УДК 621.372.061

П.Г. Стахів, В.І. Коруд
Національний університет “Львівська політехніка”, кафедра ТЗЕ

ЗАСТОСУВАННЯ ДІАКОПТИЧНИХ МЕТОДІВ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ НЕОДНОРІДНИХ ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ СХЕМ

У статті розглянуті принципи побудови системи моделювання для широкого класу неоднорідних систем. Наведений приклад побудови системи для розрахунку динаміки систем з елементами з розподіленими параметрами.

In this article we analyze existing universal simulation systems, show their disadvantages and propose new approach for building such system. The result of building such system for heterogeneous circuits with distributed-parameters elements (e.g. transmission line) is provided.

Вступ та мета роботи. Сучасний етап розвитку систем проектування електронних та електротехнічних систем характеризується прагненням максимальної універсальності щодо класу систем, які можна моделювати такою системою проектування. При цьому прагнення універсальності приходить у протиріччя з практикою створення вузькоспеціалізованих програмних засобів, що мотивується конкретними особливостями – специфікою застосованих числових методів та пов’язаною з цим специфікою програмної реалізації. Аналізуючи існуючі сучасні системи моделювання [1, 3], доходимо висновку, що основним їх недоліком є те, що розмір класу модельованих систем, у межах якого вони зберігають свою універсальність, не задовольняє сучасні вимоги, оскільки розмір класу модельованих систем обмежується гомогенністю математичної моделі (окремі програмні засоби для розрахунку аналогових систем, окремі для цифрових систем тощо).

Тому метою цієї роботи є побудова програмних засобів моделювання з розширеним класом універсальності модельованих систем, що охоплював би так звані “неоднорідні” системи. Неоднорідними або гетерогенними системами надалі будемо називати такі системи, що складаються з підсистем, які описуються математичними моделями різної природи (звичайні диференційні рівняння, диференційні рівняння в частинних похідних, різницеві рівняння). Зокрема в цій роботі розглядається проблема моделювання електричного кола, яке складається з елементів з зосередженими та розподіленими параметрами, що описуються відповідно звичайними диференційними рівняннями та рівняннями в частинних похідних.

Побудова математичних моделей неоднорідних систем. Розглянемо формування математичної моделі електротехнічної схеми, що складається з елементів з зосередженими та розподіленими параметрами (рис. 1).

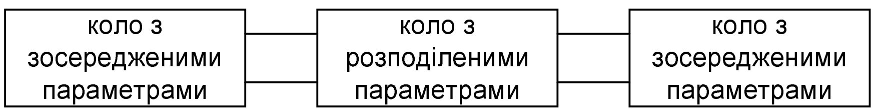

Рис. 1. Приклад неоднорідної системи

При формуванні математичної моделі неоднорідної електричної системи класичними методами записуються рівняння рівноваги для кожної підсхеми зокрема, що формують цілісну математичну модель системи. Для цього можна скористатись відомими методами макромоделювання і записувати рівняння макромоделі як $\mathbf{F}_k(\mathbf{x}^{(k)},\mathbf{u}^{(k)},\mathbf{i}^{(k)})=0$, які потім легко об’єднуються в систему звичайних диференційних рівнянь певного порядку, що є математичною моделлю вихідної системи.Такий підхід суттєво спрощує побудову математичної моделі досліджуваної системи і дає можливість ефективно будувати макромоделі існуючих реальних систем, що дозволяє з невеликими затратами обчислювальних ресурсів ефективно змоделювати поведінку системи.

Проте у випадках, коли метою моделювання є дослідження поведінки системи з врахуванням хвильових ефектів, наприклад, при дослідженні електромагнітної сумісності, необхідно використовувати повну математичну модель, що відповідає фізичній природі певного елемента для врахування внутрішніх процесів у цьому елементі. Так для підсхем із зосередженними параметрами математичну модель формують або у явній формі запису звичайних диференційних рівнянь (форма Коші)

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt}=\mathbf{f}(\mathbf{x},t),\mathbf{x}(t_0)=\mathbf{x}_0,t\in[t_o,T],t_0<T$$

або у неявній формі запису звичайних диференційних рівнянь

$$\mathbf{F}(\mathbf{x},\frac{d\mathbf{x}}{dt},t)=0.$$

Здебільшого математичну модель записують у другій формі, що дає можливість враховувати крайові умови.

Підсистеми з розподіленими параметрами в основному описуються системою диференційних рівнянь у частинних похідних, які належать до рівнянь гіперболічного типу. В матричній формі запису рівняння такого типу матиме вигляд

$$\mathbf{A}\frac{\partial\mathbf{x}}{\partial t}+\mathbf{B}\frac{\partial\mathbf{x}}{\partial s}+\mathbf{D}=0,\ \mathbf{x}(t_0,s)=\mathbf{x}(s),\ \mathbf{x}(t,s_0)=\mathbf{x}(t).$$

Значить повна математична модель електричного неоднорідного кола в матричній формі запису буде визначатись системою матричних рівнянь окремих підсхем

$$\begin{cases}\dfrac{d\mathbf{x}}{dt}=\mathbf{f}(\mathbf{x},t),\mathbf{x}(t_0)=\mathbf{x}_0,t\in[t_o,T],t_0<T\\ \mathbf{A}\dfrac{\partial\mathbf{x}}{\partial t}+\mathbf{B}\dfrac{\partial\mathbf{x}}{\partial s}+\mathbf{D}=0,\ \mathbf{x}(t_0,s)=\mathbf{x}(s),\ \mathbf{x}(t,s_0)=\mathbf{x}(t)\end{cases}$$

де $\mathbf{x}$ – *n*-вимірний вектор розв'язку; $\mathbf{x}(t_0)=\mathbf{x}_0$ – початкова умова; $\mathbf{x}(t_0,s)=\mathbf{x}(s)$, $\mathbf{x}(t,s_0)=\mathbf{x}(t)$ – крайові умови.

Розрахунок перехідних процесів таких систем, що містять елементи з розподіленими параметрами з врахуванням фізичних процесів, що визначають поведінку таких систем залишається актуальною проблемою, оскільки на теперішній час не існує єдиного універсального методу розрахунку таких кіл.

З цією метою ми пропонуємо використовувати діакоптичний метод роздільного інтегрування з введенням фіктивних джерел [2]. При цьому вихідна система трансформується до вигляду (рис. 2)

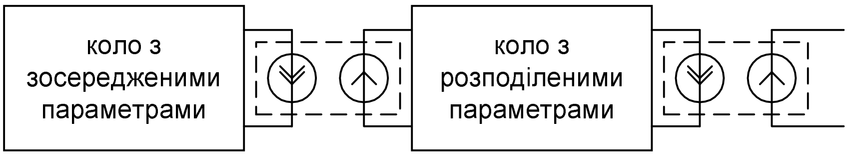

Рис. 2. Зв'язування підсхем методом фіктивних джерел

Основна ідея методу полягає в тому, що кожна підсхема і відповідно кожне рівняння в математичній моделі системи дискретизуються та інтегруються окремо, методами відповідними до їх математичного типу протягом деякого інтервалу часу τ, що як правило більший, ніж найбільший з кроків інтергування підсхем. Інтервал часу τ, протягом якого підсхеми інтегруються автономно, називається кроком узгодження. При досягненні цього інтервалу відбувається розв'язок рівнянь зв'язку, тобто проходить узгодження відповідних зовнішніх змінних підсхем. Нові значення зовнішніх змінних будуть служити початковими умовами відповідних процесів інтегрування протягом наступного інтервалу узгодження τ. На рис. 3 показана графічна інтерпретація співвідношення кроку узгодження та кроків інтегрування окремих підсхем.

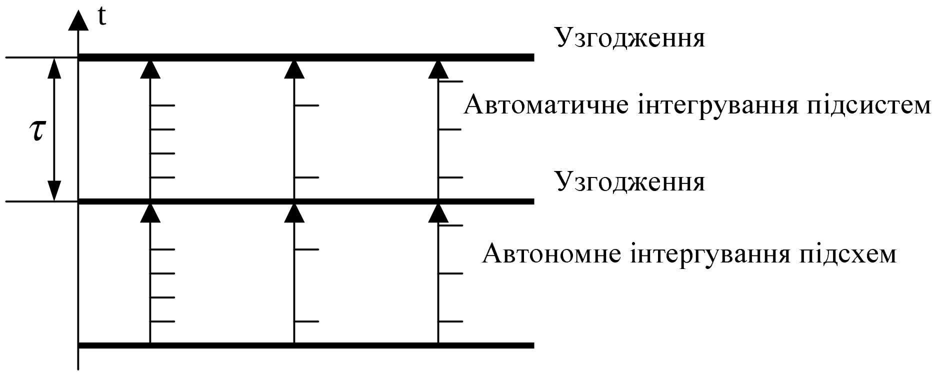

Рис. 3. Графічна інтерпретація кроку узгодження

Основною перевагою цього методу є те, що він дає можливість використовувувати для розрахунку кожної підсхеми специфічні числові методи, що найбільш ефективно розв'язують дане конкретне рівняння, а також використовувати різні кроки інтегрування для розрахунку підсхем, які відрізняються динамічними характеристиками, що призводить до суттєвої економії обчислювальних ресурсів. Також, оскільки метод є паралельним за своєю природою, то він дозволяє побудову ефективних систем моделювання для використання в розподілених обчислювальних системах.

Математична модель елементів з розподіленими параметрами. Як показано вище, для ефективної реалізації методу роздільного інтегрування потрібно застосовувати ефективні методи інтегрування окремих підсхем. І якщо для підсхем з зосередженими параметрами відповідні числові методи є добре розроблені, то для підсхем з розподіленими параметрами (зокрема спотворювальна довга лінія з втратами) було виявлено, що широко застосовні методи розрахунку в частотній або операторній областях в їх найбільш розповсюджених реалізаціях при певних параметрах модельованого кола дають некоректні результати. На рис. 4 показаний результат увімкнення довгої лінії з параметрами $R_0 = 0{,}1\ \text{Ом/м}$, $L_0 = 490 \cdot 10^{-6}\ \text{Гн/м}$, $C_0 = 1{,}66 \cdot 10^{-9}\ \Phi/\text{м}$, $G_0 = 0{,}5 \cdot 10^{-9}\ \text{См/м}$, отриманий в системі Pspice.

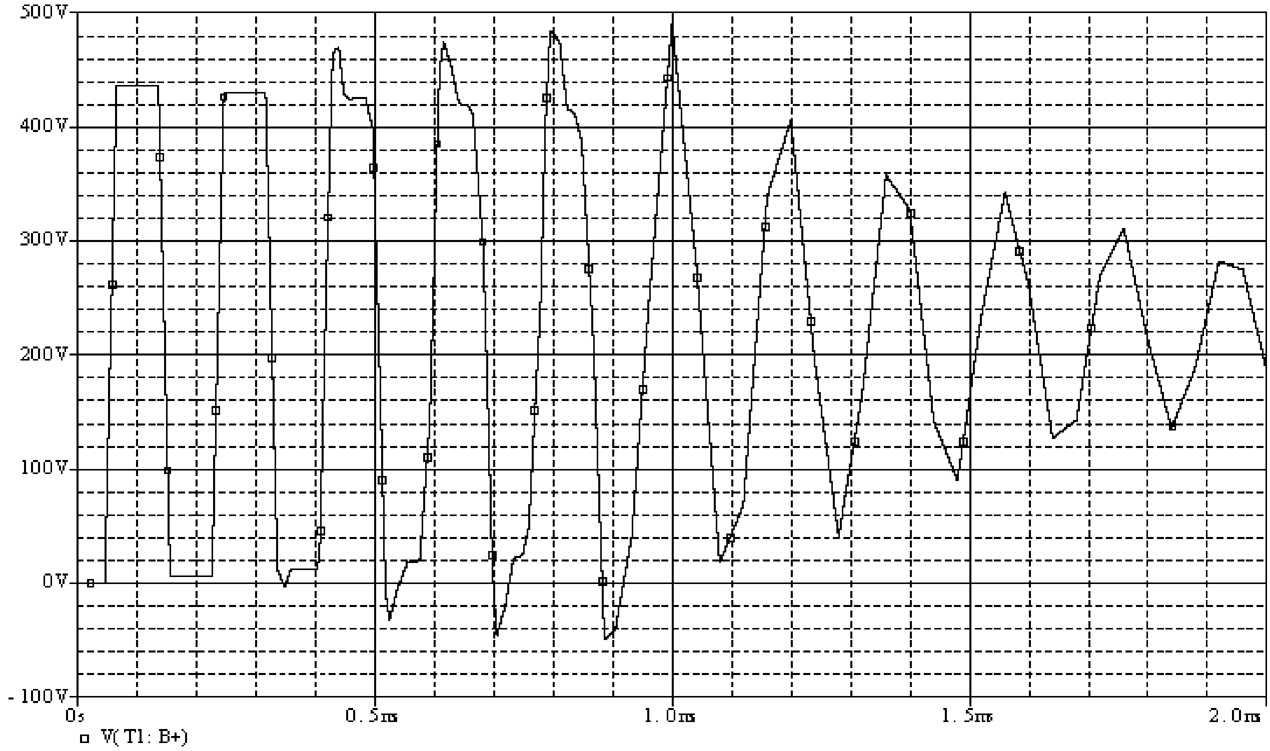

Рис. 4. Розрахунок увімкнення довгої лінії, отриманий у системі Pspice

Тому було проведене дослідження існуючих методів числового розв’язування гіперболічних рівнянь у частинних похідних і запропоновано використовувати двошаровий явний сітковий метод Лакса – Вендрофа [4], що володіє певними властивостями, які роблять його придатним для сумісного використання з методом роздільного інтегрування, а саме:

– володіє хорошою точністю та стійкістю при стрибковидній зміні крайових умов;

– допускає встановлення крайових умов та отримання результатів розрахунку з певною дискретністю (кроком узгодження) відмінною від внутрішнього кроку інтергування.

На рис. 5 показано результат розрахунку ввімкнення цієї ж довгої лінії запропонованим методом, що свідчить про хорошу придатність цього методу для розв'язування такого класу рівнянь.

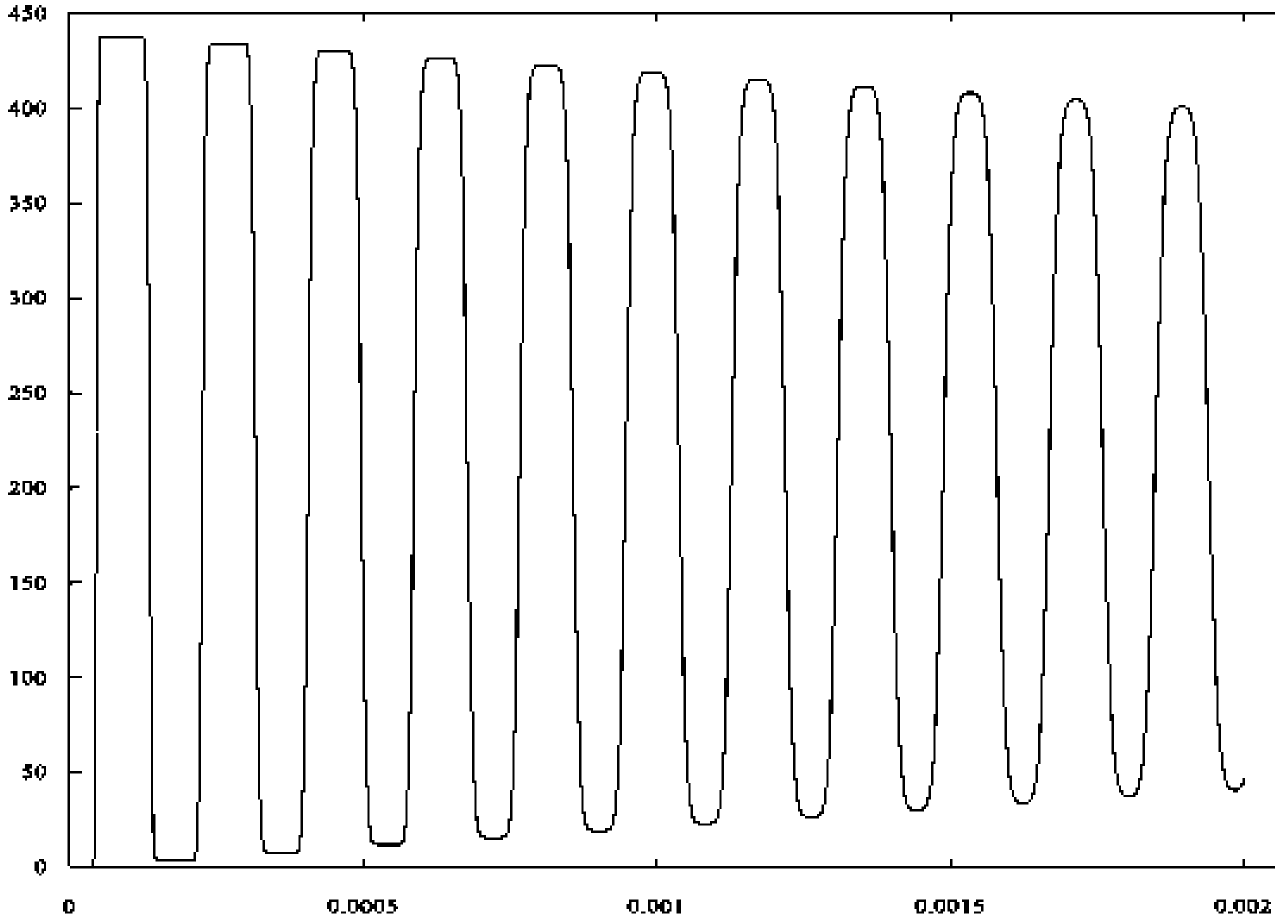

Рис. 5. Результат розрахунку довгої лінії методом Лакса – Вендрофа

Результати розрахунку. Відповідно до вищенаведеного, був реалізований метод числового інтегрування, призначений для розрахунку кіл, що містять елементи з розподіленими параметрами. Як тестовий приклад була вибрана схема (рис. 6)

Рис. 6. Тестова схема для розрахунку

Результат розрахунку перехідного процесу при ввімкненні довгої лінії до джерела ЕРС безмежної потужності зображений на рис. 7.

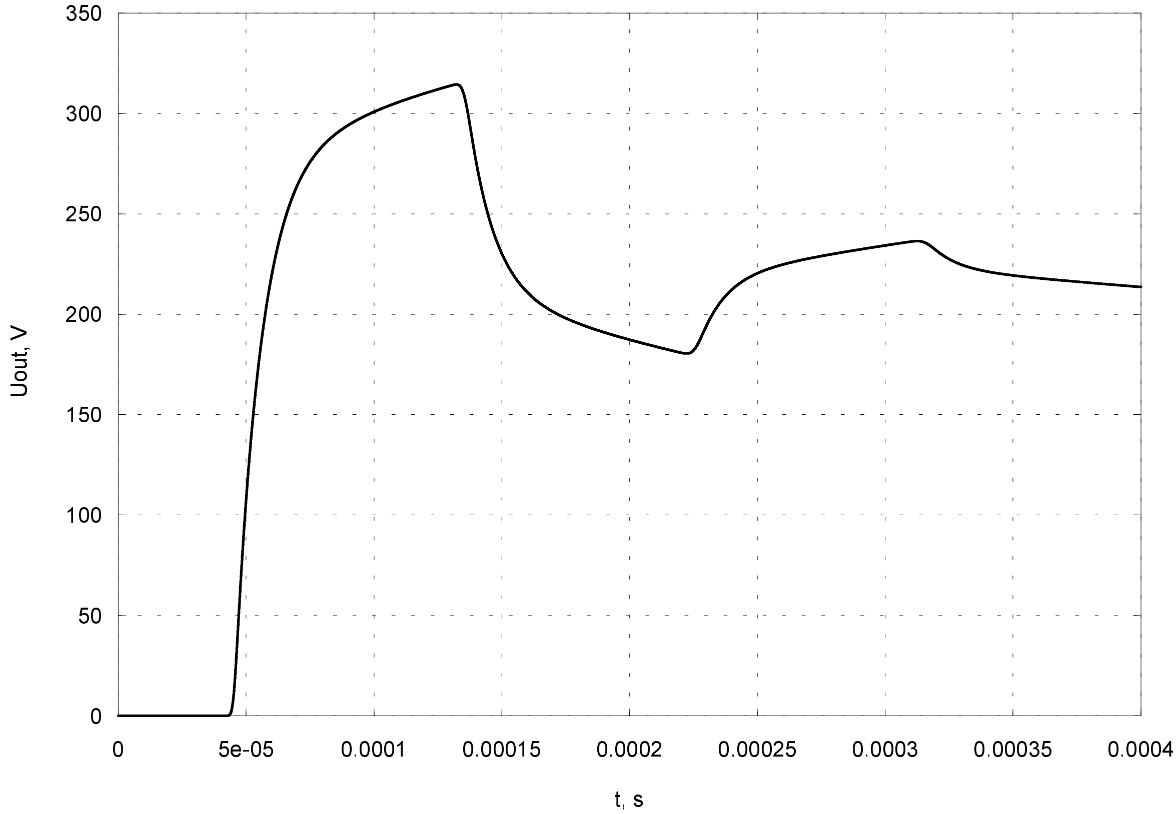

Рис. 7. Результат розрахунку тестової схеми

Висновки. Описана методика побудови системи моделювання неоднорідних електротехнічних систем на основі діакоптичних алгоритмів та методу роздільного інтегрування зокрема. Застосування цих методів до розрахунку неоднорідного кола, що містить елемент з розподіленими параметрами (спотворювальну довгу лінію з втратами) показало практичну застосовність запропонованих методів до розв'язання такого класу задач. Попередньо отримані результати дозволяють прогнозувати ефективне викоритання цієї системи для розрахунку сучасних електротехнічних та електронних систем.

1. Крон Г. Исследование сложных систем по частям – диакоптика. – М., 1972. 2. Стахив П.Г. Анализ динамических режимов в электронных схемах с многополюсниками. – Львов, 1998. 3. Puhan J., Tuma T. Optimisation of Analog Circuits with SPICE 3F4, Proceedings, European Conference on Circuit Theory and Design, Budapest, Hungary, P. 177–180. 1997. 4. Numerical Recipes – William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, Brian P. Flannery. – Cambridge University Press, 1992.