрунтів, в яких буриться свердловина, етапу експлуатації чи монтажу, розташування за висотою та призначення колон, останні можуть піддаватись різним типам навантажень: коловому і осьовому стиску та розтягу, згинальним, динамічним, ударним і навіть "температурним" навантаженням чи різній їх комбінації. Отже, на обсадні колони діє великий комплекс силових факторів, що зумовлює утворення складного напруженого стану у матеріалі труб.

Залежно від конкретних умов експлуатації, до матеріалу труб можуть ставитись принципово відмінні вимоги. У зв'язку з цим для виготовлення обсадних труб використовується широкий

спектр сталей, які згруповані в класи – "групи" за своїми механічними властивостями. На теренах СРСР випускають дев'ять груп сталей для обсадних труб, які охоплюють такий інтервал механічних властивостей:  $\sigma_B$ , МПа  $\geq 420...$  1103;  $\sigma_T$ , МПа  $\geq 250...1034$ ;  $\delta_5$ , %  $\geq 25...8,5$  згідно з ГОСТом 632–80. Очевидно, що забезпечувати такий широкий діапазон властивостей можуть лише сталі принципово різного хімічного складу – від низько- й середньовуглецевих до високо- і складнолегованих та термічно зміцнених.

З метою контролю якості і оцінки роботоздатності зварних з'єднань необхідно здійснювати їх контроль. Зокрема, це стосується рівня напруженого стану в околі зварних кільцевих швів. Для цього доцільно використати розрахунково-експериментальний метод визначення напружень, що ґрунтується на розв'язанні обернених задач механіки деформівних тіл. Запропоновано розрахункову модель для визначення напружень у з'єднаннях високоміцних легованих сталей, схильних, крім аустенітно-феритного і аустенітно-перлітного, також до аустеніто-бейнітного й аустенітно-мартенситного перетворень під впливом термодеформаційного циклу зварювання (ТДЦЗ) [2]. При цьому одним з найважливіших параметрів для обчислення залишкових напружень, згідно з цим методом, є функція  $\varphi(z)$ , яка описує поле пластичних деформацій в околі шва.

Мета роботи: вивчити можливість використання моделі розрахунково-експериментального методу для розрахунків напружень в з'єднаннях обсадних труб із сталей, різної міцності, дослідити вплив геометрії поля пластичних деформацій на розподіл залишкових напружень в кільцевих з'єднаннях обсадних труб із високоміцних сталей.

Сталями груп міцності Е-М ( $\sigma_T = 550-800$  МПа), зважаючи на їхні високі міцнісні характеристики, є переважно леговані сталі, деякі з яких постачаються у термозміцненому стані. Таким сталям властиве гартування під впливом ТДЦЗ, що суттєво відбивається на вигляді функції поля пластичної деформації їх з'єднань.

Тут запропоновано множину функцій, яка дає змогу апроксимувати поля залишкових пластичних деформацій в зварних обсадних колонах, виготовлених зі сталей, що належать до різних груп міцності, зокрема – для сталей, не схильних до мартенситного й бейнітного перетворень під впливом ТДЦЗ.

У розрахунковій моделі трубу описуємо як оболонку, яку віднесено до триортогональної системи координат  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , де  $\alpha = \frac{z}{R}$  (z – віддаль вздовж твірної оболонки, R – радіус серединної поверхні оболонки),  $\beta$  – кутова координата,  $\gamma$  – координата вздовж зовнішньої нормалі від серединної поверхні оболонки.

На основі аналізу експериментальних даних, наведених в літературі різними авторами [3, 4], поле власних колових деформацій біля кільцевого зварного шва апроксимуємо виразами:

$$\varepsilon^{0}_{\beta\beta}(\alpha,\gamma) = -\varepsilon^{*}_{0} \cdot \varphi(\alpha) \cdot S^{0}(\alpha), \qquad (1)$$

де

$$\varphi(\alpha) = \begin{cases} \varphi_1(\alpha), & 0 \le |\alpha| \le \alpha_m, \\ \varphi_2(\alpha), & \alpha_m \le |\alpha| \le \alpha_0, \end{cases}$$
(2)

 $\varphi^*(\alpha) = \varepsilon_0^* \cdot \varphi(\alpha), \quad S^0(\alpha) = 1, |\alpha| \le \alpha_0, \quad S^0(\alpha) = 0, |\alpha| \succ \alpha_0, \quad \alpha_0 = \frac{z_0}{R}, \quad z_0 - \text{півширина зони}$ 

пластичних деформацій. Функції  $\varphi_1(\alpha)$  та  $\varphi_2(\alpha)$  описуються виразами:

$$\varphi_{1}(\alpha) = a_{0} + a_{1} \left(\frac{\alpha}{\alpha_{0}}\right)^{4} + a_{2} \cdot \left(\frac{\alpha}{\alpha_{0}}\right)^{6},$$
  
$$\varphi_{2}(\alpha) = b_{0} + b_{1} \cdot \left(\frac{\alpha}{\alpha_{0}} - 2\frac{\alpha_{m}}{\alpha_{0}}\right)^{3} + b_{2} \cdot \left(\frac{\alpha}{\alpha_{0}} - 2\frac{\alpha_{m}}{\alpha_{0}}\right)^{4} + b_{3} \cdot \left(\frac{\alpha}{\alpha_{0}} - 2\frac{\alpha_{m}}{\alpha_{0}}\right)^{6},$$
 (3)

В яких позначено:

$$\begin{aligned} a_{0} &= K , \ a_{1} = -3 \frac{(K-1) \cdot z_{0}^{8}}{z_{m}^{4}}, \ a_{2} = 2 \cdot \frac{(K-1) \cdot z_{0}^{12}}{z_{m}^{6}}, \\ b_{0} &= \frac{z_{0}^{4} \cdot (1-2 \cdot z_{m})^{4} \cdot \left[ z_{m}^{2} + z_{0} \cdot (z_{m} - 6z_{m}^{2}) + z_{0}^{2} \left( -1 + 2 \cdot z_{m} + 4 \cdot z_{m}^{2} \right) \right]}{(z_{0} - z_{m})^{3} \cdot \left[ -z_{m} + z_{0} \cdot (4z_{m} - 1) \right] \cdot \left[ z_{m}^{2} + z_{0} (z_{m} - 6 \cdot z_{m}^{2}) + z_{0}^{2} \left\{ 1 + 6 \cdot z_{m} (2 \cdot z_{m} - 1) \right\} \right]}, \\ b_{1} &= \frac{4 \cdot z_{0}^{7} \cdot z_{m} \cdot (2 \cdot z_{0} - 1)(2 \cdot z_{m} - 1)}{(z_{0} - z_{m})^{3} \cdot \left[ z_{m}^{2} + z_{0} \cdot (z_{m} - 6z_{m}^{2}) + z_{0}^{2} \cdot \left[ 1 + 6 \cdot z_{m} \cdot (2 \cdot z_{m} - 1) \right] \right]}, \end{aligned}$$

$$b_{2} &= \frac{3 \cdot z_{0}^{8}}{(z_{0} - z_{m})^{3} \cdot \left[ z_{0} \cdot (4 \cdot z_{m} - 1) - z_{m} \right]}, \\ b_{3} &= \frac{2 \cdot z_{0}^{12}}{(z_{0} - z_{m})^{3} \cdot \left[ -z_{m} + z_{0} \cdot (4z_{m} - 1) \right] \cdot \left[ z_{m}^{2} + z_{0} \cdot (z_{m} - 6 \cdot z_{m}^{2}) + z_{0}^{2} \left[ 1 + 6 \cdot z_{m} \cdot (2 \cdot z_{m} - 1) \right] \right]}, \\ K &= \frac{A}{z_{0}^{*}}, \ \alpha_{m} = \frac{z_{m}}{R}. \end{aligned}$$

На рис. 1 зображено вигляд функції  $\varphi(\alpha)$ , що якісно описує поле залишкових пластичних деформацій для випадку кільцевого зварного з'єднання високоміцної гартівної сталі аустенітним швом.



Рис. 1. Загальний вигляд функції, що описує поле пластичних деформацій

Схильність високоміцних гартівних сталей до мартенситного й бейнітного перетворень під дією ТДЦЗ є одним з факторів, що суттєво впливають на характер розподілу поля пластичних деформацій. У математичній моделі розрахунково-експериментального методу цей вплив виражається через параметри:  $\varepsilon_0^*$  – максимальна величина пластичних деформацій у з'єднанні, А – величина пластичних деформацій на осі шва,  $z_m$  – віддаль від осі шва до місця, в якому найбільші пластични деформації,  $z_0$  – ширина зони пластичних деформацій.

Змінюючи числові значення параметрів A і z<sub>m</sub>, отримуємо різні розподіли залишкових пластичних деформацій, які описують ці поля для сталей різних груп міцності. На рис. 2 кривими 1–3 графічно зображено розподіли колових пластичних деформацій для високоміцних і низьковуглецевих сталей.





Параметри, що описують вигляд функції поля пластичних деформацій (рис. 2), дорівнюють: для з'єднання 1 – A = 0,25;  $\varepsilon_0^* = 1,0$ ;  $z_m = 10$ ,  $z_0 = 25$ ; для з'єднання 2 – A = 0,75;  $\varepsilon_0^* = 1,0$ ;  $z_m = 4$ ,  $z_0 = 25$ ; для з'єднання 3 – A = 1,0;  $\varepsilon_0^* = 1$ ;  $z_m = 0$ .

Отже, вирази (1)–(3) дають змогу апроксимувати поля залишкових пластичних деформацій біля кільцевого зварного з'єднання обсадних труб зі сталей груп міцності А, С, Д, тобто низько- й середньовуглецевих і низьколегованих сталей.

Розв'язувальне рівняння задачі про визначення залишкових напружень у цьому випадку запишемо у вигляді [5]:

$$\left(\frac{d^4}{d\alpha^4} + 4a^4\right) \cdot W = -4a^4 R \varepsilon_0^* \cdot \varphi(\alpha) \cdot S^0(\alpha), \tag{5}$$

$$R^2 (1 - \mu^2) / (1 -$$

де W – прогин труби,  $a^4 = \frac{3R^2(1-\mu^2)}{4h^2}$ .

Розв'язок цього рівняння і вирази для визначення осьових  $\sigma_{\alpha\alpha}$  і колових  $\sigma_{\beta\beta}$  залишкових напружень подамо у вигляді:

$$W(\alpha) = \varepsilon_0^* \cdot R \cdot \widehat{W}(\alpha),$$
  

$$\sigma_{ii}(\alpha, \gamma) = E \cdot c \cdot \widehat{\sigma}_{ii}(\alpha, \gamma), \quad i = \alpha, \beta,$$
(6)

де 
$$\widehat{W}_{\alpha\alpha}(\alpha) = -\frac{a}{2} \cdot \Gamma_1(\alpha)$$
  
 $\widehat{\sigma}_{\alpha\alpha}(\alpha,\gamma) = -\frac{a}{2} \cdot \sqrt{\frac{3}{1-\mu^2}} \cdot \Gamma_1(\alpha); \quad \widehat{\sigma}_{\beta\beta}(\alpha,\gamma) = \widehat{W}(\alpha) + \mu \cdot \widehat{\sigma}_{\alpha\alpha}(\alpha,\gamma) + \varphi(\alpha) \cdot S^0(\alpha);$ 

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

$$\Gamma_i(\alpha) = \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \varphi(\xi) \cdot K_i(\xi - \alpha) d\xi,$$
  

$$K_1(\xi - \alpha) = \exp[-\alpha|\xi - \alpha|] \cdot [\cos \alpha(\xi - \alpha) + \sin \alpha|\xi - \alpha|],$$
  

$$K_2(\xi - \alpha) = \exp[-\alpha|\xi - \alpha|] \cdot [\cos \alpha(\xi - \alpha) - \sin \alpha|\xi - \alpha|],$$

Е – модуль Юнга.

Використавши експериментальну інформацію про напружений стан у зварних з'єднаннях високоміцної легованої сталі 14ХГ2САФД [3], що належить за своїми міцнісними характеристиками до групи Е, розраховано розподіли залишкових напружень у з'єднанні обсадних труб із високоміцних сталей аустенітним швом. Досліджено вплив параметра  $z_0$  на вигляді розподілів залишкових напружень (рис. 3).



Рис. 3. Залежність розподілів: а – кільцевих; б – осьових напружень на зовнішній поверхні труби вздовж її твірної від величини поля пластичних деформацій

Як видно з рис. 3, осьові і кільцеві напруження при зміні значень півширини поля пластичних деформацій  $z_0 = 7...11$  змінюються незначно, а від 15 до 45 монотонно спадають.

Характерно, що при збільшенні ширини поля деформацій зменшуються як залишкові напруження в пікових ділянках, так їх градієнт вздовж осі z.

Отже, в роботі проілюстрована можливість використання моделі розрахунково-експериментального методу [2] для розрахунку напружень в з'єднаннях обсадних труб, виготовлених зі сталей різних груп міцності; запропоновано функції  $\varphi(\alpha)$  для визначення в рамках моделі напружень у з'єднаннях низьковуглецевих сталей; досліджено закономірності впливу ширини зони пластичних деформацій на розподіл залишкових напружень у кільцевих з'єднаннях високоміцних гартівних сталей.

1. Палаш Р.В. Підвищення надійності кільцевих з'єднань обсадних труб // Вісн. Нац. ун-ту "Львівська політехніка". – 2003. – № 480. – С. 114–118. 2. Осадчук В.А., Дзюбик А.Р., Палаш Р.В. Напруження у стикових зварних з'єднаннях кільцевим швом труб, які схильні до гартування // Вісн. Нац. ун-ту "Львівська політехніка". – 2002. – № 456. – С. 107–111. 3. Лобанов Л.М., Міходуй Л.І., Міходуй О.Л. Залишкові напруження в зварних з'єднаннях високоміцних сталей // Пр. Міжнар. конф. "Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій". – Львів: Каменяр, 1999. – Т. 1. – Вип. 2. – С. 21–31. 4. Винокуров В.А., Григорьянц А.Г. Теория сварочных деформаций и напряжений. – М.: Машиностроение, 1984. – 280 с. 5. Осадчук В., Большаков М., Палаш В. Неруйнівний метод визначення залишкових напружень у зварних оболонках // Машинознавство. – 1997. – № 1. – С. 5–9.

## УДК 534

Б.І. Сокіл, А.П. Сеник\*, І.І. Назар, М.Б. Сокіл Національний університет "Львівська політехніка", кафедра теоретичної механіки, \* кафедра прикладної математики

## ПОПЕРЕЧНІ КОЛИВАННЯ НЕЛІНІЙНО ПРУЖНОГО СЕРЕДОВИЩА І МЕТОД Д'АЛАМБЕРА У ЇХ ДОСЛІДЖЕННІ

© Сокіл Б.І., Сеник А.П., Назар І.І., Сокіл М.Б., 2004

Розроблено методику побудови розв'язку крайової задачі для нелінійного рівняння з частинними похідними четвертого порядку, яка описує поперечні коливання одновимірного однорідного середовища.

Is developed a technique of construction of the decision of a regional task for the nonlinear equation in private derivative of the fourth order, which describes cross of Fluctuations one-dimensional environment.

Викладено методику дослідження поперечних коливань одновимірних пружних середовищ. В основу досліджень покладено: узагальнення методу Д'Аламбера на один клас лінійних крайових задач для диференціальних рівнянь з частинними похідними четвертого порядку; принцип одночастотності коливань у нелінійних системах; метод асимптотичного інтегрування нелінійних диференціальних рівнянь з частинними похідними. Методика дає змогу для розглядуваного класу задач дати оцінку впливу фізико-механічних параметрів середовищ та нелінійних сил на основні характеристики динамічного процесу.

1. Відомо [1], що вивчення малих нелінійних поперечних коливань одновимірного середовища, при нехтуванні поздовжньою силою інерції, пов'язане із побудовою і дослідженням розв'язання диференціального рівняння

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \alpha^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = \mathcal{E}\!\!f\!\left(u, \frac{\partial u}{\partial t}, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right),\tag{1}$$

де u(x,t) – поперечне переміщення перерізу середовища з координатою x в довільний момент часу t;  $\alpha$  – стала, яка виражається через геометричні і фізико-механічні параметри середовища,  $\mathscr{G}\left(u, \frac{\partial u}{\partial t}, \frac{\partial^2 u}{\partial x}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right)$  – функція, яка описує нелінійно пружні, дисипативні та іншої природи сили системи,  $\mathscr{E}$  - малий параметр, який вказує на малину останніх порівняно із лінійними відновлювальними силами середовища. Зокрема для балки:  $\alpha^2 = \frac{EI}{\rho F}$  (де  $\rho, E, F, I$  – питома маса, модуль пружності, площа і момент інерції поперечного перерізу балки). Якщо ж ще враховувати