

Харченко Е.В. Динамика несущих конструкций буровых установок. – Львов: Вища школа, 1988 – 144 с. 6. Комаров М. С. Динамика механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1969. – 297 с. 7. Остапенко В.А. Динамика волн в канатах переменной длины: Зб. наук. пр. – Полтава: ПНТУ, 2005. – № 16. – С. 216–220. 8. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М.: Физматгиз, 1959. 9. Харченко Е.В. Динамические процессы буровых установок. – Львов: Свит, 1991. – 176 с. 10. Харченко Е. В. Расчет нестационарных процессов электромеханических приводных систем. Изв. вузов. – М.: Машиностроение, 1986. – № 8. – С. 62–67. 11. Хаджиков Р.Н. Горная механика. – М.: Недра, 1982. 12. Чабан В. Й. Методы анализа электромеханических систем. – Львов: Вища школа, 1985. – 189 с.

УДК 51.001.57

А.В. Чабан

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електропостачання промислових підприємств,
міст і сільського господарства

АЛГОРИТМ РОЗРАХУНКУ МЕХАНІЧНИХ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВНИХ ПРОЦЕСІВ НА ПРИКЛАДІ СИСТЕМИ “ПАРОВА ТУРБИНА – РОТОР” СИНХРОННОГО ТУРБОГЕНЕРАТОРА

© Чабан А.В., 2006

Запропоновано метод розрахунку крутильних коливань системи “парова турбіна – ротор” турбогенератора за умови постійного в часі розподіленого електромагнітного моменту генератора. Диференціальні рівняння системи наведено в нормальній формі Коші.

Here is proposed the method of calculation of rotatory vibration electromechanical processes on example of steam turbine and rotor of turbogenerator on condition that distributed turbogenerator torque is constant. The differential equations of system state are written down in normal Cauchy form. The results of computation are given.

Вступ. Аналіз коливних процесів у валопроводах електромеханічних систем займає чільне місце на етапі проектування та експлуатації електроприводів. Особливо це стосується розрахунку крутильних коливань. У роботі запропоновано аналіз механічних коливних процесів, що виникають у системі “парова турбіна – ротор” синхронного турбогенератора. Цілком зрозуміло, що в повному обсязі задача є досить складна, оскільки характер коливних процесів у роторі машини залежить як від електричної, так і від механічної частини математичної моделі генератора. Для спрощення задачі розглянемо лише механічну частину системи, а електричну частину подамо постійним у часі розподіленим електромагнітним моментом. За таких допущень цілком очевидно, що електромагнітна частина математичної моделі не впливатиме на механічну, тобто задача зводиться до суто механічної. Математичну модель досліджуваної системи будують на підставі диференціального рівняння крутильних коливань пружного валу, що впливає з інтегрального варіаційного принципу Гамільтона–Остроградського. Тобто вона будується на підставі диференціальних рівнянь механічного стану в частинних похідних з крайовими умовами другого та третього роду [4].

Мета роботи. Побудова математичної моделі високого рівня адекватності, яка б дала змогу повноцінно враховувати крутильні коливні процеси у валах системи “парова турбіна – ротор” генератора та у з’єднанні валу турбіни з ротором турбогенератора генератора через пружну муфту в єдиний валопровід за умови відсутності електромагнітного впливу на механічну частину моделі.

Аналіз результатів останніх досліджень. Існуючі методи розрахунку коливних процесів у подібних пристроях досліджували на прикладі диференціальних рівнянь механічного стану із звичайними похідними. Тобто система рівнянь з розподіленими масами зводилась до системи рівнянь із зосередженими масами, шляхом розбиття суцільного валопроводу на окремі дискретні частини, з'єднанні через пружні муфти [5]. Очевидно, що такий підхід до проблеми відповідає засадам аналітичної механіки, але лише для лінійних систем.

Математична модель системи. Математичну модель турбоагрегату представимо лише рівняннями механічного стану пристрою. Систему “турбіна – ротор” генератора подамо як з'єднання валів “турбіна–пружна муфта–ротор” у вигляді дискретних пружних ланок, які сполучені одна з однією в єдиний валопровід. У місцях з'єднання цих ланок задаються крайові умови (другого та третього роду). Такий підхід до побудови моделі дає змогу відтворити реальні процеси в турбоагрегаті.

На рис. 1 показано принципову схему досліджуваного пристрою. Вали механізму подано як пружні ланки з розподіленими масами за координатою x . Запишемо диференціальні рівняння крутильних коливань системи, ураховуючи розподілений момент навантаження турбогенератора [1].

$$\frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial t^2} - \frac{\xi}{\rho J_{pi}} \frac{\partial^3 \varphi_i}{\partial t \partial x^2} = \frac{G}{\rho} \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial x^2}, \quad i=1,2,4, \quad (1)$$

де i – номер дискретної ділянки валопроводу, G – модуль пружності другого роду, ρ – густина матеріалу валів, ξ – коефіцієнт дисипації в матеріалі, J_p – полярний момент інерції ділянки валопроводу, φ – кут повороту поперечного перерізу, x – поточна координата.

$$\frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial t^2} - \frac{\xi}{\rho J_{pi}} \frac{\partial^3 \varphi_i}{\partial t \partial x^2} = \frac{G}{\rho} \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial x^2} - \frac{m_e}{\rho J_{pi}}, \quad i=3, \quad (2)$$

де m_e – розподілений за просторовою координатою постійний в часі момент турбогенератора.

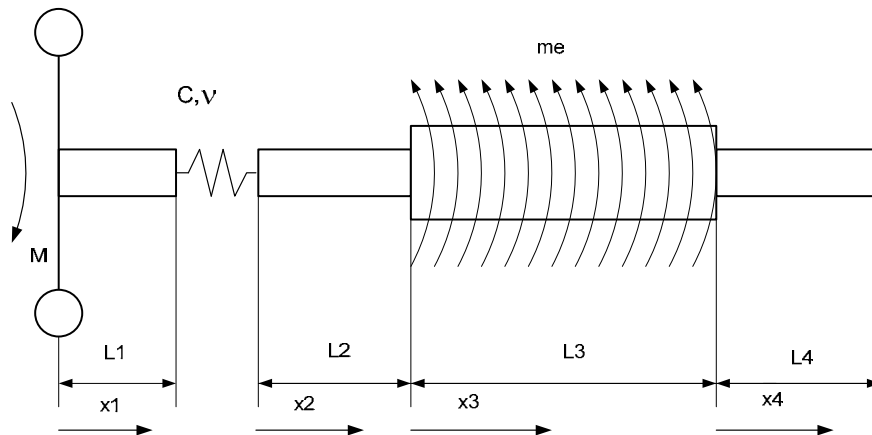


Рис. 1. Пружна механічна система “парова турбіна – ротор” турбогенератора

Подамо континуально-дискретну систему досліджуваного пристрою для спрощеної моделі ротора турбоагрегату ТВВ–165. Дискретизація рівнянь механічного стану здійснювалась за координатою x за методом скінченних різниць. Кількість вузлів дискретизації дорівнює 85. Кількість фіктивних вузлів дорівнює 8. Міжвузлова відстань $\Delta x = 0,1$ м.

Крайові умови в місцях з'єднання валів валопроводу детально подано у [2], [4]. Розв'язавши сумісно (1), (2) та рівняння моментів на краях кожного з валів (див. [4]), отримаємо

$$\frac{d\omega_1}{dt} = \frac{2[\Delta x M_T - J_{p1} G(\varphi_1 - \varphi_2) - \xi(\omega_1 - \omega_2)]}{(J_{p1} \rho \Delta x + 2J_T) \Delta x} \quad (3)$$

$$\frac{d\omega_{12}}{dt} = \frac{-2[\Delta x(c(\varphi_{12} - \varphi_{13}) + v(\omega_{12} - \omega_{13}))]}{J_{p1}\rho(\Delta x)^2} + \frac{2[J_{p1}G(\varphi_{11} - \varphi_{12}) + \xi(\omega_{11} - \omega_{12})]}{J_{p1}\rho(\Delta x)^2} \quad (4)$$

$$\frac{d\omega_{13}}{dt} = \frac{2[\Delta x(c(\varphi_{12} - \varphi_{13}) + v(\omega_{12} - \omega_{13}))]}{J_{p2}\rho(\Delta x)^2} - \frac{2[J_{p2}G(\varphi_{13} - \varphi_{14}) + \xi(\omega_{13} - \omega_{14})]}{J_{p2}\rho(\Delta x)^2} \quad (5)$$

$$\varphi_{31} = \frac{J_{p2}\varphi_{30} + J_{p3}\varphi_{32}}{J_{p2} + J_{p3}} ; \quad \omega_{31} = \frac{J_{p2}\omega_{30} + J_{p3}\omega_{32}}{J_{p2} + J_{p3}} ; \quad \varphi_{70} = \frac{J_{p3}\varphi_{69} + J_{p4}\varphi_{71}}{J_{p3} + J_{p4}} \quad (6)$$

$$\omega_{70} = \frac{J_{p3}\omega_{69} + J_{p4}\omega_{71}}{J_{p3} + J_{p4}} ; \quad \frac{d\omega_{85}}{dt} = \frac{2[J_{p1}G(\varphi_{84} - \varphi_{85}) + \xi(\omega_{84} - \omega_{85})]}{J_{p1}\rho(\Delta x)^2} \quad (7)$$

$$\frac{d\omega_{i,j}}{dt} = a_i(\omega_{i,j-1} - 2\omega_{i,j} + \omega_{i,j+1}) + b_i(\varphi_{i,j-1} - 2\varphi_{i,j} + \varphi_{i,j+1}) - m_i , \quad (8)$$

де $i = 1, 2, 3, 4$, $m_1 = m_2 = m_4 = 0$, $j = 2-11, 14-29, 32-69, 72-84$,

$$a_i = \frac{\xi}{\rho J_{pi}(\Delta x)^2} , \quad b_i = \frac{G}{\rho(\Delta x)^2} , \quad m_3 = \frac{m_e}{\rho(\Delta x)^2} , \quad (9)$$

$$\frac{d\varphi_k}{dt} = \omega_k , \quad \text{де } k = 1-30, 32-69, 71-85 , \quad \theta = \frac{1}{l} \int_0^l \varphi dl = \frac{1}{49} \sum_{i=31}^{70} \varphi_i \quad (10)$$

де ω_k – швидкість дискретних вузлів системи, φ_k – кут повороту дискретних вузлів системи, θ – середній вузол дискретної сітки в бочці ротора (див. рис. 2).

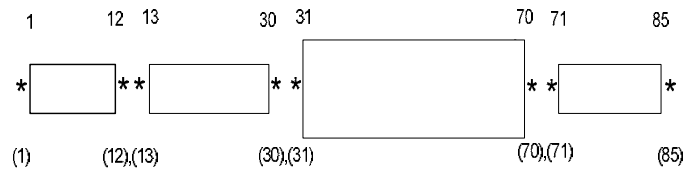


Рис .2. Дискретна модель досліджуваної системи

Результати комп'ютерної симуляції. Комп'ютерну симуляцію здійснюють у три етапи. На першому етапі досліджується модель за таких умов: ротор з турбіною нерухомі, у момент комутації до турбіни прикладений активний момент $M_T = 2 \text{ МН} \cdot \text{м}$ [3] , а до бочки ротора вала генератора прикладений розподілений активний момент $m_e = 2 \cdot 10^6 / 3,9$ так, щоб сума прикладених моментів до системи (в усталеному процесі) дорівнювала нулю. На другому етапі здійснюють дослід, аналогічний першому, але вал вважається розігнаним до синхронної швидкості $\omega_0 = 314 \text{ с}^{-1}$, моменти M_T та розподілений момент m_e аналогічних значень. А на третьому етапі симуляцію здійснюють за такою схемою: у момент комутації до нерухомої системи прикладений момент турбіни $M_T = 1200000t$, де t – поточна координата за часом, і ротор розганяється до синхронної швидкості. Тоді, набувши синхронної швидкості (середній вузол бочки ротора $\varphi = \theta$), відбувається друга комутація, коли до бочки ротора прикладений розподілений момент $m_e = M_T / 3,9$, причому після другої комутації (в момент часу $t = t(+0)$) $M_T = \text{const}$. Зауважимо, що рівняння стану математичної моделі є лінійними та жорсткими. Але матриця коефіцієнтів біля невідомих лінійної системи є незмінна на кожному часовому кроці, що позбавляє процедуру її обернення на кожному

часовому кроці, що дає змогу інтегрувати рівняння стану явними методами, а саме: методом Рунге–Кутта четвертого порядку, та двокроковим явним методом, що дало ідентичні результати. Результати симуляції наочно відтворено на рис. 3–10.

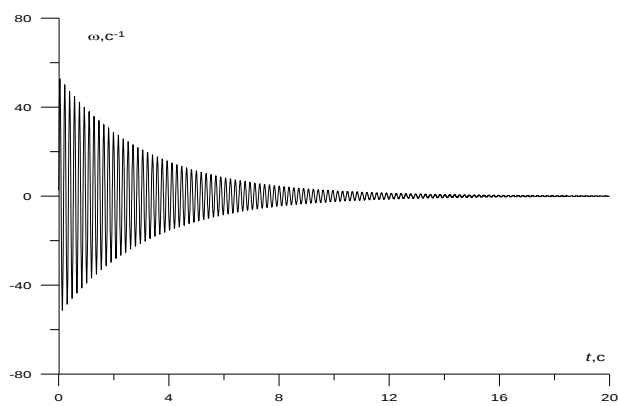


Рис. 3. Швидкість першого вузла дискретної сітки системи на першому етапі симуляції

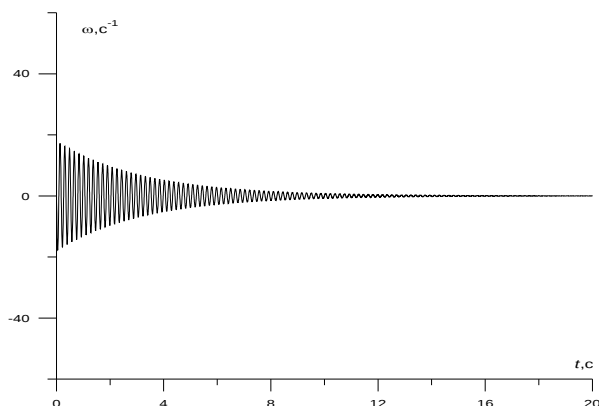


Рис. 4. Швидкість середнього вузла дискретної сітки ротора на першому етапі симуляції

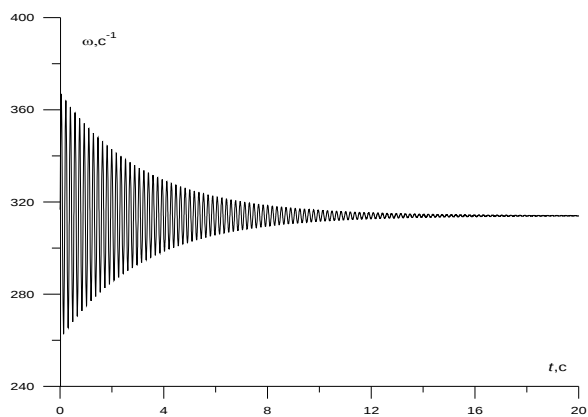


Рис. 5. Швидкість першого вузла дискретної сітки системи на другому етапі симуляції

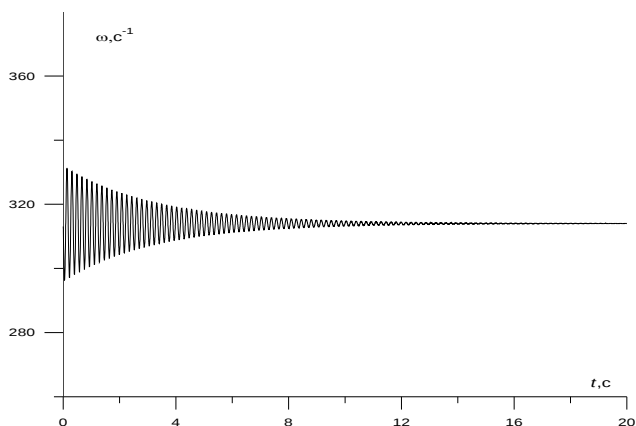


Рис. 6. Швидкість середнього вузла дискретної сітки ротора на другому етапі симуляції

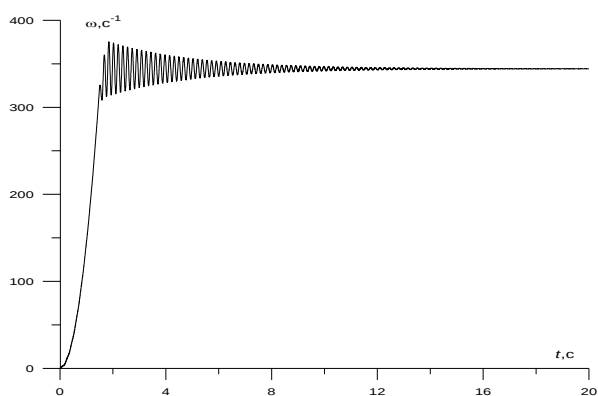


Рис. 7. Швидкість першого вузла дискретної сітки системи на третьому етапі симуляції

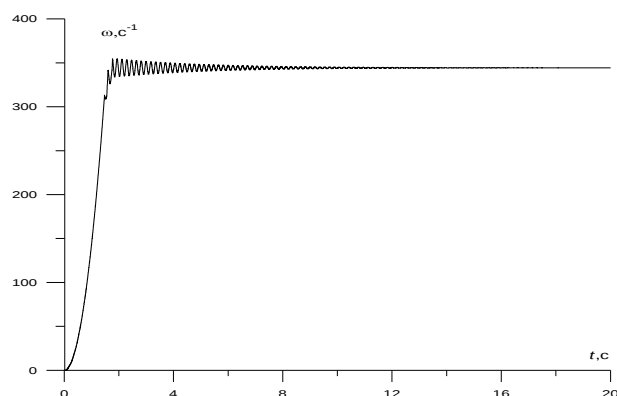


Рис. 8. Швидкість середнього вузла дискретної сітки системи на третьому етапі симуляції

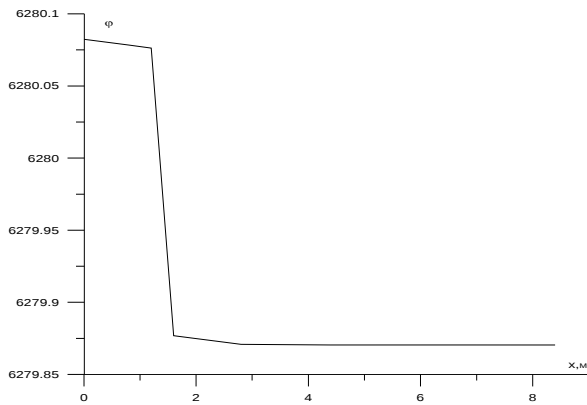


Рис. 9. Розподіл кута повороту точок дискетної системи як функції довжини в усталеному процесі $t=20$ с на другому етапі симуляції

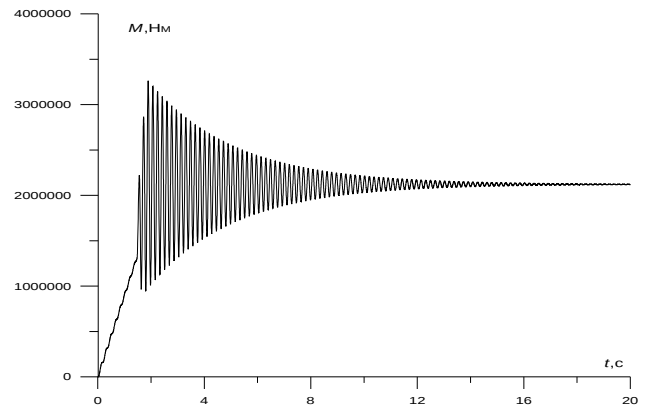


Рис. 10. Пружний момент муфтового з'єднання валопроводу на третьому етапі симуляції

Аналіз графічних матеріалів. На рис. 3 та рис. 4 показано кутову швидкість повороту дискретних мас першого та усередненого (див. (10)) вузла дискретної сітки системи як функції часу на першому етапі симуляції (див. рис. 2). З рисунків видно, що амплітуда крутильних коливань на краях валопроводу є суттєво меншою (майже у 2, 5 рази), що пов'язано з глибиною проникнення пружної хвилі. На рис. 5 та 6 аналогічна ситуація тільки на другому етапі симуляції. Це пояснюється тим фактом, що в задачі не враховано зовнішню дисипацію системи. На рис. 7 та 8 показано перехідний процес кутової швидкості першого та середнього дискретних вузлів як функції часу. Знову ж таки амплітуди коливань на обох рисунках є різними. Зазначимо, що в усталеному процесі усталена швидкість $\omega = 340 \text{ с}^{-1}$, а не $\omega_0 = 314 \text{ с}^{-1}$. Значення цієї швидкості залежить від коефіцієнта жорсткості муфти та жорсткості валів. На рис. 9 подано розподіл дискретних вузлів кута повороту валопроводу як функції координат. Зазначимо, що цей рисунок має досить інформативний характер, адже на ньому видно найслабкіші місця валопроводу. Тобто рис. 9 показує розподіл імовірності виходу валопроводу з ладу. Аналізуючи рис.10, доходимо висновку, що пружний момент у муфтовому з'єднанні в перехідному процесі сягає більшого значення порівняно з номінальними прикладеними моментами (зрозуміло, як інтегральна величина) майже в 1,7 рази. А із збільшенням жорсткості муфти пружний момент досягає, подекуди, багатократного зростання, порівняно з номінальними. Цей факт також негативно впливає на надійну роботу валопроводу. Особливо питання стає актуальним стосовно ударних турбогенераторів, де ударні електромагнітні моменти сягають багатократних змін відносно номінальних. У таких режимах можливий в кращому випадку обрив муфтових з'єднань, а в гіршому – руйнування самого тіла ротора генератора та приводної турбіни.

Зазначимо, що в реальних електромеханічних системах постає ще одна серйозна проблема – це резонансні явища та биття електромеханічних коливань. Такі дослідження можна здійснити лише з урахуванням впливу електромагнітної системи на механічну. Тобто аналіз пристрою необхідно здійснювати в єдиній електромеханічній системі. Але це питання виходить за межі нашої статті.

Висновки. Аналіз крутильних коливань вала необхідно здійснювати на основі рівнянь (1), (2). Заміну континуально-дискретної системи з безмежним числом ступенів вільності еквівалентною системою із скінченним числом ступенів вільності не завжди доцільно. Запропонований алгоритм дає змогу повноцінно аналізувати крутильні коливання, що виникають у валопроводі. Очевидно, що дослідження цих коливань можливе лише у випадку застосування методики математичного моделювання, а відтак і комп'ютерної симуляції процесу.

1. Филиппов А.А. Колебания деформируемых систем. – М.: Машиностроение, 1970. – 736 с.
2. Чабан А. Крайові умови рівнянь приводних валів у дискретному просторі // Proceedings of The 10-th International Modeling School of AMSE-UAPL, Alushta, 12–17 September 2005. – P. 111–112.

3. Чабан А. Алгоритм розрахунку ударних струмів та моментів синхронного турбогенератора в режимі короткого замикання на виводах якоря // *Технічна електродинаміка*. – 2005. – № 5. – С. 54–58. 4. Чабан В.И., Харченко Е.В. Математическая модель крутильных колебаний турбоагрегатов // *Техническая электродинамика*. – 1990. – № 4. – С. 71–75. 5. Харченко Є.В., Колесник К.К. Зниження віброактивності приводних систем шляхом застосування пружних муфт квазінульової жорсткості // *Вісн. Вінницького політехн. ін-ту*. – 2003. – С. 66–72.

УДК 539.38:539.214

А.Г. Шандрівський

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра деталей машин

НАБЛИЖЕНИЙ РОЗВ’ЯЗОК ЗАДАЧІ ПРОПОРЦІЙНОГО ІЗОТЕРМІЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ У МЕЖАХ СИНТЕЗНОЇ МОДЕЛІ ДЛЯ МАТЕРІАЛІВ З ТЕРМОПРУЖНИМ МАРТЕНСИТНИМ ПЕРЕТВОРЕННЯМ

© Шандрівський А.Г., 2006

Проаналізовано аналітичні співвідношення синтезної теорії для випадку ізотермічного пропорційного навантаження. Обґрунтовано межі застосування наближеного розв’язку задачі.

In work the analysis of analytical correlations of synthetic’s theory is conducted for the case of the isothermal proportional loading. The scopes of application of close decision of task are grounded.

Постановка проблеми. Створенням моделей для опису деформаційної поведінки матеріалів з термопружним мартенситним перетворенням було розпочато з моменту їх винаходу. Цим матеріалам притаманні ефекти надпружності, пам’яті форми, орієнтованого перетворення. Особливості деформаційної поведінки обумовлені великою кількістю параметрів різного походження. Їх виявлення і врахування для кожного випадку є задачею надзвичайно складною. Для спрощення використовують апроксимаційні криві, де криволінійну залежність деформації від навантаження або температури наближають прямими лініями. Зміна хоча б одного з параметрів примушує шукати наступну залежність. Подібні моделі не ґрунтуються на складних фізичних процесах, які виявлені в матеріалах з термопружним мартенситним перетворенням. Останнім часом швидко розвивається структурно-аналітична теорія міцності. Вона вже сьогодні розглядає дворівневу модель і розширюється на середній рівень знаходження деформацій, так звані мезодеформації [1]. Трирівнева модель [1] побудована спеціально для комп’ютерного моделювання, але вона залишається надзвичайно складною і далекою від реальних розрахунків, які можуть бути використані під час конструювання елементів машин із сплавів з термопружним перетворенням. Отже, залишається відкритим питання простої і, одночасно, фізично обґрунтованої моделі для знаходження незворотної деформації в матеріалах з фазовим перетворенням.

Аналіз відомих робіт і публікацій. У роботах [2, 3] було розроблено модель незворотної деформації у межах синтезної теорії. Було отримано співвідношення для опису деформаційної поведінки матеріалів з термопружним мартенситним перетворенням. Застосування отриманих співвідношень на практиці не є завжди доцільним, оскільки точність прогнозу деформацій