

В. Різник*, О. Бандирська, Д. Скрибайло-Леськів

*Аграрно-технічна академія в м. Бидгощ (Республіка Польща),
Національний університет "Львівська політехніка"
кафедра автоматизованих систем управління

СИНТЕЗ НЕРЕГУЛЯРНИХ ОПТИМІЗОВАНИХ КОДІВ НА ІДЕАЛЬНИХ КІЛЬЦЕВИХ В'ЯЗАНКАХ

© Різник В., Бандирська О., Скрибайло-Леськів Д., 2006

Показано можливість застосування нового класу комбінаторних числових моделей – "ідеальних кільцевих в'язанок" та їхніх графічних інтерпретацій для синтезу оптимальних нерегулярних імпульсних кодових сигналів за такими критеріями, як мінімізація рівня максимального бічного пелюстка функції автокореляції та мінімізація довжини кодової послідовності. Наведено приклади побудови таких сигналів на основі вищезгаданих комбінаторних моделей.

It is shown possibility for application new class of combinatorial numerical models, namely "Ideal Ring Bundles" and its graphics for synthesis of non-regular optimal pulse signals with respect to minimizing of low side lobe maximum of autocorrelation function and minimization of code sequencing length. There are given examples of constructing the signals, based on the underlying combinatorial models.

Вступ

У сучасних інформаційних технологіях важливого значення набуває проблема синтезу кодових сигналів з високими якісними характеристиками за такими показниками, як інформаційна, структурна та алгоритмічна надмірність. Ця проблема тісно пов'язана з удосконаленням існуючих та створенням нових моделей кодування та перетворення сигналів з високими якісними характеристиками за такими показниками, як роздільна здатність, завадостійкість, кореляційні властивості, довжина кодової послідовності. Пошуки ефективних методів побудови сигналів з добрими кореляційними властивостями обумовлюються актуальністю впровадження нових принципів та методів структурної оптимізації систем кодування інформації, що має велике значення для сучасної телекомунікації та радіолокації. Основною вимогою до сигналів є мінімізація бокових пелюстків функції автокореляції для заданого коефіцієнта стиснення.

Огляд літературних джерел

Прості сигнали, що мають добрі кореляційні властивості, – це так звані бінарні фазо-керовані коди (або ВФ-коди), в яких несуча фаза модулюється в конкретних моментах часу з використанням моделі прямокутних імпульсів сигналу. Довжина імпульсів дорівнює відріzkу часу дискретизації τ_0 , а фаза між імпульсами набуває значень нуля або π [1]. Періодичною функцією автокореляції [2] називають функцію автокореляції одного періоду модуляції бінарного фазо-керованого сигналу, побудованого на основі N-позиційного коду

$$\mu = \{\mu_i : i = 0, 1, \dots, N-1\}.$$

Ця функція має такий вигляд:

$$R_\mu(m) = \sum_{i=0}^{N-1} \mu_i \mu_{i+m}, \quad (1)$$

де $m = \tau / \tau_0$ – задане число, ($\tau > \tau_0$); τ – величина часового зсуву ВФ-коду.

Періодичною функцією автокореляції коду μ називають однорівневою, якщо $R_\mu(m), m \equiv 0 \pmod{N}$ набуває лише одного значення. Якщо $R_\mu(m), m \equiv 0 \pmod{N}$ набуває двох значень — функцію називаємо дворівневою [2]. Можна розглядати також p -рівневі періодичні функції автокореляції ($p > 2$).

Якщо для заданого числа m у формулі (1) позначити через λ_m кількість многочленів типу $(+1) \cdot (+1)$, а k — кількість символів “1” в періоді коду μ , то загальна кількість многочленів типу $(-1) \cdot (+1)$ та $(+1) \cdot (-1)$ дорівнює $k - \lambda_m$, а типу $(-1) \cdot (-1)$ обчислюється за формулою:

$$N - 2(k - \lambda_m) - \lambda_m. \quad (2)$$

Виходячи з того, що многочлени $(+1) \cdot (+1)$ та $(-1) \cdot (-1)$ генерують у формулі (1) числа “1”, а числа типу $(+1) \cdot (-1)$ та $(-1) \cdot (+1)$ — числа “-1”, формулу можна записати так:

$$R_\mu(m) = N - 4(k - \lambda_m). \quad (3)$$

У випадку однорівневої періодичної функції автокореляції

$$\begin{aligned} R_\mu(m) &= R = N - 4(k - \lambda) \\ \lambda(N - 1) &= k(k - 1) \end{aligned} \quad (4)$$

Формули (1)–(4) взято з праці [1], в якій доведено, що дослідження розгляданого коду з однорівневою функцією автокореляції вимагає використання апарату теорії різницевих множин [3].

Різницевою множиною

$$D = \{d_1, d_2, \dots, d_k\} \quad (5)$$

називають сукупність K цілих чисел за модулем N , в якій різниця $d_i - d_u \pmod{N}$, $i \neq u$, $i, u = 1, 2, \dots, k$ набуває значень кожного з елементів числового масиву $1, 2, \dots, N-1$ λ разів [3].

Постановка проблеми

Використання апарату теорії різницевих множин вимагає методології алгебричної теорії груп та теорії полів Галуа, тобто спеціалізованої алгебри з використанням апарату теорії чисел. Окрім того, існує велика кількість варіантів і умов існування, як і неіснування таких множин, тобто в одних випадках, з певним набором параметрів в дослідженні множини, побудова є можливою, в інших випадках – неможливою. У кінцевому випадку є безкінечна кількість варіантів задання параметрів, для яких не існує методу пошуку законів існування (або неіснування) відповідних різницевих множин.

На основі попереднього твердження можна дійти висновку, що використання різницевих множин для дослідження та побудови телекомунікаційних сигналів з добрими кореляційними властивостями є доволі складним та вимагає багато часу для знаходження відповідних параметрів. Тому доцільно знайти простіші методики для ефективного розв’язання поставленої задачі.

Розв’язати поставлену задачу можна за допомогою методики за теорією кільцевих в’язанок, яку описано нижче.

Ідеальна кільцева в’язанка та її властивості

Розглянемо послідовність цілих додатних чисел $k_1, k_2, \dots, k_n$, розміщених так, щоб останній елемент масиву k_n , прилягав до першого елемента, тобто до k_1 .

Введемо поняття суми кільця (СК), яку визначають за формулою:

$$S = S(p_j, q_j) = \begin{cases} \sum_{i=p_j}^{q_j} k_i & p_j \leq q_j \\ \sum_{i=p_j}^n k_i + \sum_{i=1}^{q_j} k_i & p_j > q_j \end{cases} \quad (6)$$

де $p_j, q_j \in \{1, 2, \dots, n\}$, $j = 1, 2, \dots, n(n-1)$.

Для обчислення всіх можливих кільцевих сум за формулою (6) наочнішим є подання всіх сум у вигляді таблиці:

Таблиця 1

Кільцеві суми

p_j	q_i							
	1	2	...	$l-1$	1	...	$n-1$	n
1	k_1	$\sum_{i=1}^2 k_i$	...	$\sum_{i=1}^{l-1} k_i$	$\sum_{i=1}^l k_i$	...	$\sum_{i=1}^{n-1} k_i$	$\sum_{i=1}^n k_i$
2	$\sum_{i=1}^n k_i$	k_2	...	$\sum_{i=2}^{l-1} k_i$	$\sum_{i=2}^l k_i$	...	$\sum_{i=2}^{n-1} k_i$	$\sum_{i=2}^n k_i$
...	...	...	...	...	...	...	...	...
$l-1$	$\sum_{i=l-1}^n k_i + \sum_{i=1}^1 k_i$	$\sum_{i=l-1}^n k_i + \sum_{i=1}^2 k_i$	...	k_{l-1}	$\sum_{i=l-1}^l k_i$	...	$\sum_{i=l-1}^{n-1} k_i$	$\sum_{i=l-1}^n k_i$
1	$\sum_{i=l}^n k_i + \sum_{i=1}^1 k_i$	$\sum_{i=l}^n k_i + \sum_{i=1}^2 k_i$	...	$\sum_{i=1}^{l-1} k_i$	k_1	...	$\sum_{i=1}^{n-1} k_i$	$\sum_{i=1}^n k_i$
...	...	...	...	...	...	...	...	...
$n-1$	$\sum_{i=n-1}^n k_i + \sum_{i=1}^1 k_i$	$\sum_{i=n-1}^n k_i + \sum_{i=1}^2 k_i$	...	$\sum_{i=n-1}^n k_i + \sum_{i=1}^{l-1} k_i$	$\sum_{i=n-1}^n k_i + \sum_{i=1}^l k_i$	...	k_{n-1}	$\sum_{i=n-1}^n k_i$
n	$\sum_{i=n}^n k_i + \sum_{i=1}^1 k_i$	$\sum_{i=n}^n k_i + \sum_{i=1}^2 k_i$	...	$\sum_{i=n}^n k_i + \sum_{i=1}^{l-1} k_i$	$\sum_{i=n}^n k_i + \sum_{i=1}^l k_i$	...	$\sum_{i=n}^{n-1} k_i$	k_n

За табл. 1 легко знайти максимальне значення S різнозначних кільцевих сум:

$$S = n^2 - n + 1. \quad (7)$$

Постає запитання: чи є такі способи встановлення кількості елементів $k_1, k_2, \dots, k_n$, за яким використанням S кільцевих сум вдалось би використати всю послідовність натурального ряду, іншими словами: чи можливо знайти варіанти заповнення табл. 1 натуральними числами з 1 до S за допомогою формули (6)?

Така постановка задачі веде до поняття „зачарованого кільця”, або так званої „ідеальної кільцевої в’язанки”. (ІКВ):

Ідеальною кільцевою в’язанкою називають послідовність чисел $k_1, k_2, \dots, k_n$, на якій всі кільцеві суми вичерпують значення чисел натурального ряду від 1 до $S = n^2 - n + 1$.

Алгоритм побудови ІКВ передбачає виконання таких операцій:

- 1) розбити число $S = n^2 - n + 1$ усіма можливими способами на n неоднакових частин, серед яких обов’язково є числа 1 та 2, рівнозначно розбиттю числа $S-3 = (n+1)(n-2)$ на $n-2$ різних числа, відмінних від числа 1 та 2;
- 2) на кожному розбитті знайти всі незалежні перестановки, причому перестановки $a, b, c, d, \dots, n-1, n; n, a, b, \dots, n-1; \dots$, а також $n, n-1, \dots, d, c, b, a; a, n, n-1, \dots, d, c, b; \dots$ вважають взаємозамінними;
- 3) розмістити знайдені числа в діагональній клітках таблиці, дотримуючись послідовності їх розташування у вибраній перестановці;
- 4) обчислити елементи у всіх останніх клітках за формулами

$$S(l, i+1) = S(l, i) + k_{i+1}, \quad i \neq n, \quad l \neq i+1;$$

$$S(l, 1) = S(l, n) + k_1, \quad l \neq 1$$

Знайдена перестановка утворює ідеальне кільце, якщо всі числа таблиці кільцевих сум на послідовності, що відповідає цій перестановці, за винятком розміщених безпосередньо ліворуч від діагоналі, не однакові.

Наприклад, для побудови ІКВ четвертого порядку ($n=4$), за формулою (7) знаходимо $S=13$, розбиваючи число $S-(1+2)=10$ на $n-2=2$ неодиначкові частини, відмінні від 1 та 2, отримуємо дві числові множини:

$$\{1,2,3,7\} \text{ і } \{1,2,6,4\}$$

Вибираємо з першої множини послідовність (1,3,2,7), а з другої – (1,2,6,4).

Суми, побудовані на основі числових кілець, наведено у табл. 2 та 3.

Таблиця 2

Кільцеві суми, основані на (1, 3, 2, 7)

P_j	Q_j			
	1	2	3	4
1	1	4	9	13
2	13	3	5	12
3	10	13	2	10
4	8	11	13	7

Таблиця 3

Кільцеві суми, основані на (1, 2, 6, 4)

P_j	Q_j			
	1	2	3	4
1	1	3	9	13
2	13	2	8	12
3	11	13	6	10
4	5	7	13	4

У табл. 2 і 3 записані всі числа натурального ряду від 1 до $S = 13$, тому числові послідовності (1, 3, 2, 7) і (1, 2, 6, 4) є двома варіантами ІКВ четвертого порядку.

За знайденими ІКВ можна безпосередньо будувати сигнали з добрими кореляційними властивостями.

Побудова сигналів на основі ІКВ

Для побудови N -позиційного коду на основі однорівневої періодичної автокореляційної функції, для якої $R_\mu(m) = N - 4(k - \lambda), m \neq 0 \pmod{N}$ за допомогою ІКВ $(k_1, k_2, \dots, k_i, \dots, k_n)$, буде достатньо в n позиціях коду $S=N$ -позиційному, що можна обчислити за формулою:

$$x_l = \sum_{i=1}^l k_i \quad l = 1, 2, \dots, n, \quad (8)$$

розмістити символи "1", а в тих, що залишились $(S-n)$ позиціях, – символ "-1".

Наприклад, для побудови коду 13-го порядку з параметрами $k = 4$, $\lambda = 1$, $R_\mu(m) = 1, m \neq 0 \pmod{13}$ на основі ІКВ (1, 3, 2, 7) код $S = 13$ за формулою (7) записуємо як:

$$(1, -1, -1, 1, -1, 1, -1, -1, -1, -1, -1, 1, 1). \quad (9)$$

На основі цього ж самого ІКВ, але записаного навпаки (тобто позиції елементів розташовані у зворотному напрямку, що можна подати як ІКВ (7, 2, 3, 1)), за формулою (8) код матиме такий вигляд:

$$(-1, -1, -1, -1, -1, -1, 1, -1, 1, -1, -1, 1, 1). \quad (10)$$

Легко зауважити, що кожний з отриманих кодів (9) або (10) можна записати $S = 13$ способами, залежно від вибору точки початку, тобто зсуву циклічно всіх символів цього коду.

Наприклад, циклічний зсув коду (9) на одну позицію праворуч:

$$(1, 1, -1, -1, 1, -1, 1, -1, -1, -1, -1, 1, 1). \quad (11)$$

Циклічний зсув коду (10) на дві позиції праворуч:

$$(1, 1, -1, -1, -1, -1, -1, 1, 1, -1, -1, -1). \quad (12)$$

Можна проводити наступні побудови, але вже на основі ІКВ (1,2,6,4).

За описаною методикою можна будувати оптимальні коди за так званою теорією мінімізації.

Згідно з завданням, поставленим у монографії [1], проблема полягає в пошуку $\min L$ за умови

$$|r_{\mu}(m)| < L, m = 1, 2, \dots, N-1, \mu = -1, 1, \text{ де } r_{\mu}(m) = \sum_{i=0}^{N-m-1} \mu_i \mu_{i+m}. \quad (13)$$

Метод ґрунтується на використанні властивостей подібності та залежності поля елементів над $GF(p^n)$, $N = \frac{p^{n-1}}{p-1}$, де p – просте число, n – ціле число [1].

Суть методу зводиться до пошуку первісних незвідних над $GF(p)$ многочленів $f(x)$, побудови $GF(p^n)$, пошуку всіх інверсно ізоморфних різницевих множин, побудови всіх інверсно ізоморфних кодів μ для заданого N , а також пошуку найкращого коду, котрий задовольняє мінімаксий критерій. На жаль, ця методика пов'язана із значними труднощами, оскільки доводиться використовувати математичний апарат теорії спеціальної алгебри.

З використанням ІКВ можна розв'язати цю проблему без використання складного математичного апарату.

Алгоритм побудови оптимального N - позиційного коду на основі ІКВ з використанням мінімаксного критерію формують так:

- 1) побудувати всі можливі варіанти ІКВ для заданого n , де $N=n^2-n+1$;
- 2) за формулою (7) створити код та реалізувати циклічні зсуви;
- 3) знайти оптимальні варіанти згідно з мінімаксий критерієм.

Наприклад, для побудови заданого коду з параметрами $n = 4$, $N = 13$ відшукаємо всі можливі варіанти ІКВ, якими є (1, 2, 6, 4) та (1, 3, 2, 7) та запишемо коди, що відповідають кожному з цих ІКВ:

$$(1, 2, 6, 4): 1, -1, 1, -1, -1, -1, -1, 1, -1, -1, -1, 1; \quad (14)$$

$$(1, 3, 2, 7): 1, -1, -1, 1, -1, 1, -1, -1, -1, -1, -1, 1. \quad (15)$$

Після шестиразового ($l_{opt}=6$) зсуву коду (15) праворуч та запису його у зворотному напрямку отримуємо код:

$$\mu_0 = -1, \mu_1 = 1, \mu_2 = -1, \mu_3 = 1, \mu_4 = -1, \mu_5 = -1, \mu_6 = 1, \mu_7 = 1, \mu_8 = -1, \mu_9 = -1, \mu_{10} = -1, \mu_{11} = -1, \\ \mu_{12} = -1,$$

для якого $\max |r_{\mu}(m)| = 1, m \neq 0$.

Описаний алгоритм поєднує алгоритм побудови будь-якого типу ІКВ для заданого n з алгоритмом оптимізації коду, який ґрунтується на мінімаксий критерії [1].

Графи кодових сигналів

Для більшої наочності побудови кодового сигналу з поліпшеними кореляційними властивостями його доцільно зображати у вигляді кругового нуль-графу з N послідовно пронумерованими вершинами та вписаного в нього n -кутника, вершини якого пронумеровано, згідно з однойменними символами кодового сигналу, наприклад, “+1”, а всі інші вершини цього графа – символами “-1”. На рис.1 наведено граф кодового сигналу, побудований на основі ІКВ (1, 2, 6, 4), а на рис. 2 – на ІКВ (1, 3, 2, 7).

Порівнюючи графи кодових сигналів (рис. 1 та 2), можна побачити, що вершини першого чотирикутника (рис. 1) відповідають номерам $i_1 = 1, i_2 = 2, i_3 = 4, i_4 = 10$ вершин кругового нуль-графу, а другого (рис. 2) – номерам $i_1 = 1, i_2 = 2, i_3 = 5, i_4 = 7$. Розглянувши зазначені вершини в полі вершин кожного з цих графів, легко встановити, що найбільша відносна відстань між сусідніми вершинами чотирикутника дорівнює шести ($l_{\max} = 6$) умовним одиницям (-1). Отже, з погляду

мінімізації довжини кодового сигналу, найкращими серед можливих варіантів є дві послідовності, утворені на ІКВ (1, 3, 2, 7), а саме: (1,1,-1,-1,1,-1,1) та (1,-1,1,-1,-1,1,1).

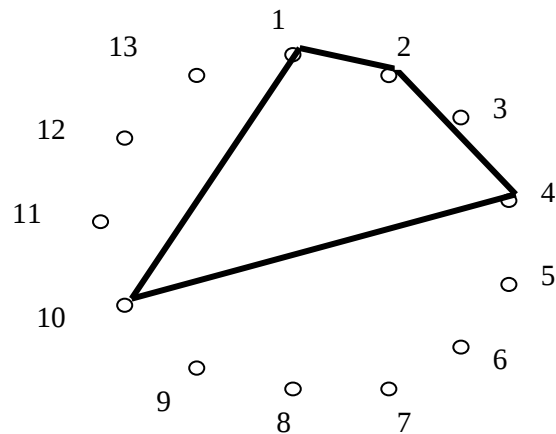


Рис.1. Граф кодового сигналу, побудований на основі ІКВ (1, 2, 6, 4)

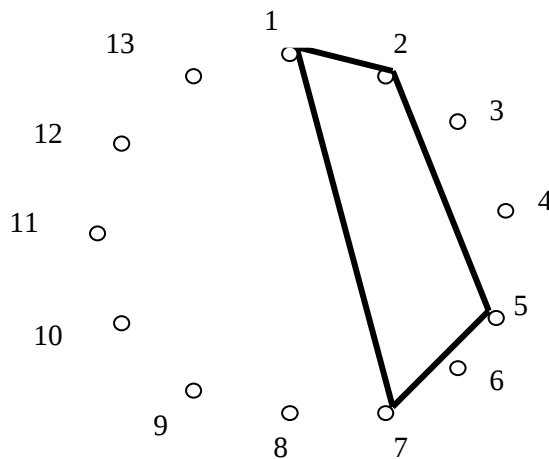


Рис. 2. Граф кодового сигналу, побудований на основі ІКВ (1, 3, 2, 7)

Висновок

З використанням запропонованого методу побудови оптимальних нерегулярних імпульсних кодових сигналів за такими критеріями як мінімізація рівня максимального бічного пелюстка функції автокореляції та мінімізація довжини кодової послідовності на основі ідеальних кільцевих в'язанок (ІКВ) можна спростити задачу, відмовитись від виконання трудомістких операцій, пов'язаних з пошуком неінверсно-ізоморфних коефіцієнтів різницевої множини, а також первісних незвідних над $GF(p^n)$ многочленів степеня n . Застосування графових моделей ІКВ дає змогу спростити обчислення та зробити наочнішою методологію дослідження сигналів. Методика, яка ґрунтується на використанні ідеальних кільцевих в'язанок, відкриває нові можливості для вдосконалення способів побудови кодових сигналів з поліпшеними технічними характеристиками.

1. Сverdlik М.Б., Оптимальные дискретные сигналы. – М.: Сов. радио, 1975. 2. Titsworth R.C. Optimal and minimax sequences, International Telemetry Conference. – 1963. 3. Hall M.Ir., Combinatorial Theory. – N.J., 1969.

ОРГАНІЗАЦІЯ ВІДМОВСТІЙКОСТІ В СИСТЕМАХ ОПРАЦЮВАННЯ СИГНАЛІВ

© Ваврук Є., 2006

Проаналізовано особливості організації відмовостійких систем опрацювання сигналів. Запропоновано відмовостійку систему опрацювання радіолокаційної інформації.

Features of the organization fault-tolerant systems of digital signal processing have been reviewed in this article. Fault-tolerant system of processing information of radar are proposed.

Вступ

Більшість систем опрацювання сигналів (СОС) входять до складу великих технічних комплексів різного призначення і фактично є інформаційно-керуючими системами (ІКС). З іншого боку, різнопланові задачі, частину з яких необхідно розв'язувати в режимі реального часу (РРЧ), можна розглядати за допомогою таких СОС, як ієрархічні обчислювальні системи (ІОС), до складу яких входять ІОС процесори опрацювання сигналів і процесори керування [1].

Складність задач, робота в РРЧ, важкі умови експлуатації та доступу до апаратних засобів бортової апаратури СОС формують підвищені вимоги до контролю і діагностики (КіД) таких систем. Причому, засоби КіД впливають на архітектурні рішення як систем, так і окремих процесорів. ІОС як багатопроцесорні системи потенційно мають властивість живучості [2], що робить актуальним їхнє застосування у спеціальних галузях науки і техніки, зокрема, в радіолокації, сейсмічній і космічній галузях.

Вбудовані засоби програмного і апаратного контролю не дають змоги оцінити правильність виконання комплексної задачі системою опрацювання сигналів [3]. Програмні методи виявлення відмов вимагають значних часових затрат, а апаратний контроль – більшого обсягу додаткового обладнання, що викликає підвищення інтенсивності відмов. Тому застосовують поєднання апаратних і програмних засобів контролю, причому існує проблема контролю правильності функціонування контролюючих засобів КіД.

Отже, можна зробити виновок, що вибір і дослідження шляхів забезпечення відмовостійкої роботи СОС є актуальною задачею як в теоретичному, так і в практичному аспектах.

Методи аналізу і забезпечення відмовостійкості СОС

Необхідно, щоб відмова одного або декількох елементів СОС не спричиняла відмови всієї системи, а лише знижувала її ефективність та якість функціонування. Під ефективністю функціонування в загальному випадку розуміють: міру якості функціонування системи, доцільність використання системи для виконання заданих функцій, ймовірність виконання системою завдання з урахуванням можливого зниження якості її роботи через виникнення часткових відмов [4]. У [5] розглядають поняття ефективної надійності, що визначається як середнє значення величини, що характеризує відносний об'єм і корисність виконуваних системою функцій протягом заданого часу порівняно з граничними можливостями.

Для забезпечення відмовостійкості в системі необхідно передбачити: резервні ресурси (параметричні, інформаційні, часові, програмні, алгоритмічні, апаратні), можливість виявлення і діагностики несправностей, відновлюваність обчислювальних процесів [6].