В целом адаптивный обобщенный критерий дает возможность сблизить оптимизацию по суммарным затратам с оценкой уровня качества. Окончательный выбор варианта выполняется разработчиком с учетом всего комплекса технических, конструкторских и технологических требований и экономической оценки улучшения каждого из показателей качества. Применение проектного синтеза ОКД с адаптацией критерия в системе расчетной оптимизации SAPHOM, снижает общие сроки разработки ОКД и их внедрение в производство, позволяет разрабатывать ОКД с оптимальным комплексом свойств.

1. Брахман Т.Р. Многокритериальность и выбор альтернативы в технике. – М., 1980. – 287 с. 2. Растригин Л.А. Современные принципы управления сложными объектами. – М., 1980. – 232 с 3. Пуйло Г.В., Пирковский С.Н. Проектный синтез однофазных коллекторных двигателей переменного тока // Вісн. НТУ "ХПІ": Зб. наук. праць. Тематичний вип. – 2002. – № 2. – С. 134–137. 4. Цурков В.И., Литвинчев И.С. Декомпозиция в динамических задачах с перекрестными связями: В 2-х ч. – М., 1994. – 176 с. 5. Пуйло Г.В., Пирковский С.Н. Декомпозиционный подход к проектному синтезу однофазных коллекторных двигателей переменного тока. Технічна електродинаміка. Тематичний вип. Ч. 7. – К., 2002. – С. 13–17. 6. Пирковский С.Н. Оценка уровня качества однофазных коллекторных двигателей на стадии проектирования // Тр. Одесского политехн. ун-та. – 2003. – 1(19). – С. 93–96.

УДК 621.313.3.045

Р.Б. Гаврилюк
Івано-Франківський національний
технічний університет нафти і газу

ІНДЕКС СХЕМИ ШАРУ ОБМОТКИ

© Гаврилюк Р.Б., 2003

Пропонується введення показника ваги (індексу) для характеристики як симетричних, так і несиметричних схем шарів обмоток електричних машин змінного струму, що дозволяє на підставі порівняння двох числових індексів встановити еквівалентність або нееквівалентність двох схем, які ми порівнюємо.

The introduction of a weight exponent (index) if proposed to define both symmetrical and asymmetrical layer schemes of the alternative current electrical machines windings that on the basis of comparing two numerical indexes allows to determine either equivalence or non-equivalence of the too schemes, which we compare.

Відомо, що кожного року винаходять, аналізують, порівнюють сотні схем обмоток електричних машин змінного струму. Кожна обмотка складається з одного або декількох шарів, які, як правило, розташовані в рівномірно розподілених вдовж розгортки якоря пазах z. Оскільки в кожному пазу одного шару обмотки ми можемо розмістити елемент (активну сторону котушки), що належить будь-якій фазі m, то кількість всіх несиметричних схем шарів обмоток дорівнює

$$k_{nc} = m^z. \qquad (1)$$

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

До цього часу не визначений теоретично критерій, за яким можна було б вибрати із k_{nc} схем шарів обмоток структурно нееквівалентні., тобто ми звертаємо увагу тільки на те, якій фазі належить елемент. Ця проблема вирішується у цій роботі.

Позначимо множину всіх k_{nc} схем через $\mathbf{\Phi_{nc}}$ і кожний елемент цієї множини через ϕ. Не виникає сумніву, що серед елементів множини $\mathbf{\Phi_{nc}}$ є і еквівалентні схеми шарів обмоток як симетричні, так і несиметричні за своїми електромагнітними властивостями. Наприклад, зміна нумерації пазів не призводить до зміни властивостей обмотки будь-якого елемента множини ϕ. Множина всіх симетричних шарів обмоток $\mathbf{\Phi} \in \mathbf{\Phi_{nc}}$.

Нехай маємо кінцеву множину пазів **Z** і множину всіх фаз **R**. Елементи множини **R** позначимо малими прописними літерами (a, b, c, ...), а їх кількість

$$|\mathbf{R}| = m. \tag{2}$$

З теорії електричних машин відомо, що циклічна заміна чергування фаз не змінює схеми шару обмотки, а "дзеркальна" заміна фаз (для m = 3 заміна місцями двох фаз) призводить до зміни напряму обертання електромагнітного поля і також не призводить до утворення нової схеми шару обмотки (завжди можна вважати, що фази позначені у зворотному порядку). Взаємно-однозначні відображення множин на себе утворюють групу діедра [1]. Ми можемо говорити окремо про групи діедра множини пазів **D** та множини фаз **H**.

Опираючись на наведене вище, можемо стверджувати, що **група діедра** [1, 2], яку позначено через **H**, діючи на множину **R,** не змінює властивості схеми обмотки.

Нехай $\mathbf{h} \in \mathbf{H}$. Вивчимо тепер загальний випадок, коли ця група діедра **H** підстановок множини **R** і еквівалентність відображень визначається за допомогою обох груп **D** і **H.**
Згідно з [1] два відображення $\phi_1 \in \mathbf{\Phi_{nc}}$ і $\phi_2 \in \mathbf{\Phi_{nc}}$ назвемо еквівалентними, $\phi_1 \sim \phi_2$, якщо існують елементи $\mathbf{g} \in \mathbf{D}$ (**g** – підстановка взаємно однозначного відображення множини пазів на себе, а **D** – група діедра таких елементів) і $\mathbf{h} \in \mathbf{H}$, такі, що

$$\phi_1\mathbf{g(d)} = h\phi_2(d) \tag{3}$$

для всіх $\mathbf{d} \in \mathbf{Z}$.

Припустимо, що вже створений алгоритм який дає можливість побудувати, при заданій кількості пазів z несиметричні схеми шарів m – фазних обмоток, тобто будь-які відображення ϕ множини $\mathbf{\Phi_{nc}}$. Нехай маємо два таких відображення $\phi_1 \in \mathbf{\Phi_{nc}}$ і $\phi_2 \in \mathbf{\Phi_{нc}}$ і необхідно порівняти їх між собою. Для цього нам необхідно перебрати всі $\mathbf{h} \in \mathbf{H}$ і всі $\mathbf{g} \in \mathbf{G}$, кожен раз перевіряючи умову (3). Якщо вдасться підібрати таке $\mathbf{h} \in \mathbf{H}$ і $\mathbf{g} \in \mathbf{G}$, що (3) задовольняється, то $\phi_1 \sim \phi_2$, в іншому випадку ϕ_1 і ϕ_2 – нееквівалентні.

Спробуємо оцінити кількість операцій, які можуть бути потрібними для порівняння двох відображень. Для порівняння двох правильних z – кутників необхідно виконати z операцій (порівняння попарного позначення всіх вершин), для зміни позначення вершин багатокутника необхідно виконати також z операцій, поворот багатокутника ми повинні провести 2|G| разів і змінити позначення – 2|H| разів. Максимальна кількість операцій, які прийдеться при цьому здійснити, дорівнює

$$O_m = z*z*2|G|*2|H| = zz2z2m = 4z^3m. \tag{4}$$

Наприклад, при z = 100 і m = 3 одержимо $O_m = 1{,}2*10^7$.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

Якщо врахувати, що $|\mathbf{\Phi_{nc}}|$ досить велике число, то порівняння всіх елементів $\phi \in \mathbf{\Phi_{nc}}$ між собою для виявлення нееквівалентних елементів стає важкою (якщо не безнадійною для сучасних ЦОМ) задачею навіть для не дуже великих значень z.

У зв'язку з наведеним вище доцільно знайти простіший спосіб порівняння двох відображень. Для цього введемо поняття **індексу** (або ваги) **схеми шару обмотки**. Кожному відображенню $\phi \in \mathbf{\Phi_{nc}}$ поставимо у відповідність додатне число $w(\phi)$, яке є функцією ϕ, і яке ми і назвемо **індексом схеми шару обмотки** (ІСШО):

$$w(\phi) = \prod_{j=1}^{m} \psi_j, \tag{5}$$

де j – порядковий номер фази; m – кількість фаз; ψ_j – індекс фази схеми шару обмотки (**ІФСШО**), що дорівнює за визначенням

$$\psi_j = \prod_{i=1}^{N_i} n_i, \tag{6}$$

якщо у схемі є хоч би один елемент, що належить фазі j і

$$\psi_j = 1, \tag{7}$$

якщо елемента, який належить фазі j, у схемі шару обмотки немає; N_i – кількість елементів у схемі шару обмотки, що належать фазі j; n_i – кількість кроків по пазах (вершинах z – кутника), які необхідно зробити при русі за годинниковою стрілкою по вершинах правильного z – кутника від i – го елемента до (i+1) – го елемента, якщо $(i+1) \le N_i$, або до першого елемента, якщо $(i+1) > N_j$.

П р и к л а д 1

Нехай

$$\phi = \begin{pmatrix} 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 10\ 11\ 12 \\ a\ a\ a\ b\ c\ a\ b\ b\ c\ b\ \ a\ \ c \end{pmatrix} \tag{8}$$

і кількість фаз m = 3. Рух за годинниковою стрілкою здійснюється від 1 до 2. Визначаємо $N_1 = 5$, $N_2 = 4$, $N_3 = 3$. За (6)

$$\psi_1 = \prod_{i=1}^{5} n_i = 1\cdot 1\cdot 3\cdot 5\cdot 2 = 30,\ \psi_2 = \prod_{i=1}^{4} n_i = 3\cdot 1\cdot 2\cdot 6 = 36,\ \psi_3 = \prod_{i=1}^{3} n_i = 4\cdot 3\cdot 5 = 60.$$

За (5)

$$w(\phi) = \prod_{j=1}^{3} \psi_j = 64800.$$

П р и к л а д 2

Нехай

$$\phi = \begin{pmatrix} 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6 \\ a\ a\ b\ a\ a\ a \end{pmatrix} \tag{9}$$

і m = 3. Рух за годинниковою стрілкою здійснюється від 1 до 2.

Визначаємо $N_1 = 5$, $N_2 = 1$, $N_3 = 0$. За (6)

$$\psi_1 = \prod_{i=1}^{5} n_i = 1\cdot 2\cdot 1\cdot 1\cdot 1 = 2, \quad \psi_2 = \prod_{i=1}^{1} n_i = 6. = 6.$$

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

За (7) $\psi_3 = 1$.

За (5)

$$w(\phi) = \prod_{j=1}^{3} \psi_j = 12.$$

Проаналізувавши наведені приклади зауважимо, індекс схеми шару обмотки не залежить від нумерації фаз і вибору початкового елемента всередині кожної фази (через комутативність добутку). Крім того, і ІСШО, і ІФСШО не залежать від того, в якому напрямку (за чи проти годинникової стрілки) ми рухаємося. Напрямок був введений для однозначності розгляду. Отже, ІСШО і ІФСШО залежать тільки від внутрішньої структури схеми шару обмотки.

Т е о р е м а 1

Для того, щоб два відображення $\phi_1 \in \Phi_{nc}$ і $\phi_2 \in \Phi_{nc}$ були нееквівалентні за умовою (3) достатньо, щоб їх ІСШО $w(\phi_1)$ і $w(\phi_2)$ були різними.

Д о в е д е н н я. З (5) і (6) випливає, що ІСШО є добутком чисел n_i для різних фаз. Якщо індекси різні, то хоча б один із співмножників у $\phi_1 \in \Phi_{nc}$ і $\phi_2 \in \Phi_{nc}$ мусить відрізнятися, а це означає, що ϕ_1 і ϕ_2 – нееквівалентні.

З використанням теореми 1 порівняння різних відображень за їх індексами значно спрощується.

При порівнянні двох відображень ϕ_1 і ϕ_2 досить часто виникає ситуація, коли ІСШО однакові, тобто $w(\phi_1) = w(\phi_2)$. У теоремі 1 про це нічого не говориться. При цьому запитання про еквівалентність цих відображень залишається відкритим. У цьому випадку можна використати **вектор індексу схеми шару обмотки** (ВІСШО) $\vec{w}(\vec{\phi})$.

За визначенням вектор індексу схеми шару обмотки

$$\vec{w}(\vec{\phi}) = w(x_1, x_2, x_3, ..., x_m), \tag{10}$$

де координати x_i (i = 1, 2, ..., m) дорівнюють впорядкованій не за зменшенням множині індексів фаз схеми шару обмотки, тобто

$$\phi_j = x_i \ (x_i \le x_{i+1}), \ (i = 1, 2, ..., m), \tag{11}$$

а індекс j (j = 1, 2, ..., m) не повторюється при різних значеннях i.

Для вище наведеного прикладу 1 $\vec{w}(\vec{\phi}) = w(18,30,60)$, а для прикладу 2 – $\vec{w}(\vec{\phi}) = w(1,3,6)$.

Т е о р е м а 2

Для того, щоб два відображення $\phi_1 \in \Phi_{nc}$ і $\phi_2 \in \Phi_{nc}$ були нееквівалентними за умовою (3), достатньо, щоб їх ВІСШО $\vec{w}(\vec{\phi}_1)$ і $\vec{w}(\vec{\phi}_2)$ були різні.

Д о в е д е н н я. Очевидно, що якщо множина проекцій вектора $\vec{w}(\vec{\phi}_1)$ дорівнює множині проекцій вектора $\vec{w}(\vec{\phi}_2)$, то згідно з (10) ці вектори не можна розрізнити. Якщо ж множини проекцій двох векторів різні, то їх не можна впорядкувати до суміщення за умовою (10), а значить неможливе суміщення елементів хоча б однієї з фаз, що доводить теорему 2.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

Для симетричних схем шарів обмоток всі проекції ВІСШО однакові, при цьому існує аналітична залежність між ІСШО і ІФСШО

$$w(\phi_1) = \phi_1^m . \qquad (12)$$

З врахуванням (13) для симетричних схем шарів обмоток з метою їх порівняння можна використати ІФСШО.

З теореми 1 і (13) випливає, якщо для двох відображень симетричних схем шарів обмоток $\boldsymbol{\phi_1} \in \boldsymbol{\Phi}$ і $\boldsymbol{\phi_2} \in \boldsymbol{\Phi}$ (множина $\boldsymbol{\Phi}$ визначена вище) одержимо $\boldsymbol{\phi_1} \neq \boldsymbol{\phi_2}$, то відображення $\boldsymbol{\phi_1}$ і $\boldsymbol{\phi_2}$ – нееквівалентні.

Якщо для двох несиметричних схем шарів обмоток одержимо, що їх ВІСШО рівні, то потрібно використовувати загальний алгоритм порівняння двох схем, що визначений (3). Для симетричних схем шарів обмоток з множини $\boldsymbol{\Phi}$ порівняння можна проводити теж за загальним алгоритмом, але з врахуванням елементів тільки однієї фази, наприклад, першої.

Наведені вище індекси ІФСШО та ВІСШО значно зменшують кількість операцій для встановлення еквівалентності схем шарів обмоток та дають змогу сформувати алгоритми для виявлення тільки нееквівалентних схем, але мають недолік у тому, що вони не працюють при рівних значеннях індексів. Проте, як показав досвід роботи з такими алгоритмами при виявленні нееквівалентних схем шарів обмоток потужних множин $\boldsymbol{\Phi}$, схеми обмоток з однаковими індексами утворюють сукупності малих підмножин множини $\boldsymbol{\Phi}$**,** що значно прискорює (наближено в 10 разів) виявлення тільки нееквівалентних схем**.**

Розглянемо потужніший алгоритм для виявлення нееквівалентності схем шарів обмоток. Цей алгоритм можна використовувати як загальний, а також тоді, коли не працюють алгоритми наведені вище. Для більшої наочності розглянемо на прикладах.

Нехай елемент множини $\boldsymbol{\Phi_{nc}}$ визначений відображенням (8). Розглянемо у (8) тільки елементи фази a і сформуємо масив, який утворено з одиниць та нулів. Запишемо в (8) нижній рядок так: замість «a» запишемо 1, а «b» та «c» замінимо нулями. Одержимо – 111001000010. Позначимо цими цифрами вершини 12- кутника (за кількістю пазів z = 12). Рухаючись за годинниковою стрілкою знайдемо мінімальне число в системі числення з основою 2. Це буде число 000010111001 (перші нулі не відкидаємо). Повторимо аналогічно алгоритм, рухаючись проти годинникової стрілки, знайдемо: 000010011101. Виберемо найменше з отриманих вище чисел і позначимо його

$$\Theta_a = 000010011101. \qquad (13)$$

Аналогічно поступимо з елементами фаз «b» та «c»:

$$\Theta_b = 000001001101, \qquad (14)$$

$$\Theta_c = 000010001001. \qquad (15)$$

Утворимо з (13), (14) та (15) текстову змінну в порядку не зменшення величин Θ_j (j = a, b, c)

$$w = \Theta_b\Theta_c\Theta_a = 000001001101\underline{000010001001}000010011101, \qquad (16)$$

яку назвемо індексом схеми шару обмотки (підкреслення використане лише для наочності).

Для схем шарів симетричних схем обмоток множини $\boldsymbol{\Phi}$

$$\Theta_a = \Theta_b = \Theta_c = \Theta, \qquad (15)$$

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

що значно спрощує його запис та зменшує кількість операцій для його обчислення. Є повна можливість заміни (15) або (16) штрих-кодом.

У наших викладках нас не цікавило скільки витків є в елементі шару обмотки (активній стороні котушки) та чи однакові всі елементи. Індекс шару обмотки є лише показником її структури. Кількість цифр в індексі дорівнює m·z.

У прикладі 2 ми розглядали відображення (8) за умови, що m = 3. Цикловий індекс для цього випадку $w = \Theta_c\Theta_b\Theta_a = 000000\underline{000001}011111$.

Нулі на початку індексу опускати не можна, оскільки такий індекс міг би збігтися з індексом при іншій кількості пазів чи фаз. У змінну, що описує індекс, бажано вводити нижній регістр для позначення кількості фаз, наприклад – w_3 для трифазної схеми шару обмотки.

Висновки:

- індекс є важливим показником шару обмотки і дозволяє порівнювати різні шари обмоток з метою визначення їх структурної еквівалентності;
- величина індексу не залежить від того, в якому напрямі протікають струми в котушках, важливим є лише фактор, щоб ці котушки належали одній фазі та з’єднувалися послідовно;
- симетричні чи несиметричні струми протікають у котушках кожної фази;
- яка є кількість витків у кожній котушці фази.

Рекомендації для подальших досліджень:

- на підставі введення індексу в характеристику схеми шару обмотки створити класифікатор всіх відомих структур схем шарів обмоток;
- створити “швидкі” алгоритми для знаходження індексу схеми шару обмотки.

1. Н. Дж. де Брейн. Теория перечисления Пойя // Прикладная комбинаторная математика: Сб. статей. – М., 1968. – С. 61–106. 2. Гаврилюк Р.Б. Множество неэквивалентных симметричных токовых слоев машин переменного тока // Изв. высш. учебн. завед. Электромеханика. 1989. – Т. 7. – С. 28–35.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua