## **М.В. Пстухов, А.В. Гадай, Ю.В. Грицюк** Луцький державний технічний університет

## ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПАРАМЕТРИЧНОГО СТАТИЧНОГО КОМПЕНСАТОРА РЕАКТИВНОЇ ПОТУЖНОСТІ

## © Пєтухов М.В., Гадай А.В., Грицюк Ю.В., 2001

Розглянуто математичну модель параметричного статичного компенсатора реактивної потужності, у якого індуктивний опір реактора модулюється за гармонічним законом з подвійною частотою напруги мережі. Визначено вплив параметрів модуляції індуктивного опору реактора на інтегральні характеристики енергетичного процесу компенсатора.

In message, is considered the mathematical model of parametric static var compensator in reactive power, near by which inductive resistance of reactor is modulated in harmonic law with double frequency of voltage in network. The influence of parameters of inflexion inductive resistances of reactor is defined in whole features of energy process of compensator.

Більшість регульованих статистичних компенсаторів реактивної потужності (СКРП) [1] побудовано на принципі введення в мережу регульованого паралельного реактивного опору. Використовуючи відповідне керування бітиристорними ключами, можна плавно регулювати реактивну потужність від найбільшої ємнісної до найбільшої індуктивної.

СКРП повинні задовольняти високі вимоги, а саме:

1) СКРП в усіх режимах, включаючи важкі аварії, повинні залишатись у синхронізмі з напругою на шинах;

2) СКРП повинні швидко регулювати або керувати напругою, шляхом демпфування коливань потужності, у точці вмикання за рахунок генерування реактивної потужності або споживання її від енергосистеми;

3) СКРП повинні мати невеликі втрати відносно вихідної реактивної потужності.

Ці вимоги зумовлюють необхідність подальшого удосконалення СКРП. Це можливе, наприклад, наданням СКРП властивостей, які ще не були їм притаманні, а також за допомогою створення багатоканальних схем керування. Вирішити вказані проблеми можна за допомогою параметричних СКРП, які відрізняються від звичайних тим, що індуктивний опір реакторів не є сталою величиною, а змінюється у функції часу. Розглянемо електричну схему параметричного СКРП із глухозаземленою нейтраллю, яка показана на рис. 1.

Незважаючи на змінний характер навантаження, можна вважати, що воно симетричне, оскільки індуктивний опір в кожній з фаз компенсатора змінюється синхронно по відношенню до прикладеної фазної напруги. Це дає можливість розглянути квазістаціонарні процеси в одній із фаз СКРП, а результати досліджень вважати прийнятними для всього компенсатора.



Рис.1. Схема параметричного статичного компенсатора реактивної потужності з заземленою нейтраллю

Нехай індуктивність у фазі СКРП змінюється за законом

$$\mathbf{L}(\mathbf{t}) = \frac{\mathbf{L}_0}{1 + \mathbf{k}\cos(2\omega \mathbf{t} + \boldsymbol{\varphi})}, \ \mathbf{k} < 1.$$

де  $L_0$  – постійна складова індуктивності;  $\mathbf{k}$  – індекс модуляції;  $\boldsymbol{\omega}$ ,  $\boldsymbol{\phi}$  – відповідно колова частота та фаза модульованого сигналу.

Оскільки навантаження має активноіндуктивний характер, то закон зміни

струму через тиристор можна знайти з рівняння рівноваги кола, яке справедливе для струму через тиристор в інтервалі  $\alpha \le \theta \le \alpha_{\rm B}$ ,

$$\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{L}(\boldsymbol{\theta}) \frac{\mathrm{d}\mathbf{i}}{\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}} + \left[ \boldsymbol{\omega} \cdot \frac{\mathrm{d}\mathbf{L}(\boldsymbol{\theta})}{\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{r} \right] \cdot \mathbf{i} = \mathbf{U}_{\mathrm{m}} \cdot \sin\boldsymbol{\theta}, \qquad (1)$$

де  $\theta = \omega \cdot t$ ;  $L(\theta) = \frac{L_0}{1 + k \cdot \cos(2 \cdot \theta + \phi)}$ ; **г** – активний опір реактора;  $U_m$  – амплітуда напруги

живлення;  $\alpha$  – кут керування тиристорами;  $\alpha_{\rm B}$  – кут вимкнення тиристорів.

Використовуючи для рівняння (1) метод варіації довільної сталої [2], знайдемо його загальний розв'язок

$$\mathbf{i}(\theta) = \frac{\mathbf{U}_{\mathbf{m}}}{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{e}^{-\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{x}} \left[\theta + \frac{\mathbf{k}}{2} \cdot \sin(2\theta + \varphi)\right]} \cdot \left[1 + \mathbf{k} \cdot \cos(2\theta + \varphi)\right] \cdot \left[\int \sin \theta \cdot \mathbf{e}^{\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{x}} \left[\theta + \frac{\mathbf{k}}{2} \cdot \sin(2\theta + \varphi)\right]} d\theta + \mathbf{A}\right], \tag{2}$$

де A – стала інтегрування;  $\mathbf{x} = \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{L}_{\mathbf{o}}$ .

Аналіз цього розв'язку свідчить, що навіть для електричного кола першого порядку зі змінною індуктивністю точний аналітичний розв'язок задачі є надзвичайно громіздким. Інтеграл у (2) не можна виразити через елементарні функції, а тому, розрахунок за формулою (2) можливий тільки в числовому вигляді. Також дуже важко провести дослідження впливу індексу модуляції  $\mathbf{k}$ , фази модульованого сигналу  $\boldsymbol{\phi}$ , кута керування тиристорами  $\boldsymbol{\alpha}$  на особливість процесів у колі.

Застосування наближених аналітичних методів швидко призводить до розв'язку. Відомо, що для реакторів відношення  $\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{x}} \leq \mathbf{0}, \mathbf{3}$ , тому можна вважати, що напруга на індуктивності значно перевищує напругу на опорі  $\mathbf{r}$ , так, що при  $\mathbf{L} = \mathbf{L}_{\mathbf{0}}$ 

$$U_{L}(\theta) = U_{Lm} \cdot \sin(\theta - \arctan\frac{x}{r} + \frac{\pi}{2}),$$

де U<sub>Lm</sub> =  $\frac{U_m \cdot x}{\sqrt{r^2 + x^2}}$ .

Тоді закон зміни струму через тиристор, а тому, і через навантаження можна знайти з рівняння

$$\omega \cdot \frac{dL(\theta) \cdot i(\theta)}{d\theta} = U_{Lm} \cdot \sin(\theta - \arctan \frac{x}{r} + \frac{\pi}{2}).$$
(3)

Проінтегрувавши рівняння (3) при початкових умовах  $\theta = \alpha$ ,  $i(\alpha) = 0$ , отримаємо його розв'язок

$$\mathbf{i}(\theta) = \mathbf{I}_{\mathbf{m}} \left[ -\sin(\alpha - \beta) + \sin(\theta - \beta) \right] \cdot \left[ 1 + \mathbf{k} \cdot \cos(2\theta + \varphi) \right], \tag{4}$$

де  $I_m = \frac{U_m}{\sqrt{r^2 + x^2}}; \beta = arctgp; \rho = \frac{x}{r}.$ 

Прирівнюючи до нуля праву частину виразу (4), знайдемо кут вимкнення тиристорів параметричного СКРП  $\alpha_{\rm B} = \pi - \alpha + 2 \cdot \beta$ .

Часові діаграми роботи параметричного СКРП  $\mathbf{u}(\theta)$ ,  $\mathbf{i}(\theta)$  при різних значеннях фази модульованого сигналу  $\phi = -\frac{\pi}{2}; 0; \frac{\pi}{2}; \pi$  показані на рис. 2, *a*, *b*, *b*, *c*.



Рис. 2. Часові діаграми роботи СКРП  $\mathbf{u}(\mathbf{\theta})$ ,  $\mathbf{i}(\mathbf{\theta})$  при  $\alpha = 150^{\circ}$ ,  $\mathbf{\rho} = 3,33$ ,  $\mathbf{k} = 0,5$ 

Тепер можна визначити інтегральні характеристики енергетичного процесу в параметричному СКРП. Реактивну потужність, яку споживає компенсатор, можна записати у відносних одиницях так:

$$\mathbf{Q}_{*} = -\frac{2}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha_{\diamond}} \left[ -\sin(\alpha - \beta) + \sin(\theta - \beta) \right] \cdot \left[ 1 + \mathbf{k} \, \cos(2\theta + \varphi) \right] \cdot \cos\theta d\theta, \tag{5}$$

а активну потужність у вигляді

$$\mathbf{P}_{*} = \frac{2}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha_{0}} \left[ -\sin(\alpha - \beta) + \sin(\theta - \beta) \right] \cdot \left[ 1 + \mathbf{k} \, \cos(2\theta + \varphi) \right] \cdot \sin\theta d\theta \,, \tag{6}$$

$$\exists e \ \mathbf{i}_*(\theta) = \frac{\mathbf{i}(\theta)}{\mathbf{I}_m}; \qquad \mathbf{u}_*(\theta) = \frac{\mathbf{u}(\theta)}{\mathbf{U}_m}.$$

Вплив вищих гармонік на характеристики енергетичного процесу можна оцінити за допомогою потужності спотворення  $T_*$ , яка є складовою повної потужності і зумовлена наявністю в кривій струму мережі вищих гармонік, які відсутні в кривій напруги мережі

$$\mathbf{T}_{*} = \mathbf{U}_{*} \cdot \sqrt{\mathbf{I}_{*}^{2} - \mathbf{I}_{1^{*}}^{2}} , \qquad (7)$$

де  $\mathbf{U}_* = \frac{\sqrt{2} \cdot \mathbf{U}}{\mathbf{U}_m}$  – діюче значення напруги мережі у відносних одиницях;  $\mathbf{I}_* = \frac{\sqrt{2} \cdot \mathbf{I}}{\mathbf{I}_m}$ -діюче

значення струму навантаження у відносних одиницях;  $I_{1^*} = \frac{\sqrt{2} \cdot I_1}{I_m}$  – діюче значення

першої гармоніки струму навантаження у відносних одиницях.

Відповідні діючі значення величин в відносних одиницях, які входять у праву частину формули (7), можна визначити так:

$$\mathbf{U}_{*} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \int_{\alpha}^{\alpha_{B}} \sin^{2} \theta \cdot d\theta = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot \left( \pi + 2 \cdot \beta - 2 \cdot \alpha \right) - \frac{1}{4} \cdot \left[ \sin 2(\alpha - \beta) - \sin 2 \cdot \alpha \right] \right\}, \quad (8)$$

$$\mathbf{I}_{*} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_{\alpha}^{\alpha_{\mathrm{B}}} \left[-\sin(\alpha - \beta) + \sin(\theta - \beta)\right]^{2} \cdot \left[1 + \mathbf{k} \cdot \cos(2 \cdot \theta + \varphi)\right]^{2} \cdot \mathbf{d}\theta}, \qquad (9)$$

$$\mathbf{I}_{1*} = \sqrt{\mathbf{I}_{1a*}^2 + \mathbf{I}_{1p*}^2} = \sqrt{\mathbf{P}_*^2 + \mathbf{Q}_*^2} , \qquad (10)$$

оскільки у відносних одиницях активна  $I_{1a*}$  і реактивна  $I_{1p*}$  складові струму  $I_{1*}$  дорівнюють, відповідно, активній і реактивній потужностям у відносних одиницях.

Для розрахунків за формулами (5), (6), (7), (8), (9) та (10) доцільно використати ПК і можливості прикладної програми Maple V Realise 4. Це було зроблено і на рис. 3, *a*, *б*, *в*, *г*, *d*, *e*, *c*, *ж*, *з*, *u*, *i*, *ï* показані залежності  $\mathbf{Q}_*(\alpha, \mathbf{k})$ ,  $\mathbf{P}_*(\alpha, \mathbf{k})$  та  $\mathbf{T}_*(\alpha, \mathbf{k})$  для різних, значень фази модульованого сигналу  $\varphi = -\frac{\pi}{2}; 0; \frac{\pi}{2}; \pi$ .

Аналіз вказаних вище кривих дає змогу зробити висновки.

1. За відсутності модуляції індуктивності, тобто коли  $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ , результати розрахунків збігаються із результатами, наведеними в роботі [3], що свідчить про адекватність прийнятої математичної моделі.





Рис. 3. Залежності  $Q_*(\alpha,k)$ ,  $P_*(\alpha,k)$  та  $T_*(\alpha,k)$ 

2. Коли фаза модульованого сигналу  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$  (рис. 3, *a*, *б*, *в*), то зі зростанням індексу модуляції **k** значення реактивної потужності, яку споживає параметричний СКРП, теж зростає, але дуже мало. Вплив індексу модуляції **k** на значення активної потужності більш цікавий. При збільшенні **k** спочатку СКРП споживає активну потужність, але потім генерує її в певних межах зміни кута керування тиристорами  $\alpha$ , щоправда це досягається за рахунок збільшення потужності спотворення. Крім того, є такі кути керування  $\alpha$ , за яких

активна потужність відсутня. Це все свідчить про нові властивості, а тому, і можливості параметричного СКРП і дозволяє ефективно його використати, наприклад, для підтримки значення активної потужності мережі при важких режимах її роботи і для зменшення втрат потужності в СКРП. Негативний вплив вищих гармонік можна усунути за допомогою фільтрокомпенсуючих пристроїв.

3. Коли фаза модульованого сигналу  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  (рис. 3, *г*, *д*, *e*), то стосовно впливу індексу

модуляції  $\mathbf{k}$  на значення реактивної потужності можна зробити висновки, які аналогічні п.2. При збільшенні  $\mathbf{k}$  параметричний СКРП в цьому режимі буде більше споживати активної потужності і суттєво спотворювати струм навантаження. Тому цей режим недоцільно рекомендувати для використання.

4. Коли фаза модульованого сигналу  $\varphi = 0$  (рис. 3,  $\epsilon$ ,  $\kappa$ , 3), то при збільшенні **k** зростає значення реактивної потужності й крутизна характеристики  $Q_*(\alpha, \mathbf{k})$ . Це підвищує швидкість зміни реактивної потужності  $\frac{dQ_*(\alpha, \mathbf{k})}{d\alpha}$  і може бути корисним при динамічній компенсації в енергосистемах. У діапазоні зміни кута керування  $\alpha$  від 1,28 до 1,8 при збільшенні **k** зростає значення активної потужності, а в діапазоні  $\alpha$  від 1,8 і більше дещо зменшується і, навіть, стає меншим, ніж за відсутності модуляції індуктивності.

5. Коли фаза модульованого сигналу  $\phi = \pi$  (рис. 3, *u*, *i*, *i*), то при тій же тенденції, що і в п.4, щодо впливу індексу модуляції **k** на характеристики енергетичного процесу, відбувається перерозподіл реактивної й активної потужностей, а саме реактивна потужність зменшується, а активна – збільшується. Це погіршує експлуатаційні характеристики параметричного СКРП в цьому режимі. Тому використовувати цей режим недоцільно.

1. Erinmez J.A. Static Var Compensators Working Group 38-01, Task Force No.2 On SVC, CIGRE, 1986. 2. Ляшко І.І., Боярчук О.К., Гай Я.Г., Калайда О.Ф. Диференційні рівняння. – К., 1981. 3. Пєтухов М.В., Гадай А.В., Грицюк Ю.В. Оптимізація режимів роботи статичних компенсаторів реактивної потужності // Зб. праць IV-ї Міжнар. наук. конф. "Ефективність та якість електропостачання промислових підприємств", Маріуполь, 2000.