

Сопоставление характеристик, полученных расчетным путем и экспериментальными исследованиями показывает, что использование аналоговой модели дает возможность снизить погрешность определения рассматриваемых величин по сравнению с аналитической моделью.

Аналогично, используя аналоговые модели, составленные с помощью программы моделирования PSPICE, можно выполнить анализ работы частотных приводов и асинхронных двигателей этих приводов при других типах частотных преобразователей, силовых схемах, видах регулирования, законах частотного управления, различных величинах и характерах нагрузки.

1. Лысенко С.И., Петрушин В.С., Слободниченко Б.И. Математическая модель асинхронного короткозамкнутого двигателя при частотном регулировании // *Технічна електродинаміка: Спец. вип.* 1998. С.31–35. 2. Петрушин В.С. Коэффициент мощности электрических нагрузок в автономных деформированных системах // *Изв. вузов. Энергетика.* 1990. Вып.4. С.68-72.

УДК 621.365

Марущак Я.Ю., Кравцов В.
ДУ “Львівська політехніка”, кафедра ЕАП

ДОСЛІДЖЕННЯ САР ОДНОМАСОВОЇ СИСТЕМИ, СИНТЕЗОВАНОЇ МЕТОДОМ УЗАГАЛЬНЕНОГО ХАРАКТЕРИСТИЧНОГО ПОЛІНОМА

© Марущак Я.Ю., Кравцов В., 2000

Проаналізовано вплив внутрішнього зворотного зв'язку за ЕРС на динамічні характеристики СПР одномасової системи, синтезованої методом узагальненого характеристичного полінома. Отримано вирази передавальних функцій регуляторів струму та швидкості при будь-яких співвідношеннях постійних часу електропривода.

Сучасні електромеханічні системи постійного струму широко застосовують в різноманітних виробничих механізмах та пристроях. Більшість із них побудовані за принципом підпорядкованого регулювання, запропонованого Кеслером [1]. Завдяки наявності регуляторів для кожної координати регулювання в таких системах є можливість обмеження проміжних координат, а також уніфікації синтезу та налаштування кожного контуру регулювання. На сьогодні відомими є два критерії синтезу регуляторів: технічний і симетричний, які забезпечують відповідні форми перехідних функцій координат регулювання.

Під час синтезу традиційних систем підпорядкованого регулювання (СПР) встановлюються постійні часу, які повинен компенсувати регулятор цього контуру. Крім цього,

параметри регуляторів повинні бути такими, щоб забезпечити технічний чи симетричний оптимум [2].

Поява систем модального регулювання (СМР) зумовлена потребою розширення спектра цих форм, а також зниженням швидкодії кожного наступного контуру СПР. При цьому метод синтезу СМР [3] відрізняється від методу синтезу стосовно таких СПР. Синтезуючи СМР, характеристичний поліном передавальної функції системи автоматичного регулювання (САР) прирівнюється до характеристичного полінома бажаної стандартної форми і з цієї рівності отримують вирази для розрахунку коефіцієнтів зворотних зв'язків за повним вектором стану. Зрозуміло, що в передавальній функції такої САР не повинно бути нулів.

Отже, об'єкт регулювання є один і той самий: тиристорний перетворювач (ТП) – двигун постійного струму, а методи синтезу САР його координатами є різними для різних структур. СМР дають можливість отримувати велику кількість стандартних форм розподілу коренів характеристичного рівняння, зате в них не має можливості роздільного впливу на проміжні координати регулювання, як в традиційних СПР.

У цій роботі синтезується СПР методом узагальненого характеристичного полінома (УХП) [4] тому, що в цьому випадку можна одержати результати без вказаних вище недоліків. Згідно з цим методом розглянемо спочатку передавальну функцію СПР $W(p)$, яка в загальному випадку має вигляд

$$W(p) = \frac{a_0(p)p^n + a_1(p)p^{n-1} + \dots + a_n(p)p^0}{b_0(p)p^m + b_1(p)p^{m-1} + \dots + b_m(p)p^0},$$

де p – оператор; $a_i(p)$, $b_i(p)$ – поліноми, що формуються передавальними функціями регуляторів, зворотних зв'язків та елементів об'єкта регулювання, причому $m > n$.

Представимо її так:

$$W(p) = \frac{1}{\frac{b_0(p)}{G(p)}p^m + \frac{b_1(p)}{G(p)}p^{m-1} + \dots + \frac{b_m(p)}{G(p)}p^0},$$

де $G(p) = a_0(p)p^n + a_1(p)p^{n-1} + \dots + a_n(p)p^0$.

Отже, УХП $H(p)$ має вигляд

$$H(p) = \frac{b_0(p)}{G(p)}p^m + \frac{b_1(p)}{G(p)}p^{m-1} + \dots + \frac{b_m(p)}{G(p)}p^0.$$

Прирівнюючи вирази при однакових степенях p $H(p)$ і характеристичного полінома $H_{ст}(p)$ бажаної стандартної форми, отримаємо систему алгебраїчних рівнянь, в яку входять передавальні функції елементів СПР. Оскільки до стандартних форм належить біноміальна форма

$$H_{ст}(p) = (p + \omega_0)^m,$$

де $\omega_0 = 10/t_p$ (t_p – час регулювання), то синтезовані параметри САР згідно з цією формою забезпечують аперіодичний перехідний процес при заданій швидкодії ω_0 .

Якщо вибрати $H_{ст}(p)$ іншого вигляду, наприклад Баттерворта, Яворського тощо [5], то можна забезпечити будь-яку стандартну форму перехідного процесу координат регулювання СПР. Отже, недоліки, які властиві традиційним СПР можна усунути. При цьому зберігаються переваги СМР при можливості обмеження координат регулювання.

Використовуючи цей метод, були синтезовані регулятори швидкості та струму СПР при стандартній біноміальній формі розподілу коренів характеристичного рівняння.

Розглянемо спочатку контур струму системи стабілізації швидкості (рис.1) при живленні двигуна постійного струму незалежного (паралельного) збудження від ТП, який представляється аперіодичною ланкою першого порядку з параметрами K_T , T_T . Нехай введення регулятора струму з передавальною функцією $W_{PI}(p)$ повинне забезпечити біноміальну форму розподілу коренів характеристичного рівняння струмового контуру. Оскільки йдеться про перший контур, то $m=1$, а тому

$$H_{CT}^I(p) = (p + \omega_{0I} p^0)^1,$$

де ω_{0I} – швидкодія струмового контуру.

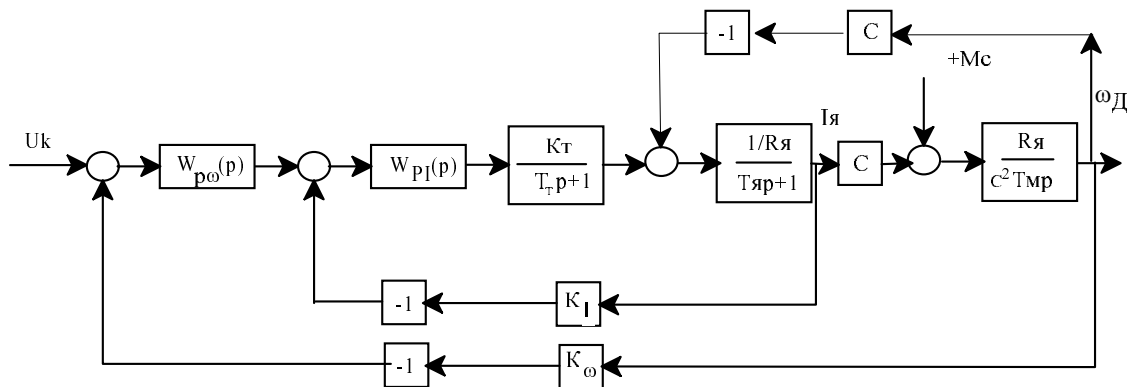


Рис.1. Структурна схема СПР швидкості.

Передавальна функція $W_I(p)$ замкнутого струмового контуру згідно з роботою [6] має вигляд

$$W_I(p) = \frac{K_T W_{PI}(p)}{R_a (1 + pT_T)(1 + pT_a) + K_I K_T W_{PI}(p)}, \quad (1)$$

де R_a, T_a – параметри якінного кола двигуна; K_I – коефіцієнт зворотного зв'язку за струмом якоря.

Розділимо чисельник і знаменник виразу (1) на $K_T \cdot W_{PI}(p)$. Тоді отримаємо

$$W_I(p) = \frac{1}{\frac{R_a (1 + pT_T)(1 + pT_a)}{K_T W_{PI}(p)p} + K_I p^0}. \quad (2)$$

Узагальненим характеристичним поліномом виразу (2) є знаменник цієї передавальної функції. Прирівнюючи вирази при однакових степенях p $H_{CT}^I(p)$ і УХП з (2), запишемо

$$\begin{cases} \frac{R_a (1 + pT_T)(1 + pT_a)}{K_T W_{PI}(p)p} = 1, \\ K_I = \omega_0 \end{cases}$$

У цьому випадку $m+1=2$, а кількість регуляторів – один. Тому надаємо статус невідомої величини ще й коефіцієнтові зворотного зв'язку K_I . Розв'язавши систему рівнянь, отримаємо

$$W_{PI}(p) = \frac{R_a (1 + pT_T)(1 + pT_a)}{K_T p}, \quad K_I = \omega_{0I}.$$

З урахуванням цих виразів запишемо передавальну функцію замкнутого контуру швидкості $W_{\omega}(p)$ з регулятором $W_{p\omega}(p)$ і зворотним зв'язком за швидкістю K_{ω} .

$$W_{\omega}(p) = \frac{W_{p\omega}(p)R_{\text{я}}}{(p + \omega_{0I})T_{\text{м}}Cp + W_{p\omega}(p)R_{\text{я}}K_{\omega}},$$

де $T_{\text{м}}$ – електромеханічна постійна часу; C – конструктивний параметр двигуна при постійному струмі збудження.

Розділимо чисельник і знаменник отриманого виразу на $W_{p\omega}(p) \cdot R_{\text{я}}$ і після нескладних перетворень запишемо

$$W_{\omega}(p) = \frac{1}{\frac{T_{\text{м}}C}{W_{p\omega}(p)R_{\text{я}}}p^2 + \frac{T_{\text{м}}C\omega_{0I}}{W_{p\omega}(p)R_{\text{я}}}p + K_{\omega}}. \quad (3)$$

Отже, $m=2$. Такому випадкові відповідає біноміальна стандартна форма

$$H_{\text{ст}}^{\omega}(p) = (p + \omega_{\text{ош}})^2 = p^2 + 2p\omega_{\text{ош}} + \omega_{\text{ош}}^2, \quad (4)$$

де $\omega_{\text{ош}}$ – швидкодія контуру швидкості, яка задається.

Прирівняємо вирази при однакових степенях p УХП контуру швидкості (див. вираз (3)) і полінома $H_{\text{ст}}^{\omega}(p)$. Отримаємо систему рівнянь $m+1=3$ порядку

$$\begin{cases} \frac{T_{\text{м}}C}{W_{p\omega}(p)R_{\text{я}}} = 1, \\ \frac{T_{\text{м}}C\omega_{0I}}{W_{p\omega}(p)R_{\text{я}}} = 2\omega_{\text{ош}}, \\ K_{\omega} = \omega_{\text{ош}}^2. \end{cases}$$

Надамо статус невідомих, крім $W_{p\omega}(p)$, ще й K_{ω} і ω_{0I} . Тоді, розв'язавши систему алгебраїчних рівнянь, можна записати

$$\begin{cases} W_{p\omega}(p) = \frac{T_{\text{м}}C}{R_{\text{я}}}, \\ \omega_{0I} = 2\omega_{\text{ош}}, \\ K_{\omega} = \omega_{\text{ош}}^2. \end{cases} \quad (5)$$

Доповнивши отримані залежності виразом $W_{\text{PI}}(p)$, знайденим раніше, маємо повну інформацію для налаштування двоконтурної СПР, виходячи зі стандартної біноміальної форми розподілу коренів характеристичного рівняння кожного контуру.

Результати дослідження динаміки СПР, синтезованої методом УХП, показані на рис.2. Для порівняння там також зобразимо перехідні процеси в СПР, налаштованої на технічний оптимум. Швидкодії обох систем вибрано однаковими. На рисунку цифрами позначено: 1 і 3 – струм якірного кола СПР відповідно при біноміальній формі перехідної функції і при забезпеченні технічного оптимуму; 2 і 4 – швидкість валу двигуна СПР для цих двох випадків синтезу. Параметри електропривода, що моделювався, мають такі значення:

$P_H=4,5$ кВт, $U_H=220$ В, $I_H=24,3$ А, $R_{\text{я}}=1$ Ом, $T_T=0,015$ с, $T_{\text{я}}=0,034$ с, $T_M=0,174$ с, $C=0,678$ Вс, $K_T=26$, $\omega_{\text{ош}}=100$ рад/с.

Як видно з рис.2, швидкість СПР, синтезованої методом УХП, має аперіодичний характер і за бажанням можливе забезпечення більшої швидкодії, ніж у традиційних СПР так, як це показано на рис.3. На ньому криві 1,2,3 – відповідають $\omega(t)$ при $\omega_{\text{ош}}=12,5$ рад/с, 20 рад/с, 40 рад/с.

Всі ці результати справедливі для випадку, коли не враховується внутрішній зворотний зв'язок за ЕРС, тобто коли існує нерівність $T_M \geq 10T_{\text{я}}$.

Дослідимо СПР, синтезовану методом УХП коли значення T_M і $T_{\text{я}}$ є співвимірними, а внутрішнім зворотним зв'язком за ЕРС під час синтезу знехтувано. Результати зображені на рис.4. Як бачимо швидкість двигуна має аперіодичний характер, але швидкодія системи втричі менша від очікуваної. Тому під час синтезу таких малоінерційних систем врахуємо внутрішній зворотний зв'язок за ЕРС, який показано штриховою лінією на рис.1.

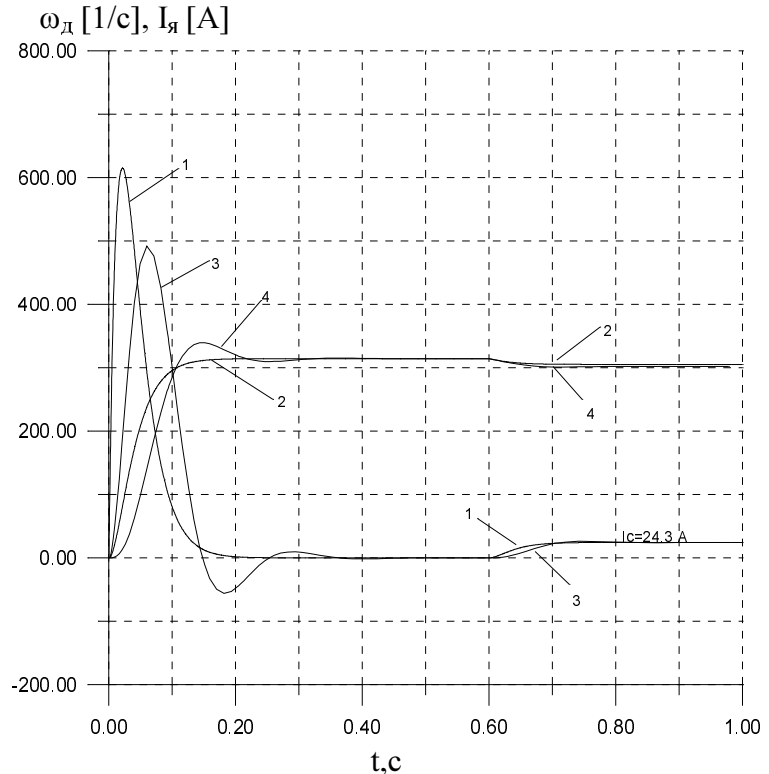


Рис.2. Перехідні процеси в двоконтурній СПР швидкості.

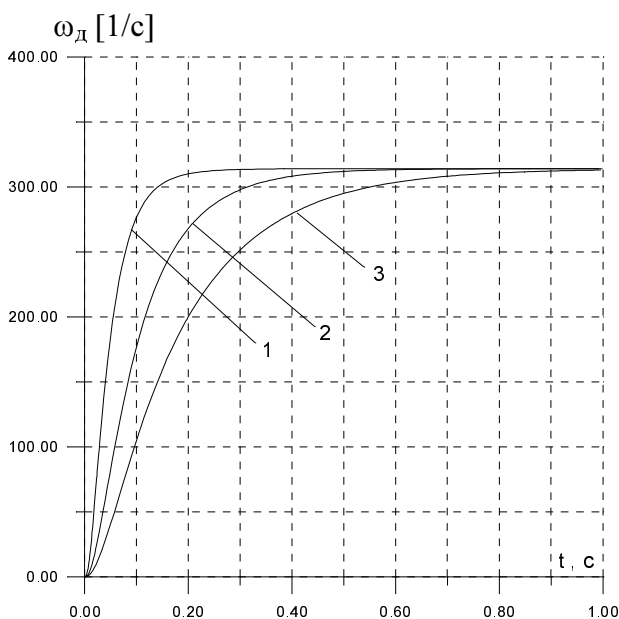


Рис.3. Перехідні процеси в двоконтурній СПР швидкості при різних швидкодії $\omega_{\text{ош}}$.

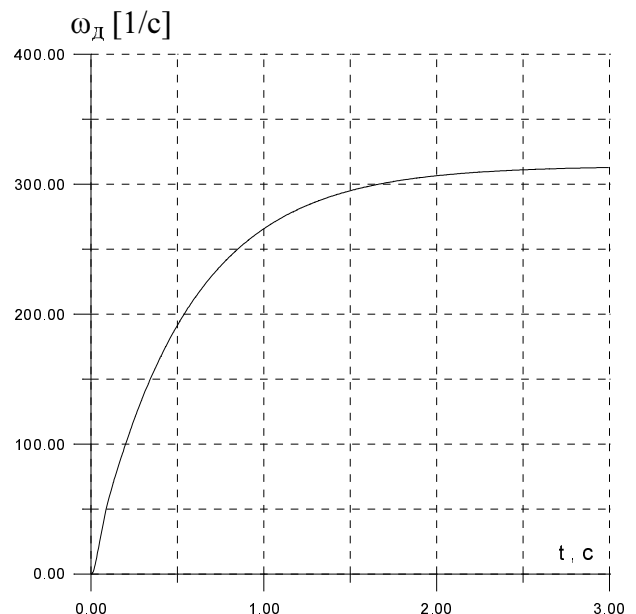


Рис.4. Перехідні процеси в двоконтурній СПР швидкості при $T_M=T_{\text{я}}$ без врахування дії ЕРС під час синтезу ($\omega_{\text{ош}}=10$ рад/с).

Передавальна функція $W_I(p)$ замкнутого струмового контуру з урахуванням дії ЕРС має вигляд

$$W_I(p) = \frac{W_{PI}(p)K_T}{(pT_T + 1) \left(\frac{R_{\text{я}}}{pT_M} + R_{\text{я}} + pT_{\text{я}}R_{\text{я}} \right) + W_{PI}(p)K_T K_I}. \quad (6)$$

Розділимо чисельник і знаменник виразу (6) на $W_{PI}(p)K_T$ і тоді запишемо

$$W_I(p) = \frac{1}{\frac{(pT_T + 1) \left(\frac{R_{\text{я}}}{pT_M} + R_{\text{я}} + pT_{\text{я}}R_{\text{я}} \right)}{W_{PI}(p)K_T p} + K_I}. \quad (7)$$

Прирівнюючи вирази при однакових степенях p $H_{\text{ст}}^I(p)$ і УХП із виразу (7), запишемо

$$\begin{cases} \frac{R_{\text{я}}(pT_T + 1) \left(\frac{1}{pT_M} + 1 + pT_{\text{я}} \right)}{W_{PI}(p)K_T p} = 1, \\ K_I = \omega_{0I}. \end{cases}$$

Розв'язавши отриману систему рівнянь, отримаємо

$$\begin{cases} W_{PI}(p) = \frac{R_{\text{я}}}{K_T} \left[(T_T + T_{\text{я}}) + \frac{1}{p} \left(\frac{T_T}{T_M} + 1 \right) + \frac{1}{T_M p^2} + T_T T_{\text{я}} p \right], \\ K_I = \omega_{0I}. \end{cases} \quad (8)$$

Результати синтезу зовнішнього контуру швидкості залишилися такими самими (див. вираз (5)).

Дослідження динаміки СПР синтезованої методом УХП з урахуванням при цьому дії внутрішнього зворотного зв'язку за ЕРС проілюстровані на рис.5. Для порівняння на рис.5

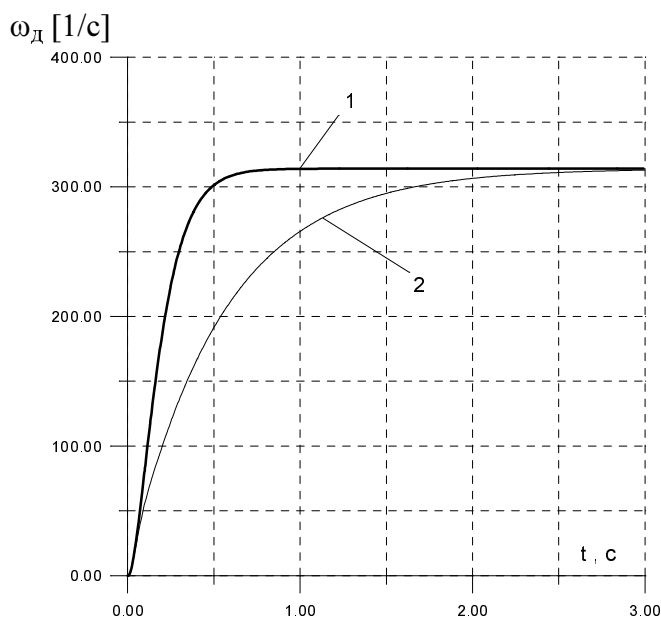


Рис.5. Перехідні процеси швидкості в СПР, де $T_M = T_{\text{я}}$.

показано залежність $\omega(t)$ в СПР, де $T_M = T_{\text{я}} = 0,034$ с при врахуванні дії ЕРС при синтезі (крива 1) і без врахування ЕРС (крива 2). Обидві залежності отримані при $\omega_{\text{ош}} = 10$ рад/с.

Як видно з цих графіків є можливість отримання перехідних процесів швидкості в одномасовій системі згідно з стандартною біноміальною формою не тільки коли $T_M \geq 10T_{\text{я}}$, але й тоді, коли постійні часу співвимірні. Для цього необхідно ввести замість ПІД-регулятора струму ПІ²-регулятор згідно з виразом (8). Підставивши $T_M \rightarrow \infty$, отримаємо передавальну функцію регулятора струму, синтезованого за умови $T_M \geq 10T_{\text{я}}$. Передавальна функ-

ція регулятора швидкості $W_{\text{po}}(p)$ залишається однаковою для обох випадків і розраховується згідно з виразом (5).

Отже, отримано вирази регуляторів струму та швидкості СПР для випадків, коли внутрішнім зворотним зв'язком за ЕРС можна і не можна нехтувати, виходячи із забезпечення стандартної біноміальної форми перехідного процесу швидкості. Звичайно, якщо вибрати характеристичний поліном $H_{\text{ст}}(p)$ якоїсь іншої стандартної форми, то можна її теж реалізувати в таких одномасових системах. Тим самим значно розширюються можливості СПР при збереженні всіх їх переваг перед СМР. Особливо важливим є той факт, що базовою швидкодією, яка використовується під час синтезу СПР методом УХП, є швидкодія кінцевої координати – швидкості, а швидкодія внутрішнього струмового контуру є підпорядкована $\omega_{\text{ош}}$ і згідно з (5) є вдвічі вищою від неї.

1. Kessler C. Ein Beitrag zur Theorie mehrschleifiges Regelungen // *Regelungstechnik*. 1960. № 8. P.281–266. 2. Лебедев Б.Д. и др. Управление вентиляными электроприводами постоянного тока. М., 1970. 3. Кузовков Н.Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. М., 1976. 4. Марущак Я.Ю. Метод синтезу систем підпорядкованого регулювання, який забезпечує стандартні форми розподілу коренів характеристичного рівняння // *Проблеми автоматизованного електропривода. Теорія і практика: Сб. науч. тр. ХГПУ. Харьков, 1998. С.190–192.* 5. Осичев А.В., Котляров В.С., Марков В.С. Стандартные распределения корней в задачах синтеза в электроприводе // *Проблеми автоматизованного електропривода. Теорія і практика: Матеріали конф. Харьков, 1997. С.104–109.* 6. Марущак Я.Ю. Метод синтезу регулятора струму // *Проблеми автоматизованного електропривода. Теорія і практика: Вестн. ХГПУ. Спец. вып. Харьков, 1998. С.193–195.*

УДК 519.62 – 510.72 : 621.34

Мороз В.І.

ДУ “Львівська політехніка”, кафедра ЕАП

АНАЛІЗ ЧИСЛОВИХ МЕТОДІВ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ КЕРОВАНИХ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

© Мороз В.І., 2000

У статті розглянуті характеристики числових методів для розв'язування звичайних диференціальних рівнянь, що описують керовані електромеханічні системи. Запропоновано критерії вибору числових методів на основі аналізу їх частотних характеристик як цифрових фільтрів і за точністю відтворення експоненційного розв'язку.

Традиційно в моделюванні керованих електромеханічних систем (ЕМС) надається мала увага числовим методам, які застосовують для розв'язання звичайних диференціальних рівнянь. Вважається, що тип методу практично не впливає на результат. У той же час досвід