

Висновки

1. Складено математичну модель механізму переміщення електрода, яка дозволяє досліджувати динаміку руху електрода з урахуванням особливостей конструкції його механізму переміщення.

2. Проведені дослідження дозволили вибрати форму електродотримача без зниження демпфуючих властивостей механізму.

1. Сапко А.И. Исполнительные механизмы регуляторов мощности дуговых электродпечей. – 1980. – 115 с. 2. Мазепа С.С., Лозинський А.О. Системи керування та динаміка роботів. – Львів: Видавництво ДУ "Львівська політехніка", 1998. – 117 с. 3. Фу К., Гонсалес Р., Ли К. Робототехника. – М.: Мир, 1989. – 624 с. 4. Шахинпур М. Курс робототехники. – М.: Мир, 1990. – 327 с.

УДК 621.01:621-868, 621.9.048.6.06(088.8)

О.В. ГАВРИЛЬЧЕНКО, О.С. ЛАНЕЦЬ, Я.В. ШПАК

РОЗРАХУНОК НА ЖОРСТКІСТЬ КОМБІНОВАНОЇ ВЕРТИКАЛЬНОЇ ПРУЖНОЇ СИСТЕМИ РЕЗОНАНСНОЇ ВІБРАЦІЙНОЇ ПРИТИРАЛЬНОЇ МАШИНИ З КУТОВИМИ КОЛИВАННЯМИ

© Гаврильченко О.В., Ланець О.С., Шпак Я.В., 2004

In article the calculation of rigidity of complex vertical elastic systems as latticed and cylinder torsions are given. This elastic system is used in vibration lapping machine with angular oscillations.

Вступ

У машинобудуванні викінчувальні операції загалом займають близько 30 % технологічного часу обробки деталей. Продуктивність та якість обробки деталей на таких операціях перш за все залежить від використовуваного технологічного обладнання.

Відомо, що якість поверхонь деталей після процесу доводки та притирки є вищою порівняно з тонким шліфуванням, суперфінішуванням та хонінгуванням. Тому розроблення, дослідження та впровадження довідних та притиральних машин є необхідним чинником в розвитку високих технологій на підприємствах машинобудівної промисловості.

До найефективніших притиральних машин належать резонансні вібраційні машини з кутковими коливаннями притирального диска (рис. 1) [1]. Такі вібромашини призначені для високоточної односторонньої доводки плоских поверхонь. Вони дають змогу обробляти заготовки різних розмірів від 3 мм до розмірів співрозмірних з шириною робочої поверхні притирів. Машини забезпечують рівномірне знімання шару матеріалу з поверхонь деталей і можуть обробляти металеві, пластмасові та керамічні заготовки. Точність обробки 0,3 мкм на діаметрі 100 мм, шорсткість обробки $Ra=0,02...0,03$ мкм, відхилення від площинності $\pm 0,16$ мкм.

Постановка проблеми

Створення ефективних резонансних вібраційних притиральних машин з кутковими коливаннями притирального диска вимагає ретельного розрахунку комбінованої пружної системи на базі ґратчастого торсіона з вертикально розташованими плоскими пружними стержнями та центрального циліндричного торсіона. Від точності розрахунку на жорсткість пружних елементів системи залежить ефективність роботи резонансної вібраційної притиральної машини з кутковими коливаннями притирального диска.

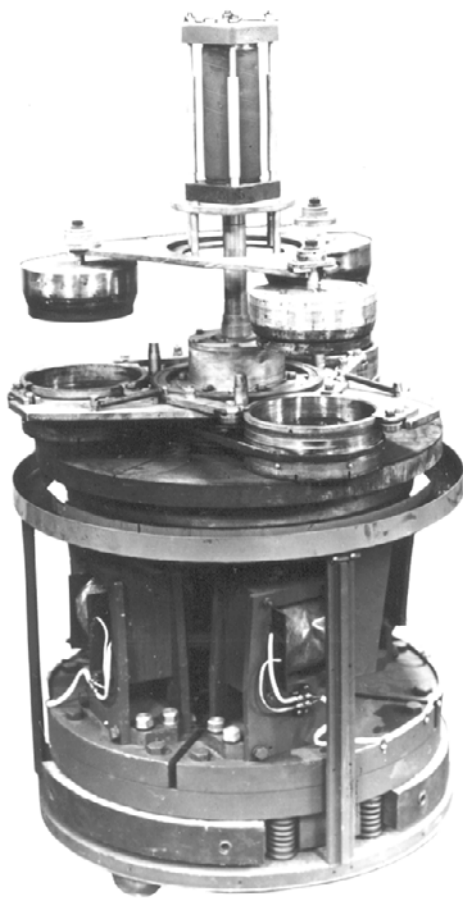


Рис. 1. Резонансна вібраційна притиральна машина з кутовими коливаннями притирального диска

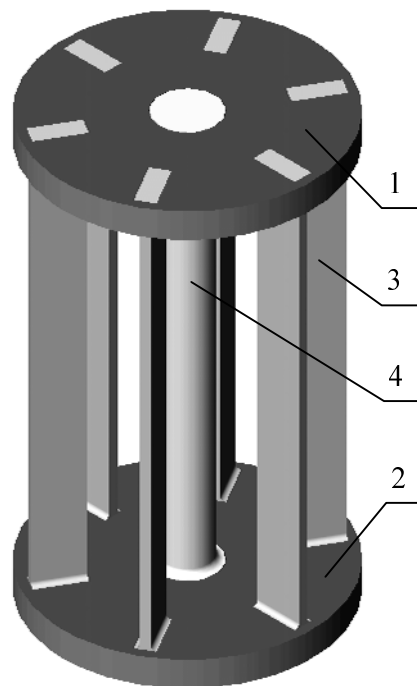


Рис. 2. Механічна коливна система у вигляді ґратчастого та центрального циліндричного торсіонів

Аналіз останніх досліджень

Проведений аналіз літературних джерел виявив елементи цільної методики розрахунку ґратчастого торсіона з вертикально розташованими плоскими пружними стержнями [2, 3, 4] в яких наведено тільки основні проміжні та кінцеві формули. А тому не повністю зрозумілий хід виведення формул та їх фізичний й математичний зміст.

Постановка задачі

Викладено детально цільну методику розрахунку сумарної жорсткості комбінованої пружної системи резонансної вібраційної притиральної машини з кутовими коливаннями притирального диска.

Виклад основного матеріалу

Механічна коливна система вібраційної притиральної машини на базі ґратчастого та центрального циліндричного торсіонів наведена на рис. 2, де 1 та 2 – відповідно, верхня та нижня коливні маси, що здійснюють в протифазі кутові коливання навколо вертикальної осі симетрії; 3 – плоскі пружні елементи ґратчастого торсіона у вигляді “колеса білки”, що працюють на згин і кручення; 4 – центральний циліндричний торсіон, що працює на кручення. Плоскі пружні елементи 3 розташовуються рівномірно по колу паралельно та симетрично до центрального торсіона 4. Елементи 3 та 4 розташовані вертикально і жорстко закріплені до коливних мас 1 та 2, утворюючи статично невизначену систему.

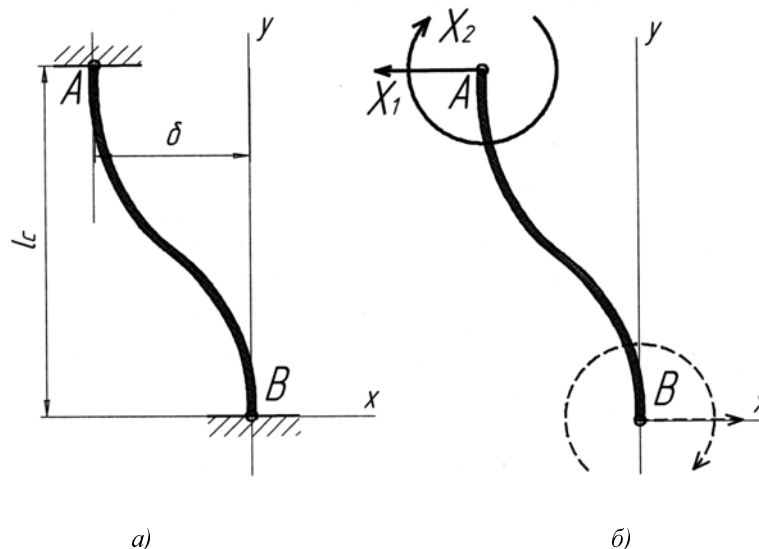


Рис. 3. Плоска фізична модель навантаженого пружного стержня

Знайдемо сумарну жорсткість комбінованої пружної системи на кручення. Спочатку визначимо сумарну жорсткість при крученні гратчастого торсіона у вигляді “колеса білки”. Для цього виділимо один плоский пружний стержень 3, який жорстко закріплений по своїх кінцях. Оскільки стержень під навантаженням зазнає як згинання, так і кручення, користуючись принципом суперпозицій, визначимо окремо зусилля, яке виникає на кінці стержня при згинанні та крученні.

Розглянемо плоску фізичну модель навантаження пружного стержня (рис. 3). Визначимо зусилля, що діють в точці A при згині стержня, коли верхнє його кріплення зсувається відносно нижнього без прокручування. Для цього умовно розриваємо пружну систему в точці A , а дію в’язей замінюємо прикладеними еквівалентними реакціями: зусиллям X_1 та моментом X_2 , нехтуючи зусиллям розтягу (рис. 3, б). Рівняння переміщень в канонічній формі наберуть вигляду:

$$\begin{cases} X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} = \delta; \\ X_1 \delta_{21} + X_2 \delta_{22} = 0. \end{cases} \quad (1)$$

У нашому випадку значення коефіцієнтів δ_{11} , δ_{12} , δ_{21} , δ_{22} системи рівнянь (1), дорівнюють

$$\delta_{11} = \frac{l_c^3}{3EJ_c}; \quad \delta_{12} = \delta_{21} = \frac{l_c^2}{2EJ_c}; \quad \delta_{22} = \frac{l_c}{EJ_c}, \quad (2)$$

де E – модуль поздовжньої пружності; J_c – момент інерції перерізу пружного стержня; l_c – робоча довжина пружного стержня.

Після підстановки коефіцієнтів (2) в систему рівнянь (1) і розв’язуючи її відносно X_1 та X_2 , отримаємо:

$$X_1 = P_A = \frac{12EJ_c \delta}{l_c^3}; \quad X_2 = M_A = \frac{6EJ_c \delta}{l_c^2}, \quad (3)$$

де P_A , M_A – відповідно зусилля та момент, що діють в точці A .

Окрім згину, пружний стержень, що є статично невизначеним, працює на кручення. Згідно з [5] максимальний крутний момент, що діє на пружний стержень при чистому крученні, буде становити:

$$M_{крс} = \frac{G\beta h b^3 \varphi}{l_c}, \quad (4)$$

де G – модуль пружності при крученні; h і b – сторони прямокутного перерізу пружного стержня; β – коефіцієнт, що залежить від співвідношення сторін h і b ; φ – відносна амплітуда коливань верхньої 1 та нижньої 2 коливних мас (рис. 2).

Визначивши жорсткості пружного стержня при чистому згинанні та крученні, перейдемо до розгляду роботи пружного стержня під дією комплексного навантаження. На рис. 5 зображено вигляд зверху пружного стержня, верхній та нижній кінці якого зміщені на кут φ один відносно одного в зв'язку з відносним поворотом верхньої 1 та нижньої 2 коливних мас (рис. 2).

Користуючись значенням зусилля P_A з формули (3) сили P_x та P_y , що діють на кінці пружного стержня (рис. 5), будуть становити:

$$P_x = \frac{12EJ_{cy-y}\vartheta}{l_c^3}; \quad P_y = \frac{12EJ_{cx-x}\xi}{l_c^3}, \quad (5)$$

де ϑ, ξ – переміщення кінця плоского пружного стержня відповідно вздовж осей x та y ; J_{cy-y}, J_{cx-x} – відповідно моменти інерції поперечного перерізу пружного стержня відносно нейтральних осей y та x :

$$J_{cy-y} = \frac{bh^3}{12}, \quad J_{cx-x} = \frac{hb^3}{12}. \quad (6)$$

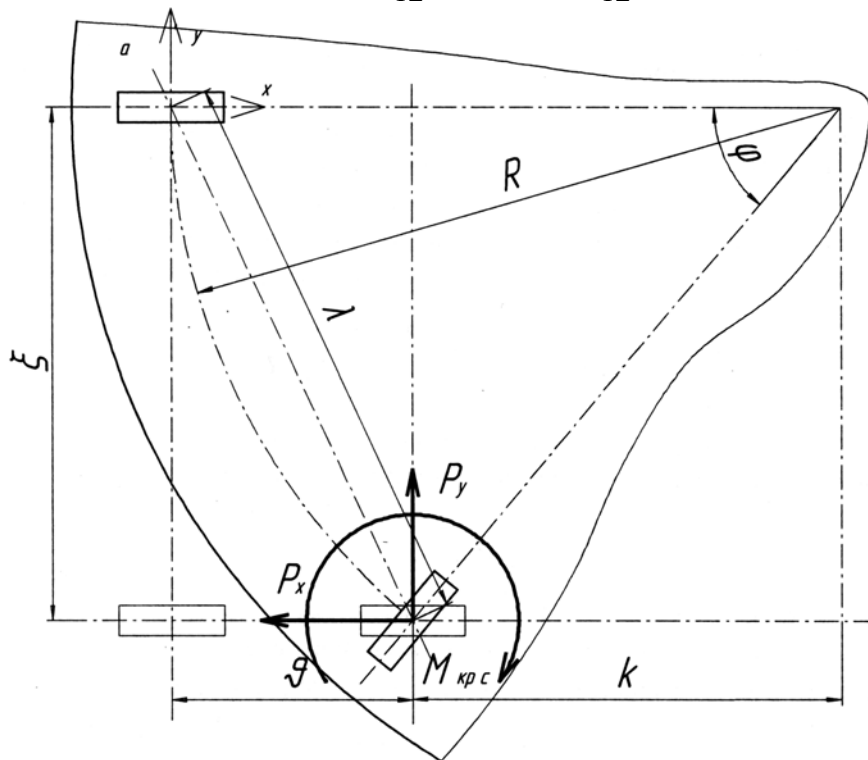


Рис. 5. Геометрія руху одного кінця плоского пружного стержня відносно другого (вигляд зверху)

Розрахунок проводимо з умови, що пружні елементи одночасно скручуються і згинаються на максимальний кут φ – кут зміщення верхньої коливної маси відносно нижньої. Згідно з принципом Д'Аламбера рух по координаті φ можна описати як:

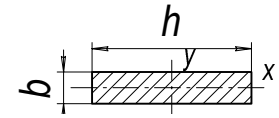


Рис. 4. Поперечний переріз пружного елемента

$$c_{кутова}\varphi + J_{np}\ddot{\varphi} = 0, \quad (7)$$

де $c_{кутова}$ – сумарна жорсткість вертикальної пружної системи при скручуванні коливних мас одна відносно одної; $J_{np} = J_1 J_2 / (J_1 + J_2)$ – приведений момент інерції коливних мас, тут J_1, J_2 – моменти інерції відповідно верхньої 1 та нижньої 2 коливних мас (рис. 2).

Тобто сили інерції зрівноважуються силами пружності. Приймаючи до уваги, що максимальне значення кутового прискорення $\ddot{\varphi}$ дорівнює $-\omega_0^2 \varphi$, вираз (7) можна переписати у вигляді:

$$c_{кутова}\varphi - J_{np}\omega_0^2 \varphi = 0, \quad (8)$$

де ω_0 – власна частота коливань механічної коливної системи. Вираз $c_{кутова}\varphi$ можна розписати як:

$$c_{кутова}\varphi = (P_x \cdot \xi + P_y \cdot k + M_{крс}) \cdot n, \quad (9)$$

де n – кількість плоских пружних стержнів; k – плече, на якому діє зусилля P_y відносно осі симетрії пружної системи.

Підставивши значення параметрів, отримаємо:

$$\begin{aligned} c_{кутова}\varphi &= \left(\frac{12EJ_{cy-y}\vartheta}{l_c^3} \cdot \xi + \frac{12EJ_{cx-x}\xi}{l_c^3} \cdot k + \frac{G\beta hb^3}{l_c} \cdot \varphi \right) \cdot n = \\ &= \left(\frac{12EJ_{cy-y}(R - R\cos\varphi)}{l_c^3} \cdot R\sin\varphi + \frac{12EJ_{cx-x}R\sin\varphi}{l_c^3} \cdot R\cos\varphi + \frac{G\beta hb^3}{l_c} \cdot \varphi \right) \cdot n. \end{aligned} \quad (10)$$

Розв'язуючи це рівняння, з використанням рівняння (8), та враховуючи, що резонансне налагодження системи $z = \omega/\omega_0 = 0,93 \dots 0,96$, тут $\omega = 2\pi\nu$ – колова частота мережі живлення, а також те, що $h = \gamma b$, тут γ – коефіцієнт співвідношення сторін прямокутного перерізу плоского пружного стержня, отримаємо:

$$\frac{J_{np}\omega^2 \varphi}{z^2 n} = \frac{\gamma^3 b^4 E \cdot (R^2 \sin\varphi - R^2 \sin\varphi \cos\varphi)}{l_c^3} + \frac{\gamma b^4 ER^2 \sin\varphi \cos\varphi}{l_c^3} + \frac{\gamma b^4 G\beta \varphi}{l_c}. \quad (11)$$

Отже, значення товщини b при відомій довжині та ширині плоского пружного стержня ґратчатого торсіона без циліндричного торсіона буде знаходитись за формулою:

$$b = \sqrt[4]{\frac{J_{np}\omega^2 \varphi l_c^3}{z^2 n \left(\gamma^3 E \cdot (R^2 \sin\varphi - R^2 \sin\varphi \cos\varphi) + \gamma ER^2 \sin\varphi \cos\varphi + \gamma G\beta \varphi l_c^2 \right)}}. \quad (12)$$

Враховуючи те, що при малих значеннях кута φ значення $\cos\varphi \approx 1$ та $\sin\varphi \approx \varphi$, спрощена формула для розрахунку товщини плоского пружного стержня b становить:

$$b = \sqrt[4]{\frac{J_{np}\omega^2 l_c^3}{z^2 n \gamma (ER^2 + G\beta l_c^2)}}. \quad (13)$$

Формула (13) порівняно з формулою (12) при кутах до 5° дає розбіжність до 1%, що для інженерних розрахунків є прийнятним.

З урахуванням циліндричного торсіона, момент опору скрученню коливних мас 1 та 2 (рис. 2), який виникатиме в торсіоні, визначатиметься за формулою:

$$M_{кр\ m} = G\varphi J_p, \quad (14)$$

де J_p – полярний момент інерції поперечного перерізу циліндричного торсіона. Для суцільного стержня діаметром d полярний момент інерції виражається формулою:

$$J_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32}. \quad (15)$$

У такому випадку рівняння (12) може бути переписане у вигляді:

$$\frac{J_{np}\omega^2\varphi}{z^2} = n \left[\frac{\gamma^3 b^4 E \cdot (R^2 \sin\varphi - R^2 \sin\varphi \cos\varphi)}{l_c^3} + \frac{\gamma b^4 E R^2 \sin\varphi \cos\varphi}{l_c^3} + \frac{\gamma b^4 G \beta \varphi}{l_c} \right] + G\varphi \frac{\pi \cdot d^4}{32}. \quad (16)$$

Тоді загальна формула для визначення жорсткості комбінованої пружної системи у вигляді ґратчастого торсіона з вертикально розташованими плоскими пружними стрижнями та центрального циліндричного торсіона запишеться так:

$$b = \sqrt[4]{\frac{J_{np}\omega^2\varphi l_c^3}{z^2 \left[n \left(\gamma^3 E \cdot (R^2 \sin\varphi - R^2 \sin\varphi \cos\varphi) + \gamma E R^2 \sin\varphi \cos\varphi + \gamma G \beta \varphi l_c^2 \right) + \frac{G\pi d^4}{32} \right]}}. \quad (17)$$

Скорочений варіант формули (17) переписеться у вигляді:

$$b = \sqrt[4]{\frac{J_{np}\omega^2 l_c^3}{z^2 \left[n \gamma \left(E R^2 + G \beta l_c^2 \right) + \frac{G\pi d^4}{32} \right]}}. \quad (18)$$

Перерахована формула під ґратчастий торсіон з вертикальними пружними стрижнями, аналогія виведеній формулі (13), що взята з теорії В.О. Повідайла та В.А. Щігеля [2, 3, 4], матиме вигляд:

$$b = \sqrt[4]{\frac{J_{np}\omega^2 l_c^3}{z^2 n \gamma \left(E R^2 + G \left(\frac{\gamma - 0.63}{3\gamma} \right) l_c^2 \right)}}. \quad (19)$$

Між виведеною авторами формулою (12) та формулою (19) існує різниця лише в величинах β , що є функцією γ , та $\frac{\gamma - 0.63}{3\gamma}$. Залежність регресованого коефіцієнта β від γ та його апроксимованого значення зображено на рис. 6.

Відмітимо, що значення β береться з довідкової літератури, наприклад [5]. Але для того, щоб при розрахунку не прив'язуватись до таблиці, проведено регресію даних.

Реалізація лінійної регресії загального вигляду здійснювалась за допомогою програмного забезпечення MathCAD, використовуючи функцію linfit. При цьому було використано лінійну комбінацію функцій $F_1(\gamma) = \gamma$, $F_2(\gamma) = \gamma^2$, $F_3(\gamma) = \gamma^3$, $F_4(\gamma) = \gamma^4$, $F_5(\gamma) = \gamma^5$. Загальна формула регресії має такий вигляд:

$$\beta(\gamma) = 0.194 \cdot \gamma - 0.054 \cdot \gamma^2 + 7.555 \cdot 10^{-3} \cdot \gamma^3 - 5.268 \cdot 10^{-4} \cdot \gamma^4 + 1.44 \cdot 10^{-5} \cdot \gamma^5. \quad (20)$$

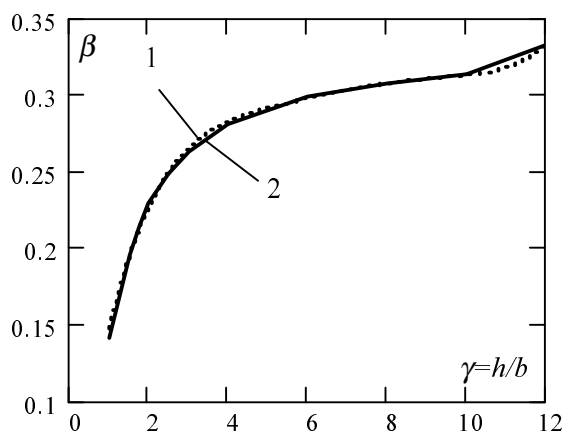


Рис. 6. Залежність регресованого 1 коефіцієнта β та його апроксимованого 2 значення від співвідношення γ

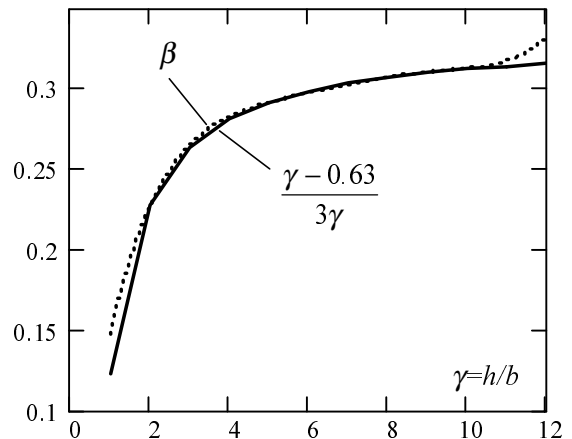


Рис. 7. Залежність регресованого коефіцієнта β та величини $\frac{\gamma - 0.63}{3\gamma}$ від співвідношення γ

Порівняльна залежність величини $\frac{\gamma - 0.63}{3\gamma}$ та регресованого коефіцієнта β від γ зображено на рис.7.

Аналізуючи графік на рис. 7 можна зробити висновок, що формули (12) та (19) практично ідентичні, оскільки функція (20) та величина $\frac{\gamma - 0.63}{3\gamma}$ описують одну і ту саму криву.

Висновки

Отже, наведений вище розрахунок плоских пружних систем на жорсткість з виведенням остаточних виразів геометричних параметрів пружних елементів комбінованої пружної системи на базі ґратчастого торсіона з вертикально розташованими плоскими пружними стержнями та центрального циліндричного торсіона, дає можливість точного налагоджування механічної коливної системи в резонанс. При цьому повністю розкрита та викладена методика розрахунку, яка підтверджується попередниками.

1. Вибрационная притирочная машина: А.с. №246347 СССР/ В.А. Повидайло, Р.И. Силин, Н.А. Костенко, С.А. Димаров (СССР). — Оубл. 05.05.1968. 2. Повидайло В.А., Щигель В.А. Конструкция и расчет вибрационных бункерных питателей с гиперболическим решатчатым торсионом // Автоматизация производственных процессов в машиностроении и приборостроении. — 1972. — Вип. 12. — С. 115–122. 3. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т./Под ред. Э.Э. Лавендела. — М.: Машиностроение, 1981. — Т.4: Вибрационные процессы и машины. — 509 с. 4. Автоматическая загрузка технологических машин. Справочник /Под общ. ред. Клусова И.А. — М.: Машиностроение. 1990. 5. Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Е.С. Опір матеріалів / За ред. Писаренко Г.С. — К.: “Вища школа”, 1993. 6. Гаврильченко О.В., Ланець О.С. Розрахунок на жорсткість та міцність плоскої пружної системи з шістьма пружними стержнями, яка використовується у вібромашинах об’ємної обробки // Машинознавство. — 2001. — №9 (51). — С. 51–55. 7. Повидайло В.О., Ланець О.С. Розрахунок та аналіз плоскої пружної системи вібраційної машини об’ємної обробки // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. Український міжвід. наук.-техн. зб. — 2001. — Вип. 36. — С. 30–36. 8. Ланець О.С. Розрахунок вертикальних пружних систем вібромашин об’ємної обробки з електромагнітними віброзбудниками // Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні. Вісник Національного ун-ту “Львівська політехніка”. — 2002. — № 442. — С. 108–111.