

підставі системи інтегральних рівнянь, яка описує процес у колі, безпосередньо записати лінійну систему алгебраїчних рівнянь з невідомими коефіцієнтами усіх функцій, що входять до розв'язку задачі, і розв'язати ці рівняння числово. Він є з математичного погляду простим, а його практична реалізація є менш трудомісткою порівняно з операторним методом.

1. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров. – М., 1965. 2. Блажкевич Б.І. Основи теорії лінійних електричних кіл. – К. 1964.

УДК 621.313

В. Чабан, В. Гнатюк

Національний університет “Львівська політехніка”, кафедра ТЗЕ

АЛГОРИТМ РОЗРАХУНКУ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ ГЛИБОКОПАЗНИХ АСИНХРОННИХ МОТОРІВ

© Чабан В., Гнатюк В., 2001

Запропоновано математичну модель глибокопазного асинхронного мотора з прямокутними і фігурними пазами. Метод ґрунтується на інтегруванні диференціальних рівнянь із звичайними і частинними похідними, записаних розв'язаними стосовно часових похідних невідомих струмів, проєкцій вектора напруженості магнетного поля або вектор-потенціалу електромагнетного поля і кутової швидкості. Просторова дискретизація рівнянь вектора напруженості магнетного поля здійснюється за методом скінченних різниць, а вектор-потенціалу електромагнетного поля – за методом скінченних елементів. Наведені вирази граничних умов для обох рівнянь з частинними похідними.

The mathematical model of the deep-bar asynchronous motor with rectangular and figure slots is offered. The method is based on the integration of differential equations with ordinary and partial derivatives written relatively the unknown currents time derivatives, a magnetic intensity vector projections or vector potential of electromagnetic field and angular velocity. The spatial discretization of the equations of the magnetic intensity vector is carried out with the help of a finite difference method, and a spatial discretization of electromagnetic field vector potential equations is done by the finite element method. The boundary conditions expressions for both equations with partial derivatives are presented.

Задача побудови спрощених математичних моделей глибокопазних асинхронних моторів як елементів складних електромеханічних систем належить до найактуальніших проблем математичного моделювання. Аналіз показує, що найдоцільніше тут скористатися ідеєю поєднання методів теорії електромагнетних кіл і електромагнетного поля. Диферен-

ціяльні рівняння такої математичної моделі є порівняно найпростіші і достатньо глибоко описують реальний електромеханічний процес. Крім того, їх завжди можна записати в нормальній формі Коші, а це суттєво спрощує алгоритм їх інтегрування, підвищує стійкість обчислювального процесу і точність розрахунку. Такі моделі вперше уможливили аналіз тривалих перехідних процесів, що надзвичайно важливо з погляду практики. Саме завдяки цим особливостям дані моделі можна реально використати в ролі математичних моделей елементів складних електромеханічних систем.

Диференціальні рівняння електромагнетного стану мотора запишемо у вигляді

$$\begin{aligned}\frac{di_s}{dt} &= A_s(u_s - R_s i_s) + A_{sR}(\Omega \Psi_R - R_R i_R - V); \\ \frac{di_R}{dt} &= A_{RS}(u_s - R_s i_s) + A_R(\Omega \Psi_R - R_R i_R - V),\end{aligned}\quad (1)$$

де i_s, i_R – колонки струмів статора і перетворених струмів ротора

$$i_s = (i_{sA}, i_{sB})_t; \quad i_R = (i_{RA}, i_{RB})_t, \quad (2)$$

u_s – колонка напруг статора

$$u_s = (U_m \sin(\omega t + \varphi), U_m \sin(\omega t - 120 + \varphi)), \quad (3)$$

A_s, A_{sR}, A_{RS}, A_R – матриці коефіцієнтів

$$\begin{aligned}A_s &= (\alpha_s - \alpha_s^2 / \lambda) \text{diag}(1, 1); \quad A_{sR} = A_{RS} = (-\alpha_s \alpha_R) / \lambda \text{diag}(1, 1); \\ A_R &= (\alpha_R - \alpha_R^2 / \lambda) \text{diag}(1, 1); \quad \lambda = \alpha_s + \alpha_n + \alpha_m,\end{aligned}\quad (4)$$

причому α_s, α_R – обернені індуктивності розсіювання обмоток статора й ротора; α_m – основна обернена індуктивність машини; R_s, R_R, Ω – матриці опорів і кутової швидкості

$$R_s = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2r_{sA} + r_{sC} & r_{sC} - r_{sB} \\ r_{sC} - r_{sB} & 2r_{sB} + r_{sC} \end{bmatrix}; \quad R_R = \begin{bmatrix} r_R & \\ & r_R \end{bmatrix}; \quad \Omega = \frac{\omega}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

причому r_{sA}, r_{sB}, r_{sC} – сумарні опори фаз обмотки статора; r_R – еквівалентний опір обмотки ротора; ω – кутова швидкість обертання ротора в ел. рад/с; Ψ – колонка повних потокозчеплень ротора

$$\Psi = \left(\frac{1}{\alpha_m} (i_{sA} + i_{RA}) + \frac{1}{\alpha_R} i_{RA}, \frac{1}{\alpha_m} (i_{sB} + i_{RB}) + \frac{1}{\alpha_R} i_{RB} \right)_t; \quad (6)$$

V – колонка напруг пазових частин ротора

$$V = l_{\Pi} (E_A, E_B)_t, \quad (7)$$

причому E_A, E_B – еквівалентні напруженості електричного поля на поверхні пазових частин обмотки ротора, l_{Π} – довжина пазової частини провідника ротора. Обчислення E_A й E_B пов'язане з інтегруванням рівнянь електромагнетного поля в пазовій зоні провідника ротора.

Якщо прийняти $V = 0$, то одержимо рівняння звичайного мотора. Якщо $V \neq 0$, то маємо рівняння глибокопазного мотора, у такому разі треба з ідуктивности розсіювання й опору

обмотки ротора відняти їх пазові компоненти

$$\alpha_R = \frac{1}{L_{\sigma R} - L_{\sigma RI}}; \quad r_R = r_R - r_{PIR}, \quad (8)$$

де $L_{\sigma R}$ – індуктивність розсіювання обмотки ротора; $L_{\sigma RI}$ – індуктивність пазового розсіювання обмотки ротора.

Обчислення E_A та E_B здійснюється двояко для випадків глибокого паза з прямокутними стінками й фігурних пазів. Перший випадок значно простіший, бо розв'язується одновимірною просторовою задачею електродинаміки, у другому маємо складніший випадок – двовимірну просторову задачу. У випадку прямокутного паза інтегруємо рівняння квазістаціонарного поля вектора напруженості магнетного поля $\mathbf{H} = y_0 H$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\mu\gamma} \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} - \Omega H; \quad E = -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial H}{\partial z} \Big|_{z=0}, \quad (9)$$

причому $H = (H_A, H_B)_t$; $E = (E_A, E_B)_t$; μ – приведена магнетна проникність; γ – приведена електропровідність провідника; z – просторова координата, скерована вглиб паза з початком на поверхні провідника; a – ширина паза; h – глибина паза.

Крайові умови для (9) знаходимо за законом повного струму

$$H(0, t) = \frac{i_R}{a}; \quad H(h, t) = 0. \quad (10)$$

Просторову дискретизацію (9) здійснюємо за методом скінченних різниць з просторовим кроком Δz

У випадку фігурного паза інтегруємо рівняння квазістаціонарного поля вектора $\mathbf{A} = x_0 \mathbf{A}$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \frac{1}{\mu\gamma} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial z^2} \right) - \Omega \mathbf{A}; \quad E = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \Big|_{y, z \in \Gamma}, \quad (11)$$

причому $\mathbf{A} = (A_A, A_B)_t$; Γ – границя області інтегрування обмеженої поперечним перерізом паза в зоні розкриття.

Інтегрування (11) здійснюється за методом скінченних елементів з дотриманням крайових умов*

$$F_r^m(r = i, j, k) = \begin{cases} \frac{i}{a} \Gamma^{(m)}, & \text{if } r \in \Gamma; \\ 0, & \text{if } r \notin \Gamma, \end{cases} \quad (12)$$

де $F_r^{(m)}$ – колонка вільних членів m -го трикутного елемента з вершинами i, j, k .

Диференціальні рівняння електромагнетного стану (1), (9), або (1), (11) треба доповнити рівнянням механічного руху

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{p}{J} \left(\frac{\sqrt{3}p}{\alpha_m} (i_{RA} i_{SB} - i_{RB} i_{SA}) - M(\omega) \right), \quad (13)$$

де p – кількість пар магнетних полюсів; J – момент інерції ротора; $M(\omega)$ – момент навантаження.

* Чабан В. Математичне моделювання електромеханічних процесів. – Львів, 1997. – 344 с.

Сумісному інтегруванню підлягає повна система нелінійних диференціальних рівнянь (1), (9), (13) або (1), (11), (13). У процесі просторової дискретизації (9), (11) ми приходимо до системи звичайних диференціальних рівнянь вигляду

$$\frac{dx}{dt} = Cx + D, \quad (14)$$

де x – колонка дискретних значень H_A, H_B , або A_A, A_B ; C – стала матриця коефіцієнтів дискретизації; D – колонка граничних умов. Як правило ця система не є високого порядку.

Отже, математична модель глибокопазного асинхронного мотора складається з системи нелінійних диференціальних рівнянь (1), (13), (14), заздалегідь записаних у нормальній формі Коші. Такий запис суттєво спрощує їх числове інтегрування, оскільки відсутня процедура обертання будь-яких матриць коефіцієнтів. Саме цей фактор є вирішальним при використанні запропонованих моделей як моделей елементів реальних електромеханічних систем.

Метод одержав успішну апробацію під час комп'ютерної симуляції перехідних і усталених процесів глибокопазних асинхронних моторів як при індивідуальній праці, так і в складі електромеханічних систем.

УДК 621.314

М.А. Яцун

Національний університет “Львівська політехніка”, кафедра ЕМА

ЕЛЕКТРОМАГНІТНА СИЛА ДІЇ НА ВАЛ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА ВІД ДЕФЕКТУ У СТРИЖНІ КОРОТКОЗАМКНЕНОЇ КЛІТКИ РОТОРА

© Яцун М.А., 2001

Визначене миттєве значення електромагнітної сили, що діє на вал асинхронного двигуна від дефекту у стрижні короткозамкненої клітки ротора

Instantaneous value electromagnetic force, which is taking effect on the shaft induction motor from the defect in the bar at the squirrel-cage rotor winding, has been determined

Приймаємо припущення, що напруга живлення і струм неробочого ходу при незначному порушенні симетрії короткозамкненої клітки ротора залишаються незмінними. Стан магнітної системи будемо враховувати коефіцієнтом насичення. Аналіз проводитимемо за основними (першими) гармоніками всіх величин.

Струм неробочого ходу (i_0) створює обертову магніторушійну силу (МРС), значення якої на один полюс за першою гармонікою у точці повітряного проміжку з координатою x $F_0 = (0,45/p)mI_0w_1K_{061}\sin(\omega t + \pi x/\tau)$, де відлік координати x (кута $\alpha = \pi x/\tau$) береться від осі