

УДК 621.372.061

П.Г. Стахів, Р.Я. Совин, А.В. Коруд

Національний університет "Львівська політехніка"

ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ АЛГОРИТМУ ДІАКОПТИЧНОГО ПІДХОДУ ДО АНАЛІЗУ НЕОДНОРІДНИХ ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

© Стахів П.Г., Совин Р.Я., Коруд А.В., 2003

Розглянуто моделювання складних електротехнічних систем, які складаються з елементів як зосереджених, так і з елементів з розподіленими параметрами. Запропоновано алгоритм роздільного інтегрування і узгодження окремих підсхем, який забезпечує стійкість процесу. Наведені результати математичних експериментів, що підтверджують адекватність запропонованого алгоритму.

The problems of complicates electrotechnical system (consisting both lumped parameters and distributed parameters) modeling are considered. The algorithm of separate integration and independent subcircuit conditioning, which ensures stability of process, is proposed. The results of mathematical experiments, which confirm the proposed algorithm, are given.

Аналіз електричних і електронних кіл, складених із елементів із зосередженими та розподіленими параметрами, які надалі будемо називати змішаними електричними і електронними колами (ЗЕЕК), має особливості, які необхідно враховувати при розробленні математичної моделі ЗЕЕК і відповідного програмного забезпечення для аналізу перехідних процесів.

На практиці для моделювання процесів у колах із розподіленими параметрами широко використовується їх представлення каскадним сполученням відповідних ланок із зосередженими параметрами. У цьому випадку аналіз ЗЕЕК зводиться до аналізу кіл із зосередженими параметрами. Для забезпечення достатньої точності розрахунку таких кіл необхідно збільшувати кількість ланок у моделях кіл із розподіленими параметрами, що приводить до значного збільшення порядку кола. Крім того, цей підхід не дозволяє розраховувати внутрішні хвильові процеси в елементах, що є необхідним при вирішенні проблем електромагнітної сумісності.

При застосуванні числових методів інтегрування рівнянь у частинних похідних, що описують кола із розподіленими параметрами, і якими важко або неможливо подати схемну інтерпретацію, виникають труднощі, пов'язані з неоднорідністю математичної моделі ЗЕЕК.

Для усунення труднощів, пов'язаних зі стикуванням математичних моделей електричних і електронних кіл із розподіленими параметрами, пропонується використовувати фіктивні керовані джерела як при реалізації діакоптичного підходу аналізу електричних і електронних кіл (ЕЕК).

Розглянемо це на прикладі наявності в ЕЕК двопровідної довгої лінії. Для побудови математичної моделі кола ЗЕЕК нами використовувався блок, схема якого показана на рис. 1.

Параметри керованих джерел визначаються з рівнянь [1]:

$$u_{1л} + u_1 = 0; j_1 - i_1 = 0; j_2 - i_2 = 0; u_2 + u_{2л} = 0, \quad (1)$$

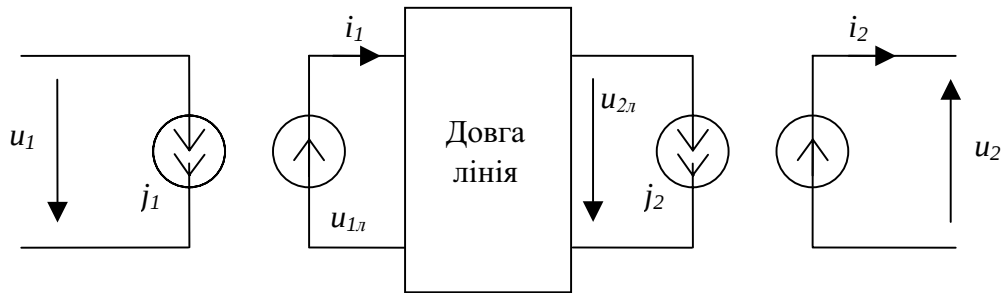


Рис. 1. Приклад ЗЕЕК

У цьому випадку напруга u_1 і струм i_2 визначаються у результаті інтегрування ЕЕК із зосередженими параметрами і використовуються як вхідні величини при інтегруванні рівнянь довгої лінії. У результаті інтегрування рівнянь довгої лінії визначаються струм i_1 і напруга $u_{2л}$, що керують джерелами j_1 і u_2 . При застосуванні такого підходу, рівняння кіл із розподіленими параметрами розглядаються як деяка функція для визначення керуючих величин для фіктивних джерел. Для їх інтегрування можна вибирати оптимальні числові методи, як описано нижче.

Математична модель елементів з розподіленими параметрами. Ключовим моментом ефективної реалізації вищеописаного підходу є відповідні математичні моделі підсхем з розподіленими параметрами, зокрема довгих ліній. Як було встановлено під час чисельних експериментів, для загального випадку спотворювальних довгих ліній з втратами здебільшого широко застосовувані методи розрахунку в частотній або операторній областях кола дають некоректні результати, що пов'язано з їх непристосованістю до стрибкоподібних змін крайових умов (величин u_1 і i_2), що мають місце при дискретно-часовому узгодженні (рис. 2, а).

Тому було проведено дослідження існуючих методів чисельного розв'язування гіперболічних рівнянь у частинних похідних і запропоновано використовувати двошаровий явний сітковий метод Лакса-Вендрофа, в якому для підвищення стійкості вводяться фіктивні “половинні” вузли:

$$\mathbf{f}_{j+1/2}^{n+1} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}_{j+1}^n + \mathbf{F}_j^n) - \frac{\Delta t}{2\Delta x}(\mathbf{A}_{j+1/2}^n(\mathbf{F}_{j+1}^n - \mathbf{F}_j^n)) \quad (2)$$

При використанні цієї схеми дискретизації, чисельний метод набуває властивостей, що роблять його добре придатним для сумісного використання з методом роздільного інтегрування, а саме:

- володіє хорошою точністю і стійкістю при стрибкоподібній зміні крайових умов;
- допускає встановлення крайових умов та отримання результатів розрахунку з певною дискретністю (кроком узгодження) відмінною від внутрішнього кроку інтегрування.

На рис. 2, б показано результат розрахунку цієї ж довгої лінії запропонованим методом, що свідчить про хорошу придатність цього методу для розв'язування такого класу рівнянь, та про коректне відображення фізичних процесів, що відбуваються в модельованому елементі (дисперсія сигналу), що є важливим в багатьох задачах моделювання

сучасних електронних систем (взаємний електромагнітний вплив елементів, електромагнітна сумісність елементів тощо).

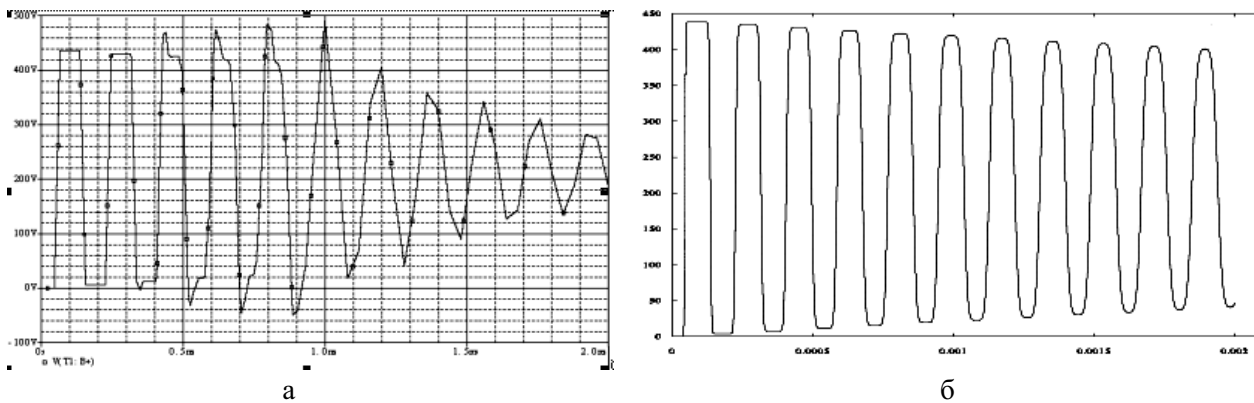


Рис. 2. Результати розрахунку довгої лінії різними методами

Методи роздільного інтегування та узгодження підсхем. Отже, приймаючи рівняння кіл із розподіленими параметрами як деяку функцію для визначення керуючих величин для фіктивних джерел, математичну модель ЗЕЕК можна звести до однорідної системи і інтегрувати як єдине ціле. Але такий підхід неефективний, тому що на кожному ітераційному циклі доводиться наново інтегрувати рівняння довгої лінії, що значно збільшує обсяг обчислювальної роботи. Тому нами запропоновано використання для ЗЕЕК діакоптического підходу з роздільним інтегуванням [1].

Основною проблемою при використанні роздільного інтегування з різними кроками інтегування підсхем та узгодження є забезпечення збіжності та стійкості моделювання, оскільки стрибкоподібна зміна крайових умов негативно впливає на перебіг розрахункового процесу. Тут вимога ефективності розрахунку, тобто великого інтервалу узгодження суперечить умові стійкості. При розробці системи Electro були проаналізовані різноманітні підходи до вирішення цієї проблеми, зокрема вдосконалений метод релаксації (waveform relaxation). У [2] автори запропонували ефективне вирішення проблеми збіжності шляхом паралельно-послідовного підключення LC елементів до фіктивних джерел, котрі суттєво не впливають на параметри модельованого кола, але дозволяють значно покращити збіжність процесу узгодження. Проте застосування цього методу в поєднанні з використаними математичними моделями підсхем приводить до невиправданого ускладнення математичної моделі. Тому було вирішено використати традиційні дискретно-часові методи узгодження фіктивних джерел з використанням спеціально розроблених методів забезпечення стабільності, опис яких не входить в межі цієї статті.

Запропонований алгоритм аналізу ЗЕЕК був реалізований в комплексі програм ELECTRO [3].

Для описування ЗЕЕК в перехідному режимі формується система рівнянь

$$\vec{F}(\vec{V}, \vec{Z}, t) = 0. \quad (3)$$

Паралельно формується система рівнянь

$$\vec{F}_p(\vec{V}_i^+ - \vec{V}_i^-, \vec{Z}_i, t_i^+) = 0, \quad (4)$$

що описує ЗЕЕК в часових точках, де розв'язок має розриви 1-го роду.

У цих рівняннях $\vec{Z}$ – загальний вектор-стовпець невідомих, $\vec{V}$ – вектор-стовпець похідних; верхні індекси “+” і “-” означають праві і ліві границі відповідної змінної в момент часу t_i , де розв’язок має розриви першого роду, або це точки корекції. Вектор-стовпець $\vec{V}$ є підвектором $\vec{Z}$.

При певному виборі типів фіктивних джерел виникає потреба змінювати тип фіктивного джерела для визначення нових початкових умов у точках корекції, наприклад, джерело струму замінити джерелом напруги або навпаки. У цьому випадку схема ЗЕЕК в точці корекції змінює структуру і тоді для одержання схеми в точці корекції формується система рівнянь

$$\vec{F}_i(\vec{W}_i^+ - \vec{W}_i^-, \vec{Y}_i^+, t_i^+) = 0, \quad (5)$$

яка аналогічна системі рівнянь (2), а $\vec{W}$ і $\vec{Y}$ мають такий самий зміст як і вектор-стовпці $\vec{V}$ і $\vec{Z}$.

Очевидно, що

$$\vec{Z} = \mathbf{P} \cdot \vec{W}, \quad (6)$$

де $\mathbf{P}$ – деяка матриця перестановок.

Рівняння (3)–(6) формуються на основі топологічного аналізу скелетного графа, що дозволяє виділити всі виродження [3]. Використання розширеного координатного базису практично не накладає ніяких обмежень на тип допустимих елементів в ЗЕЕК за умови, що вони описуються однозначними характеристиками. Рівняння (3)–(6) формуються один раз і їх викликають за необхідністю.

У зв’язку із цим відзначимо, що рівняння ЗЕЕК практично не накладають також ніяких обмежень на тип фіктивних джерел. Вибір типу фіктивних джерел із одного боку зумовлено методом інтегрування рівнянь у частинних похідних кіл із розподіленими параметрами, а з іншого – можливістю коректного узгодження початкових умов в точках корекції [1].

Отже, алгоритм роздільного інтегрування ЗЕЕК зображається так:

1. При відомих початкових умовах із рівняння (4) чи (5) визначаються початкове значення векторів $\vec{V}$ і $\vec{Z}$, а також початкові значення змінних зв’язку.

2. Для ЗЕЕК у цілому і для кіл із розподіленими параметрами вибираються кроки інтегрування. У випадку запропонованих методів інтегрування рівнянь довгої лінії крок інтегрування вибирається відповідно до умов стійкості Леві-Куранта, також необхідно брати до уваги хвильові процеси в лінії.

3. Із множини часових кроків вибираємо найбільший, який приймаємо за крок корекції.

4. Інтегруємо рівняння ЗЕЕК і рівняння кіл із розподіленими параметрами на кроці корекції із використанням величин фіктивних джерел, одержаних у точці корекції.

5. Розв’язуємо в точці корекції рівняння зв’язку і рівняння (4) або (5) і одержуємо нові значення величин фіктивних джерел.

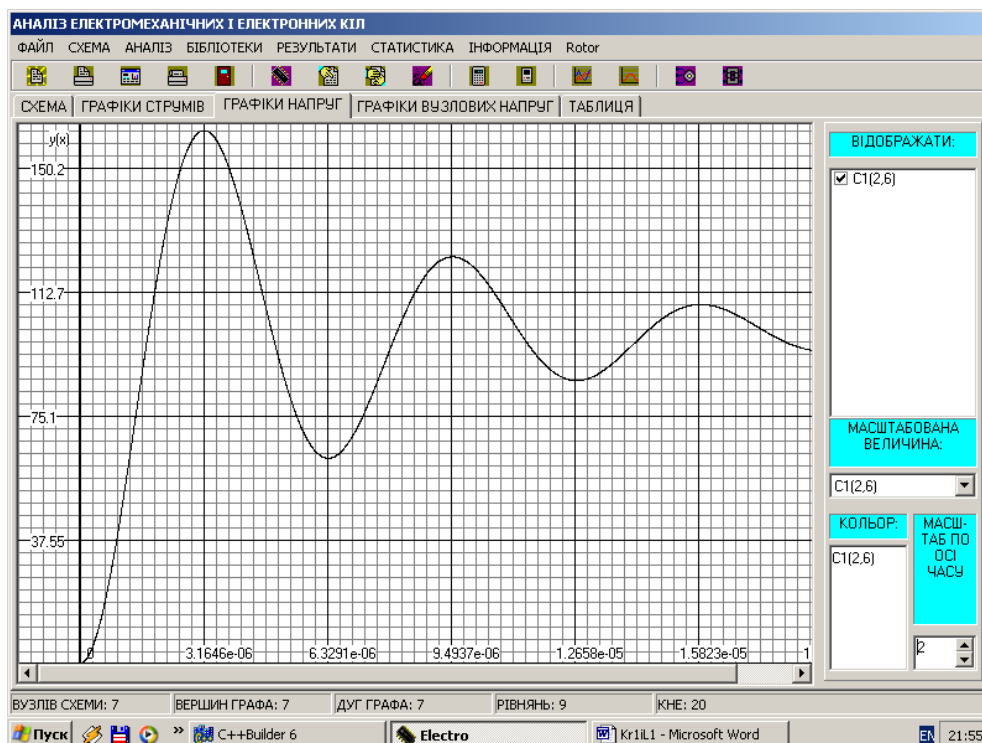
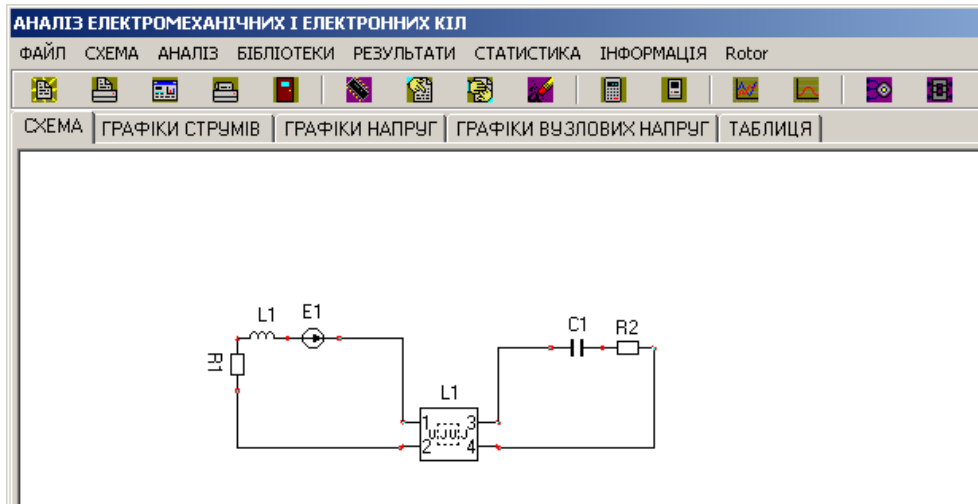
6. Оцінюємо прирости величин фіктивних джерел. Оцінка приросту фіктивних джерел є підставою для оцінки вибраного кроку корекції з погляду стійкості та збіжності чисельного процесу. У цій реалізації використовуються оцінки відносного приросту величин фіктивних джерел, що дозволяє ефективно керувати стійкістю та збіжністю обчислювального процесу.

7. Перевіряємо умову закінчення процесу інтегрування ЗЕЕК. Якщо досягнуто кінця інтервалу інтегрування, то закінчуємо інтегрування, інакше переходимо на виконання п. 2.

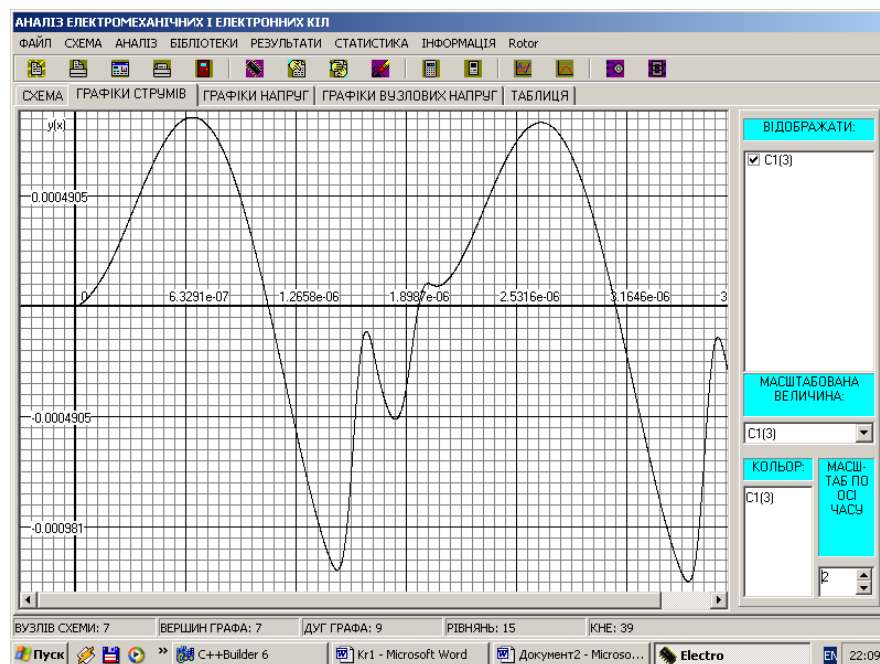
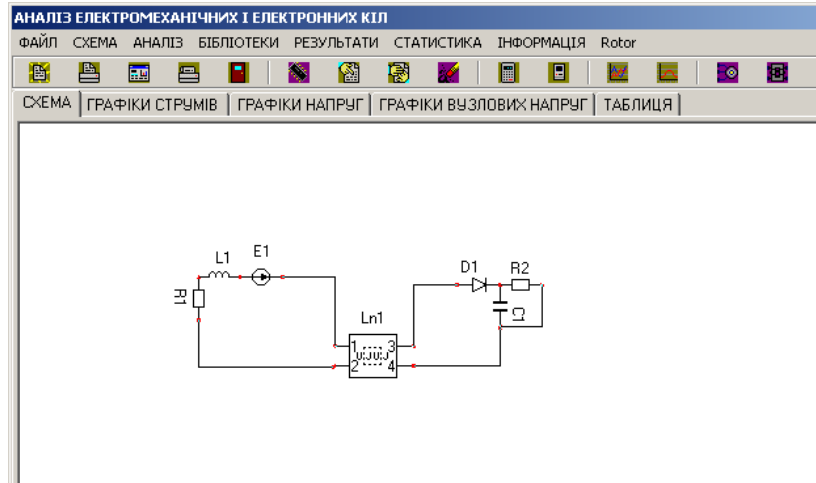
Цей алгоритм реалізований в комплексі програм Electro.

Результати чисельних експериментів. Для перевірки описаних алгоритмів були проведені чисельні розрахунки з використанням розробленого програмного забезпечення Electro. Наведемо декілька прикладів, що демонструють роботу системи:

спотворювальна довга лінія, навантажена лінійною RC ланкою (схема та результат розрахунку – вихідна напруга на ємності):



• *спотворювальна довга лінія, навантажена нелінійною ланкою (схема та результат розрахунку – вихідна напруга на ємності):*



Висновки. Отримані результати порівнювали з результатами моделювання аналогічних кіл в інших системах моделювання. Результати порівнянь та аналізів вказують на коректність і достовірність отриманих результатів та ефективність запропонованих методів та алгоритмів. Слід відзначити, що порівняння результатів з наближеними розв'язками відповідних фізичних моделей показує, що використана математична модель коректно відображає фізичні процеси, які відбуваються в довгій лінії (дисперсія, відбиття хвиль), що має велике значення для задач моделювання, пов'язаних з проблемами електромагнітної сумісності тощо.

1. Стахив П.Г. *Анализ динамических режимов в схемах с многополюсниками*. – Львов, 1998. – 154 с. 2. Andrzej Kuszynski, Marek Ossowski. *The two-way waveform relaxation algorithm for nonlinear circuits* // *Proceedings of XXVI International Symposium on Theoretical Electrical Engineering, IC-SPETO-2003*. – P. 93–96. 3. Стахив П.Г., Совин Р.Я. *Математичне та програмне забезпечення ELECTRO для аналізу динамічних електромагнітних та електронних кіл* // *Технічна електродинаміка. Тематичний вип. Силова електроніка та енергоефективність*. – К., 2002. – Ч. 1. – С. 99–102.