УДК 621.313

В.М. Гладкий
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра ЕМА

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА З УРАХУВАННЯМ ЕКСЦЕНТРИСИТЕТУ РОТОРА

Опрацьовано математичну модель асинхронного двигуна з урахуванням ексцентриситету ротора. Модель ґрунтується на розрахунку одновимірного магнітного поля з урахуванням вищих просторових гармонік магніторушійних сил та насичення основного магнітного кола, алгебризації диференційних рівнянь методом ФДН g-го порядку та розв’язуванні нелінійної системи алгебричних рівнянь методом Ньютона.

A mathematical model for asynchronous motor taking into account rotor eccentricity has been developed. The model is based on magnetic field computation allowing for core saturation and magnetomotive forces spatial harmonics, differential equations algebrization with the g-th order backward differentiation formula and nonlinear algebraic equations system solving with Newton’s method.

Постановка проблеми

Складаючи асинхронні двигуни, завжди виникає ексцентриситет ротора, тобто зміщення осі обертання ротора відносно осі статора. Причиною його появи є спрацювання підшипників, деформація замків станини, підшипникових щитів тощо.

У разі наявності ексцентриситету ротора зменшується пусковий момент двигуна, зростають вібрації і шуми ротора, з’являється одностороннє магнітне тяжіння ротора. Зазначені чинники певною мірою впливають на надійність роботи машини, тому дослідженню впливу ексцентриситету на параметри машини, статичні характеристики, поведінку двигуна в перехідних процесах приділяється значна увага. Особливо це стосується асинхронних двигунів, у яких повітряний проміжок порівняно малий.

Тому підвищення надійності асинхронних двигунів є актуальним завданням електротехнічної промисловості.

Аналіз останніх досліджень

Проведений аналіз літератури свідчить, що хоча й існує велика кількість моделей асинхронних двигунів з урахуванням ексцентриситету ротора [5 – 7], проте ґрунтуються вони на доволі грубих допущеннях. Такі важливі чинники, як вищі просторові гармоніки МРС та насичення основного магнітного кола, які істотно впливають на перебіг перехідного процесу, у цих моделях або не враховуються, або враховуються доволі наближено [8].

Задачі досліджень

Задачею дослідження є розроблення математичної моделі асинхронного двигуна з урахуванням ексцентриситету ротора з урахуванням насичення основного магнітного кола та вищих просторових гармонік магніторушійних сил у їхньому взаємозв’язку.

Виклад основного матеріалу

Розглянемо асинхронний двигун з клітковим ротором, на статорі якого розміщено s обмоток, розподілених по пазах довільно, а ротор має r стрижнів.

Створення математичної моделі асинхронного двигуна з урахуванням ексцентриситету ротора ґрунтуватиметься на таких допущеннях:

1) гістерезис і вихрові струми відсутні;

2) магнітне поле плоско паралельне;

3) магнітне поле машини розділене на робоче поле й поля розсіяння, причому останні вважаються лінійними однорідними функціями струмів обмоток;

4) магнітні поля в ярмах статора й ротора мають лише тангенціальну складову;

5) зубцеві шари статора і ротора замінені еквівалентними шарами, які у радіальному напрямі мають характеристику намагнічування, еквівалентну до реального зубцевого шару, а в тангенціальному напрямі – нескінченний магнітний опір;

6) обмотки статора й ротора замінені винесеними до повітряного проміжку нескінченно тонкими шарами й представлені кутовими розподілами густин провідників відповідних фаз.

Згідно з прийнятими допущеннями рівняння, які описують розподіл магнітного поля при заданих струмах статора й ротора та куті повороту ротора, мають вигляд [2]

$$\frac{dF_z}{d\alpha_м}+\frac{dF_\delta}{d\alpha_м}-\frac{r_c}{p_м}H_c+\frac{r_p}{p_м}H_p+\vec{n}_{ст}(\alpha_м)\vec{i}_c/a_c+\vec{n}_{рт}(\beta_м)\vec{i}_p/a_p=0\,;$$

$$\frac{r_c}{p_м}\int_0^{2\pi}H_c d\alpha_м-\int_0^{2\pi}\vec{n}_{ст}(\alpha_м)\vec{i}_c d\alpha_м/a_c-\int_0^{2\pi}\vec{n}_{рт}(\beta_м)\vec{i}_p d\alpha_м/a_p=0\,;$$

$$B_\delta=\frac{1}{c_c}\frac{dB_c}{d\alpha_м}\,;\qquad B_p=B_п-cB_c\,; \tag{1}$$

$$\beta_м=\alpha_м-p_м\gamma=e^{-p_м\gamma\frac{d}{d\alpha_м}}\alpha_м\,;$$

$$F_\delta=\frac{B_\delta}{\mu_0}\delta k_\delta\,;\quad F_z=F_z(B_\delta)\,;\quad H_c=H_c(B_c)\,;\quad H_p=H_p(B_p)\,,$$

де $\vec{i}_c=[i_{c1}\ \ldots\ i_{cs}]_т$; $\vec{i}_p=[i_{p1}\ \ldots\ i_{pr}]_т$ – вектор струмів фаз статора й ротора відповідно; $\vec{n}_c(\alpha_м)=[n_{c1}(\alpha_м)\ \ldots\ n_{cs}(\alpha_м)]_т$; $\vec{n}_p(\beta_м)=[n_{p1}(\beta_м)\ \ldots\ n_{pr}(\beta_м)]_т$ – вектор кутових густин провідників фаз статора й ротора відповідно; a_c, a_p – відповідно кількості паралельних гілок фаз статора й ротора; $\alpha_м$ – магнітний кут нахилу променя, який проходить через вісь обертання машини й довільну точку А на розточці статора, до прийнятого нерухомого відносно статора променя OX_c; $\beta_м$ – магнітний кут нахилу променя, який проходить через вісь обертання машини й точку А, до прийнятого нерухомого відносно ротора променя OX_p; $p_м\gamma$ – магнітний кут нахилу променя OX_p до променя OX_c, який ототожнюємо з магнітним кутом повороту машини; $p_м$ – кількість періодів магнітного поля вздовж розточки статора машини; B_c, B_p, H_c, H_p – магнітні індукції та напруженості магнітного поля в ярмах статора й ротора відповідно; B_δ – магнітна індукція в повітряному проміжку; F_δ – магнітна напруга повітряного проміжку; F_z – магнітна напруга зубцевого шару статора й ротора; $B_п$ – деяка магнітна індукція, що не залежить від координати $\alpha_м$; $e^{-p_м\gamma\frac{d}{d\alpha_м}}$ – оператор зсуву на кут $-p_м\gamma$ [3]; k_δ – коефіцієнт Картера; r_c – радіус кола, що проходить через середину ярма статора; r_p – радіус кола, що проходить через середину ярма ротора; c, c_c – постійні коефіцієнти, які обчислюють за формулами $c=h_c l_c k_c/(h_p l_p k_p)$, $c_c=\dfrac{l_\delta r_\delta}{p_м h_c l_c k_c}$, у яких h_c – висота ярма статора; h_p – висота ярма ротора; l_c – довжина осердя статора; l_p – довжина осердя ротора; k_c – коефіцієнт заповнення сталі статора; k_p – коефіцієнт заповнення сталі ротора, r_δ – радіус кола, яке проходить через середину повітряного проміжку, l_δ – розрахункова довжина машини.

Нижній індекс „т” тут і надалі означає транспонування.

Величина повітряного проміжку при статичному ексцентриситеті описується виразом [4]

$$\delta = \delta_0 (1 - \varepsilon^* \cos(\alpha_м / p_м)),$$

де δ_0 – величина повітряного проміжку за відсутності ексцентриситету; $\varepsilon^* = \varepsilon / \delta_0$ – відносне зміщення ротора.

Доповнимо рівняння (1) формулами для обчислення потокозчеплень та електромагнітного моменту двигуна [2]

$$\vec{\psi}_c = L_{\sigma c}\vec{i}_c + q_c \int_0^{2\pi} \vec{n}_c(\alpha) B_c d\alpha_м ; \quad \vec{\psi}_p = L_{\sigma p}\vec{i}_p + q_p \int_0^{2\pi} \vec{n}_p(\beta) B_c d\alpha_м ; \tag{2}$$

$$M = -c_м \int_0^{2\pi} \vec{i}_{cт} \vec{n}_c(\alpha) B_\delta d\alpha_м , \tag{3}$$

рівняннями електричного стану

$$d\vec{\psi}_c / dt + R_c \vec{i}_c - \vec{u}_c = 0 ; \quad d\vec{\psi}_p / dt + R_p \vec{i}_p - \vec{u}_p = 0 \tag{4}$$

та рівняннями механічного стану

$$M + M_в - J \cdot d\omega / dt = 0 ; \quad \omega = d\gamma / dt , \tag{5}$$

де

$$L_{\sigma c} = \begin{bmatrix} L_{\sigma c1c1} & \cdots & L_{\sigma c1cs} \\ \vdots & & \vdots \\ L_{\sigma csc1} & \cdots & L_{\sigma cscs} \end{bmatrix}; \quad L_{\sigma p} = \begin{bmatrix} L_{\sigma p1p1} & \cdots & L_{\sigma p1pr} \\ \vdots & & \vdots \\ L_{\sigma prp1} & \cdots & L_{\sigma prpr} \end{bmatrix}$$

– стала матриця індуктивностей розсіяння фаз статора й ротора відповідно; $R_c = \mathrm{diag}(R_{c1},\ldots,R_{cs})$; $R_p = \mathrm{diag}(R_{p1},\ldots,R_{pr})$ – матриця опорів фаз статора й ротора відповідно; $\vec{\psi}_c = [\psi_{c1} \ \ldots \ \psi_{cs}]_т$; $\vec{\psi}_p = [\psi_{p1} \ \ldots \ \psi_{pr}]_т$ – вектори потокозчеплень фаз статора й ротора відповідно; $\vec{u}_c = [u_{c1} \ \ldots \ u_{cs}]_т$; $\vec{u}_p = [u_{p1} \ \ldots \ u_{pr}]_т$ – вектори напруг фаз як відомих функцій часу; J – момент інерції обертових мас; $M_в$ – момент на валі як відома функція часу; ω – кутова швидкість ротора.

Система рівнянь (1) являє собою двоточкову диференційну крайову задачу розрахунку магнітного поля в асинхронному двигуні, у якій невідомі B_c, H_c, B_p, H_p, B_δ, F_δ, F_z задовольняють крайову умову

$$B_c(\alpha_м) = B_c(\alpha_м + 2\pi); \ H_c(\alpha_м) = H_c(\alpha_м + 2\pi); \ B_p(\alpha_м) = B_p(\alpha_м + 2\pi); \ H_p(\alpha_м) = H_p(\alpha_м + 2\pi);$$

$$B_\delta(\alpha_м) = B_\delta(\alpha_м + 2\pi); \quad F_\delta(\alpha_м) = F_\delta(\alpha_м + 2\pi); \quad F_z(\alpha_м) = F_z(\alpha_м + 2\pi)$$

й разом з формулами (2), (3) і рівняннями (4), (5) та за початкової умови

$$t = t_0 ; \quad \vec{i}_c = \vec{i}_{c0} ; \quad \vec{i}_p = \vec{i}_{p0} ; \quad \gamma = \gamma_0 ; \quad \omega = \omega_0$$

представляє задачу Коші, розв'язком якої є сукупність залежностей $\vec{i}_c$, $\vec{i}_p$, γ, $\beta_м$, $B_п$, B_c, H_c, B_p, H_p, B_δ, F_δ, F_z, $\vec{\psi}_c$, $\vec{\psi}_p$, M, ω від часу, які відображатимуть обчислюваний електромеханічний перехідний процес.

Розв'язуватимемо систему рівнянь (1)–(3) методом тригонометричної колокації [1], у якому алгебризація рівнянь зводиться до формальної заміни усіх функцій аргументу $\alpha_м$ векторами їх дискрет (тобто значеннями функції у вузлах накладеної вздовж періоду магнітного поля сітки з $N = 1 + 2n$ вузлами, де n – ціле число), диференційного оператора $\frac{d}{d\alpha_м}$ – його дискретним аналогом

$$Д = \frac{2}{N}\begin{bmatrix} \sum_{\nu=1}^{n} \nu \sin(\nu(\alpha_{м1} - \alpha_{м1})) & \dots & \sum_{\nu=1}^{n} \nu \sin(\nu(\alpha_{м1} - \alpha_{мN})) \\ \vdots & & \vdots \\ \sum_{\nu=1}^{n} \nu \sin(\nu(\alpha_{мN} - \alpha_{м1})) & \dots & \sum_{\nu=1}^{n} \nu \sin(\nu(\alpha_{мN} - \alpha_{мN})) \end{bmatrix},$$

оператора $e^{-p_м\gamma\frac{d}{d\alpha_м}}$ зсуву на кут $-p_м\gamma$ – його дискретним аналогом

$$e^{-p_м\gamma Д} = \frac{1}{N}\begin{bmatrix} 1+\sum_{\nu=1}^{n} 2\cos(\nu(\alpha_{м1} - \alpha_{м1} - p_м\gamma)) & \dots & 1+\sum_{\nu=1}^{n} 2\cos(\nu(\alpha_{м1} - \alpha_{мN} - p_м\gamma)) \\ \vdots & & \vdots \\ 1+\sum_{\nu=1}^{n} 2\cos(\nu(\alpha_{мN} - \alpha_{м1} - p_м\gamma)) & \dots & 1+\sum_{\nu=1}^{n} 2\cos(\nu(\alpha_{мN} - \alpha_{мN} - p_м\gamma)) \end{bmatrix},$$

а інтегрального оператора $\int_0^{2\pi} \cdot\, d\alpha_м$ – його алгебричним аналогом $\vec{I}_G = \frac{2\pi}{N}\begin{bmatrix} \underbrace{1 \;\; \dots \;\; 1}_{N} \end{bmatrix}$.

Застосувавши ці правила до системи рівнянь (1) – (3), отримуємо її дискретний аналог у вигляді нелінійної системи алгебричних рівнянь

$$Д\vec{F}_{\delta д} + Д\vec{F}_{zд} - \frac{r_c}{p_м}\vec{H}_{сд} + \frac{r_р}{p_м}\vec{H}_{рд} + n_{сдт}\vec{i}_c / a_c + e^{-p_м\gamma Д} n_{рдт}\vec{i}_р / a_р = 0\,;$$

$$\vec{I}_G\left(\frac{r_c}{p_м}\vec{H}_{сд} - n_{сдт}\vec{i}_c / a_c - n_{рдт}\vec{i}_р / a_р\right) = 0\,;$$

$$\vec{B}_{\delta д} = \frac{1}{c_c} Д\vec{B}_{сд}\,; \qquad \vec{B}_{рд} = \vec{c}_1 B_п - c\vec{B}_{сд}\,; \tag{6}$$

$$\vec{F}_{\delta д} = \frac{1}{\mu_0}\delta_д k_{\delta д}\vec{B}_{\delta д}\,; \quad \vec{F}_{zд} = \vec{F}_{zд}(\vec{B}_{\delta д})\,; \quad \vec{H}_{сд} = \vec{H}_{сд}(\vec{B}_{сд})\,; \quad \vec{H}_{рд} = \vec{H}_{рд}(\vec{B}_{рд})\,,$$

$$\vec{\psi}_c = L_{\sigma c}\vec{i}_c + q_{сд} n_{сд}\vec{B}_{сд}\,; \quad \vec{\psi}_р = L_{\sigma р}\vec{i}_р + q_{рд} n_{рд} e^{-p\gamma Д_т}\vec{B}_{сд}\,; \quad M = -c_{мд}\vec{i}_{ст} n_{сд}\vec{B}_{\delta д}$$

де

$$n_{сд} = \begin{bmatrix} n_{c1,д1} & \cdots & n_{c1,дN} \\ \vdots & & \vdots \\ n_{cs,д1} & \cdots & n_{cs,дN} \end{bmatrix}; \quad n_{рд} = \begin{bmatrix} n_{р1,д1} & \cdots & n_{р1,дN} \\ \vdots & & \vdots \\ n_{рr,д1} & \cdots & n_{рr,дN} \end{bmatrix}$$

– матриця дискрет кутових густин провідників фаз статора й ротора відповідно; $\delta_д = \mathrm{diag}(\delta_1,...,\delta_N)$, $k_{\delta д} = \mathrm{diag}(k_{\delta 1},...,k_{\delta N})$ – діагональні матриці дискрет-величини повітряного проміжку та коефіцієнта Картера відповідно; $\vec{F}_{\delta д} = [F_{\delta 1} \;\; \dots \;\; F_{\delta N}]_т$, $\vec{F}_{zд} = [F_{z1} \;\; \dots \;\; F_{zN}]_т$ – вектор дискрет відповідно магнітної напруги повітряного проміжку та магнітної напруги зубцевого шару статора й ротора; $\vec{B}_{\delta д} = [B_{\delta 1} \;\; \dots \;\; B_{\delta N}]_т$ – вектор дискрет магнітної індукції в повітряному проміжку; $\vec{B}_{сд} = [B_{c1} \;\; \dots \;\; B_{cN}]_т$, $\vec{B}_{рд} = [B_{р1} \;\; \dots \;\; B_{рN}]_т$ – вектор дискрет відповідно магнітної індукції ярма статора та магнітної індукції ярма ротора; $\vec{H}_{сд} = [H_{c1} \;\; \dots \;\; H_{cN}]_т$, $\vec{H}_{рд} = [H_{р1} \;\; \dots \;\; H_{рN}]_т$ – вектор дискрет відповідно напруженості магнітного поля в ярмі статора та напруженості магнітного поля в ярмі ротора; $\vec{c}_1 = [1 \;\; \dots \;\; 1]_т$ – матриця-стовпець розміру N;
$q_{сд} = 2\pi q_c / N$; $q_{рд} = 2\pi q_р / N$; $c_{мд} = 2\pi c_м / N$.

До інтегрування нелінійної САР (4)–(6), яка описує електромеханічні перехідні процеси в асинхронному двигуні з урахуванням ексцентриситету ротора під час розрахунку його магнітного поля методом тригонометричної колокації, застосуємо метод ФДН.

Алгебризувавши похідні в диференційних рівняннях (4), (5) за формулою диференціювання назад g-го порядку, отримуємо алгебричні рівняння

$$b\vec{\psi}_c + \sum_{j=1}^{g} b_j \vec{\psi}_{cj} + R_c \vec{i}_c - \vec{u}_c = 0; \quad b\vec{\psi}_p + \sum_{j=1}^{g} b_j \vec{\psi}_{pj} + R_p \vec{i}_p - \vec{u}_p = 0; \tag{7}$$

$$M + M_в - J(b\omega + \sum_{j=1}^{g} b_j \omega_j) = 0; \quad \omega = b\gamma + \sum_{j=1}^{g} b_j \gamma_j, \tag{8}$$

де $\vec{i}_c$, $\vec{i}_p$, γ, $\vec{\psi}_c$, $\vec{\psi}_p$, M, ω – невідомі значення змінних стану в моменті t; $\vec{u}_c$, $\vec{u}_p$, $M_в$ – відомі значення вимушувальних сил у моменті t; γ_j, $\vec{\psi}_{cj}$, $\vec{\psi}_{pj}$, ω_j – обчислені на попередніх g кроках інтегрування значення змінних γ, $\vec{\psi}_c$, $\vec{\psi}_p$, ω в моментах $t_g < t_{g-1} < \ldots < t_1$; b, b_j (j=1,...,g) – коефіцієнти, що визначаються сукупністю значень t, t_1,..., t_g.

Система алгебричних рівнянь (6) – (8) складається з 15 рівнянь і містить значення невідомих $\vec{i}_c$, $\vec{i}_p$, γ, $B_п$, $\vec{B}_{сд}$, $\vec{H}_{сд}$, $\vec{B}_{рд}$, $\vec{H}_{рд}$, $\vec{B}_{\delta д}$, $\vec{F}_{\delta д}$, $\vec{F}_{zд}$, $\vec{\psi}_c$, $\vec{\psi}_p$, M, ω у моменті t. До її розв'язування застосуємо метод Ньютона.

Лінеаризована система рівнянь на і-й ітерації методу Ньютона має вигляд

$$Д\Delta\vec{F}_{\delta д}^{\langle i\rangle} + Д\Delta\vec{F}_{zд}^{\langle i\rangle} - \frac{r_c}{p_м}\Delta\vec{H}_{сд}^{\langle i\rangle} + \frac{r_p}{p_м}\Delta\vec{H}_{рд}^{\langle i\rangle} = -\vec{f}_{m1}^{\langle i-1\rangle}; \quad \frac{r_c}{p_м}\vec{I}_G \Delta\vec{H}_{сд}^{\langle i\rangle} = -f_{m2}^{\langle i-1\rangle};$$

$$\Delta\vec{B}_{\delta д}^{\langle i\rangle} = \frac{1}{c_c} Д\Delta\vec{B}_{сд}^{\langle i\rangle}; \quad \Delta\vec{B}_{рд}^{\langle i\rangle} = \vec{c}_1 \Delta B_п^{\langle i\rangle} - c\Delta\vec{B}_{сд}^{\langle i\rangle};$$

$$\Delta\vec{F}_{\delta д}^{\langle i\rangle} = \frac{1}{\mu_0}\delta_д k_{\delta д}\Delta\vec{B}_{\delta д}^{\langle i\rangle}; \quad \Delta\vec{F}_{zд}^{\langle i\rangle} = \rho_{zд}^{\langle i-1\rangle}\Delta\vec{B}_{\delta д}^{\langle i\rangle}; \quad \Delta\vec{H}_{сд}^{\langle i\rangle} = \nu_{сд}^{\langle i-1\rangle}\Delta\vec{B}_{сд}^{\langle i\rangle}; \quad \Delta\vec{H}_{рд}^{\langle i\rangle} = \nu_{рд}^{\langle i-1\rangle}\Delta\vec{B}_{рд}^{\langle i\rangle},$$

$$\Delta\vec{\psi}_c^{\langle i\rangle} = L_{\sigma c}\Delta\vec{i}_c^{\langle i\rangle} + q_{сд} n_{сд}\Delta\vec{B}_{сд}^{\langle i\rangle}; \tag{9}$$

$$\Delta\vec{\psi}_p^{\langle i\rangle} = L_{\sigma p}\Delta\vec{i}_p^{\langle i\rangle} + q_{рд} n_{рд} e^{-p\gamma^{\langle i-1\rangle}Д_т}\Delta\vec{B}_{сд}^{\langle i\rangle} - pq_{рд} n_{рд} e^{-p\gamma^{\langle i-1\rangle}Д_т} Д_т \vec{B}_{сд}^{\langle i-1\rangle}\Delta\gamma^{\langle i\rangle};$$

$$\Delta M^{\langle i\rangle} = -c_{мд}\vec{i}_{ст}^{\langle i-1\rangle} n_{сд}\Delta\vec{B}_{\delta д}^{\langle i\rangle} - c_{мд}\vec{B}_{\delta дт}^{\langle i-1\rangle} n_{сдд}\Delta\vec{i}_c^{\langle i\rangle}$$

$$b\Delta\vec{\psi}_c^{\langle i\rangle} + R_c\Delta\vec{i}_c^{\langle i\rangle} = -\vec{f}_c^{\langle i-1\rangle}; \quad b\Delta\vec{\psi}_p^{\langle i\rangle} + R_p\Delta\vec{i}_p^{\langle i\rangle} = -\vec{f}_p^{\langle i-1\rangle};$$

$$\Delta M^{\langle i\rangle} - Jb\Delta\omega^{\langle i\rangle} = -f_м^{\langle i-1\rangle}; \quad \Delta\omega^{\langle i\rangle} = b\Delta\gamma^{\langle i\rangle},$$

де $\Delta\vec{i}_c^{\langle i\rangle}$, $\Delta\vec{i}_p^{\langle i\rangle}$, $\Delta\gamma^{\langle i\rangle}$, $\Delta B_п^{\langle i\rangle}$, $\Delta\vec{B}_{сд}^{\langle i\rangle}$, $\Delta\vec{H}_{сд}^{\langle i\rangle}$, $\Delta\vec{B}_{рд}^{\langle i\rangle}$, $\Delta\vec{H}_{рд}^{\langle i\rangle}$, $\Delta\vec{B}_{\delta д}^{\langle i\rangle}$, $\Delta\vec{F}_{\delta д}^{\langle i\rangle}$, $\Delta\vec{F}_{zд}^{\langle i\rangle}$, $\Delta\vec{\psi}_c^{\langle i\rangle}$, $\Delta\vec{\psi}_p^{\langle i\rangle}$, $\Delta M^{\langle i\rangle}$, $\Delta\omega^{\langle i\rangle}$ – поправки невідомих на *i*-й ітерації; $\vec{f}_{m1}^{\langle i-1\rangle}$, $f_{m2}^{\langle i-1\rangle}$, $\vec{f}_c^{\langle i-1\rangle}$, $\vec{f}_p^{\langle i-1\rangle}$, $f_м^{\langle i-1\rangle}$ – значення нев'язок

$$\vec{f}_{m1} = Д\vec{F}_{\delta д} + Д\vec{F}_{zд} - \frac{r_c}{p_м}\vec{H}_{сд} + \frac{r_p}{p_м}\vec{H}_{рд} + n_{сдт}\vec{i}_c / a_c + e^{-p_м\gamma Д} n_{рдт}\vec{i}_p / a_p;$$

$$f_{m2} = \vec{I}_G(\frac{r_c}{p_м}\vec{H}_{сд} - n_{сдт}\vec{i}_c / a_c - n_{рдт}\vec{i}_p / a_p);$$

$$\vec{f}_c = b\vec{\psi}_c + \sum_{j=1}^{g} b_j\vec{\psi}_{cj} + R_c\vec{i}_c - \vec{u}_c; \quad \vec{f}_p = b\vec{\psi}_p + \sum_{j=1}^{g} b_j\vec{\psi}_{pj} + R_p\vec{i}_p - \vec{u}_p;$$

$$f_м = M + M_в - J(b\omega + \sum_{j=1}^{g} b_j\omega_j),$$

обчислені за (*i*–1)-м наближенням невідомих;

$\nu_{сд}^{\langle i-1\rangle}$, $\nu_{рд}^{\langle i-1\rangle}$, $\rho_{zд}^{\langle i-1\rangle}$ – значення матриць

$$\nu_{сд}=\frac{d\vec{H}_{сд}}{d\vec{B}_{сд}}=\mathrm{diag}\left(\frac{dH_{c1}}{dB_{c1}},...,\frac{dH_{cN}}{dB_{cN}}\right)=\mathrm{diag}\left(\nu_{c1},...,\nu_{cN}\right);$$

$$\nu_{рд}=\frac{d\vec{H}_{рд}}{d\vec{B}_{рд}}=\mathrm{diag}\left(\frac{dH_{p1}}{dB_{p1}},...,\frac{dH_{pN}}{dB_{pN}}\right)=\mathrm{diag}\left(\nu_{p1},...,\nu_{pN}\right);$$

$$\rho_{zд}=\frac{d\vec{F}_{zд}}{d\vec{B}_{\delta д}}=\mathrm{diag}\left(\frac{dF_{z1}}{dB_{\delta 1}},...,\frac{dF_{zN}}{dB_{\delta N}}\right)=\mathrm{diag}\left(\rho_{z1},...,\rho_{zN}\right),$$

обчислені за (*i*–1)-м наближенням невідомих $\vec{B}_{сд}$, $\vec{B}_{рд}$, $\vec{B}_{\delta д}$.

Лінійну систему рівнянь (9) зводимо до вигляду

$$A^{\langle i-1\rangle}\Delta\vec{X}_{п}^{\langle i\rangle}=-\vec{f}^{\langle i-1\rangle}, \tag{10}$$

де $\vec{f}^{\langle i-1\rangle}$, $A^{\langle i-1\rangle}$ – значення вектора нев'язок $\vec{f}=\lfloor \vec{f}_{м1} \quad f_{м2} \quad \vec{f}_{c} \quad \vec{f}_{p} \quad f_{м} \rfloor_{т}$ і матриці

$$A=\begin{bmatrix} \frac{n_{сдт}}{a_c} & \frac{e^{-p_м\gamma Д}n_{рдт}}{a_p} & -\frac{p_м e^{-p_м\gamma Д}Дn_{рдт}\vec{i}_p}{a_p} & \frac{r_p}{p_м}\nu_{рд}\vec{c}_1 & Д(\frac{\delta_д k_{\delta д}}{\mu_0 c_c}+\frac{\rho_{zд}}{c_c})Д-\frac{r_c}{p_м}\nu_{сд}-\frac{r_p}{p_м}\nu_{рд} \\ -\frac{\vec{I}_G n_{сдт}}{a_c} & -\frac{\vec{I}_G n_{рдт}}{a_p} & 0 & 0 & \frac{r_c}{p_м}\vec{I}_G\nu_{сд} \\ bL_{\sigma c}+R_c & 0 & 0 & 0 & bq_{сд}n_{сд} \\ 0 & bL_{\sigma p}+R_p & -bp_м q_{рд}n_{рд}e^{-p\gamma Д_т}Д_т\vec{B}_{сд} & 0 & bq_{рд}n_{рд}e^{-p_м\gamma Д_т} \\ -c_{мд}\vec{B}_{\delta дт}n_{сдт} & 0 & -Jb^2 & 0 & -\frac{c_{мд}}{c_c}\vec{i}_{ст}n_{сд}Д \end{bmatrix},$$

обчислені за (*i*–1)-м наближенням невідомих;

$$\Delta\vec{X}_{п}^{\langle i\rangle}=\lfloor \Delta\vec{i}_{c}^{\langle i\rangle} \quad \Delta\vec{i}_{p}^{\langle i\rangle} \quad \Delta\gamma^{\langle i\rangle} \quad \Delta B_{п}^{\langle i\rangle} \quad \Delta\vec{B}_{сд}^{\langle i\rangle} \rfloor_{т}$$

– вектор поправок первинних невідомих на і-й ітерації.

Утворимо вектор $\vec{X}_{в}=\left[\vec{H}_{сд} \quad \vec{B}_{рд} \quad \vec{\vec{H}}_{рд} \quad \vec{B}_{\delta д} \quad \vec{F}_{\delta д} \quad \vec{F}_{zд} \quad \vec{\psi}_{c} \quad \vec{\psi}_{p} \quad M \quad \omega\right]_{т}$, який назвемо вектором вторинних невідомих.

На *і*-й ітерації розв'язування нелінійної системи алгебричних рівнянь (9) необхідно виконати такі операції:

- за (*i*–1)-м наближенням невідомих обчислити значення $A^{\langle i-1\rangle}$ матриці A і значення $\vec{f}^{\langle i-1\rangle}$ вектора $\vec{f}$ нев'язок;
- розв'язати числовим методом лінійну систему алгебричних рівнянь (10);
- обчислити і-те наближення первинних невідомих за формулою

$$\vec{X}_{п}^{\langle i\rangle}=\vec{X}_{п}^{\langle i-1\rangle}+\Delta\vec{X}_{п}^{\langle i\rangle};$$

- обчислити *і*-те наближення вторинних невідомих безпосередньо за тими рівняннями системи (6), (8), які розв'язані відносно цих невідомих.

Висновки

Опрацьована математична модель асинхронного двигуна з ексцентриситетом робота з урахуванням насичення основного магнітного кола та вищих просторових гармонік МРС дозволяє досліджувати поведінку двигуна в перехідних процесах, усталених режимах, здійснити оцінку впливу ексцентриситету на статичні характеристики. Модель можна використовувати у діагностуванні для вироблення методів оцінки ступеня ексцентриситету ротора.

1. Фильц Р.В. Дискретные аналоги дифференциальных операторов и их применение в задачах электромеханики // Изв. вузов. Электромеханика. – 1990. – № 3. – С. 5–11. 2. Фильц Р.В. Математические основы теории электромеханических преобразователей. – К.: Наук. думка, 1979. – 208 с. 3. Фильц Р. В. Оператор сдвига и его применение в задачах электромеханики // Изв. Вузов. Электромеханика. – 1991. – № 4. – С. 5–12. 4. Шуйский В. Расчет электрических машин. – Л.: Энергия, 1968. – 731 с. 5. Arash Kiyoumarsi, Mohammad Reza Hassan Zadeh A new analytical technique for analysis of the rotor eccentricity in rotating electrical machines. – International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics. – 2009. –Vol. 30, № 1–2. – P. 83–93. 6. Dorrell D.G. Calculation of unbalanced magnetic pull in small cage induction motors with skewed rotors and dynamic rotor eccentricity // IEEE Trans. on Energy Conversion. – 1996. – Vol. 11, № 3. – P. 483–488. 7. Toliyat H.A., Arefeen M.S., Parlos A.G. A method for dynamic simulation of air-gap eccentricity in induction machines // IEEE Trans. on Industry Application. – 1996. – Vol. 32, № 4. – P. 910–918. 8. Wazecha A., Weinreb K., Wegiel T. Modyfikacja funkcji permeancji szczeliny powietrznej uwzgledniajaca efekty nasyceniowe w silniku asynchronicznym z ekscentrycznoscia wirnika // Zeszyty naukowe Politechniki Slaskiej, Seria Elektryka. – 2001. – Nr. 177. – S. 113–120.

УДК 621.3.011.72

Ю.Я. Козак, Я.С. Паранчук, І.І. Васильчишин
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра ТЗЕ, ЕАП

МАКРОМОДЕЛЬ КОНДЕНСАТОРНОГО ЕЛЕКТРОДВИГУНА ДЛЯ МИТТЄВИХ ЗНАЧЕНЬ СТРУМІВ ТА НАПРУГ

Розглянуто побудову нелінійної макромоделі конденсаторного однофазного асинхронного двигуна.

Макромодель розроблено на основі експериментально отриманих перехідних характеристик, зумовлених дією електричних і механічних збурень. Розглядається побудова лінійної та нелінійної математичних макромоделей в координатах миттєвих значень струмів та напруг, механічного моменту на валу та кутової швидкості обертання ротора.

The extract describes formation of nonlinear macromodel of AC single phase condenser motor.

The macromodel is formed based on experimental readings from transient characteristics caused by change in mechanical and electrical motor data. A formation of linear and nonlinear math macromodels is described using instant values of voltage and current, shaft mechanical torque and rotor rpm.

Постановка задачі

Проблема моделювання складних електромеханічних систем загалом сьогодні є доволі актуальною. У статті запропоноване моделювання на основі співвідношення вхід-вихід, тобто лише за вхідними та вихідними величинами в вигляді “чорної скриньки”. Створена з достатньою точністю макромодель однофазного асинхронного двигуна в координатах миттєвих значень струмів та напруг, механічного моменту на валу та кутової швидкості обертання ротора.