

## ОЦІНКА ТА ПРОГНОЗУВАННЯ ПЛАСТОВИХ І ПОРОВИХ ТИСКІВ У ГІРСЬКОМУ МАСИВІ ШЛЯХОМ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Розроблено метод оцінки і прогнозування пластових і порових тисків під час буріння свердловин на нафту і газ з використанням методу скінчених елементів. На основі моделювання напружено-деформованого стану побудованої за натурними даними моделі гірського масиву показано якісне узгодження експериментальних результатів з теоретичними розрахунками; проведено визначення, оцінку і прогнозування пластових і порових тисків у гірському масиві.

**Ключові слова:** гірський масив; пластові і порові тиски; напружено-деформований стан; метод скінчених елементів; комп’ютерне моделювання.

### *Вступ*

Будова земної кори та процеси, що там відбуваються, є важливою темою досліджень, оскільки саме тут зосереджені поклади корисних копалин. Записи показів геофізичних приладів представляють собою велике поле даних, що характеризують фізичний стан та геометрію структур земної кори. Визначення та дослідження напружено-деформованого стану земної кори дає можливість вивчити механічну міцність порід в околі свердловин, шахт, індустріальних об’єктів і передбачити небезпеку, пов’язану з можливістю їх руйнування. Розв’язання вказаних проблем є неможливим без застосування математичних методів обробки експериментальних даних та моделювання процесів, що відбуваються в земній корі, з використанням для цього електронно-обчислювальної техніки. Відомі методи моделювання розроблені для порівняно простих середовищ. Тому використання з цією метою одного з найбільш потужних та застосовуваних у моделюванні на даний час методів, яким є метод скінчених елементів (МСЕ) [Бате, Вілсон, 1982; Zienkiewicz, Taylor, 2000], дозволяє вирішити, зокрема, задачу про вивчення напружено-деформованого стану неоднорідного середовища, яким є земна кора, з метою оцінки і прогнозування пластових і порових тисків у гірському масиві. Постановка і розв’язання даної задачі з використанням МСЕ є новим підходом до вирішення названої проблеми, яка не вирішувалась з допомогою даного підходу раніше.

Метод скінчених елементів [Бате, Вілсон, 1982] надає широкий спектр можливостей у вивченні земної кори. Теорію та конкретні приклади застосування методу можна зустріти в багатьох працях, узагальнених в монографіях [Zienkiewicz, Taylor, 2000; Шайдуров, 1989; Еременко, 1991]. У [Zienkiewicz, Taylor, 2000] розглянуто фундаментальні варіаційні принципи, на яких базується МСЕ, висвітлено питання реалізації методу на ЕОМ та підсумовано застосування МСЕ в різних галузях науки і техніки. Розвиток теорії МСЕ з використанням багатосіткового підходу представлено в монографії [Шайдуров, 1989]. А в [Еременко, 1991] зроблено узагальнення різних можливостей МСЕ при

заданні специфічних граничних умов середовища. Крім того, задачі, які вивчають геомеханічні поля, зокрема, напруження і деформації, зручніше моделювати з допомогою МСЕ через можливість врахування складної геометрії різних моделей середовища без суттєвих змін у побудові математичної моделі, що вигідно при проведенні інтерактивних досліджень.

Програмне забезпечення МСЕ розвивається. Прикладами тут можуть бути програмні комплекси “ADINA”, “Космос”, “Solid Works”, “COMSOL”.

Автори теж мають доробок у розробці методу та програмного комплексу дослідження напружено-деформованого та хвильового полів у складно побудованих середовищах типу кори Землі. Комп’ютерні програми, використані для проведення представлених тут результатів моделювання, описані в роботах [Вербицький та ін., 1988; Стародуб та ін., 2004].

На основі вищесказаного можна зробити висновок про ефективність застосування і добру продуктивність та точність МСЕ при розробці комплексного методу оцінки та прогнозування пластових і порових тисків у земній корі під час буріння свердловин. Такі результати, отримання яких описано нижче, є перспективними щодо подальшого дослідження свердловин на нафту та газ.

### *Основи методу оцінки і прогнозування пластових та порових тисків, напружено-деформованого стану гірського масиву з врахуванням нелінійних процесів у складнопобудованому середовищі*

Необхідність врахування нелінійних явищ при прогнозуванні напружено-деформованого стану (НДС) гірських порід і нафто-материнських порід, що містяться в них, знаходимо в ряді робіт, [Аникиев, 1971; Добрынин, Серебряков, 1989; Муше, Митчелл, 1991; Опыт..., 1987]. Однак, через складність врахування цих процесів дослідники завжди намагалися лінеаризувати та спростити рівняння і звести поставлені задачі до простіших випадків при моделюванні. При застосуванні числових методів врахування нелінійних процесів спричиняло суттєве збільшення необхідних для розрахунків

машинних ресурсів, що донедавна обмежувало застосування їх на практиці. З розвитком комп’ютерної техніки швидко почали вдосконалюватись і методи, що дозволяли враховувати ці процеси. Для прикладу в працях [Zienkiewicz, Taylor, 2000; Шайдуров, 1989; Еременко, 1991] досить докладно викладено врахування нелінійних процесів з використанням МСЕ для різних випадків сучільного середовища. Представимо тут основи такого підходу.

Оскільки тензор деформацій визначають через переміщення за відомою формулою Коші, тоді, якщо ввести вектор-стовпець деформацій

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_y & \varepsilon_z & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zx} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{33} & 2\varepsilon_{12} & 2\varepsilon_{23} & 2\varepsilon_{31} \end{bmatrix}^T \quad (1)$$

і записати його у вигляді суми лінійної відносно похідних від переміщень та нелінійної складових:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}, \quad (2)$$

для лінійних деформацій матимемо:

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = R\vec{u}. \quad (3)$$

А для нелінійної складової

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{2} \frac{\partial \vec{u}^T}{\partial x_i} \frac{\partial \vec{u}}{\partial x_j}, \quad (4)$$

де  $R$  – матричний диференціальний оператор

$$R^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$\vec{u} = [u \ v \ w]$  – вектор переміщень,  $x_1 = x$ ,  $x_2 = y$ ,  $x_3 = z$ .

Під дією об’ємних сил  $\vec{F}$  та розподілених по частині поверхні тіла  $S_2$  сил  $P^*$  в середовищі виникають свої внутрішні напруження  $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_{11} \ \sigma_{22} \ \sigma_{33} \ \sigma_{12} \ \sigma_{23} \ \sigma_{31}]^T$ , що пов’язані з деформаціями узагальненим законом Гука:

$$\boldsymbol{\sigma} = D\boldsymbol{\varepsilon} = D\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + D\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}, \quad (6)$$

де  $D$  – матриця характеристик середовища.

Потенціальна енергія тіла включає роботу зовнішніх і внутрішніх сил і енергію деформацій:

$$\Pi = \Lambda + W = \frac{1}{2} \int_V \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\varepsilon} dV - \int_V \vec{u}^T \vec{F} dV - \int_{S_2} \vec{u}^T \vec{P}^* dS. \quad (7)$$

Використовуючи варіаційний принцип Ла-

гранжа та скінчено-елементне розбиття досліджуваного тіла, отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно  $\vec{u}$ .

Провівши розбиття тіла на скінчені елементи, будемо апроксимувати переміщення, деформації і напруження на елементі за допомогою функцій форми  $N_i$  на кожному елементі:

$$\vec{u} = \mathbf{N} \mathbf{U}, \quad (8)$$

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = R\vec{u} = R\mathbf{N} \mathbf{U} = \mathbf{B} \mathbf{U}, \quad (9)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\partial \vec{u}^T}{\partial x_i} \frac{\partial \vec{u}}{\partial x_j} = \frac{1}{2} \mathbf{U}^T \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x_i} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_j} \mathbf{U} = \frac{1}{2} \mathbf{U}^T \mathbf{G}_{ij} \mathbf{U}, \quad (10)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = D\boldsymbol{\varepsilon} = D(\mathbf{B} \mathbf{U} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{ij}). \quad (11)$$

де  $\mathbf{U}$  – вектор вузлових переміщень;  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{B}$  – матриці функцій форми і їх похідних;  $\mathbf{G}$  – матриця нелінійних деформацій. Підставимо вирази (8)–(11) у функціонал (7).

Введемо позначення

$$\mathbf{K} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \quad (12)$$

– матриця жорсткості скінченого елемента;

$$\mathbf{F} = \int_V \mathbf{N}^T \vec{F} dV + \int_{S_2} \mathbf{N}^T \vec{P}^* dS \quad (13)$$

– вектор вузлових сил;

$$\mathbf{Q}(\vec{u}) = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} dV + \frac{1}{2} \int_V \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^T \mathbf{D} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} dV \quad (14)$$

– вектор додаткових вузлових навантажень.

Шукаючи мінімум потенціалу (7), отримаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР):

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{U}} = \mathbf{K} \mathbf{U} - \mathbf{F} + \tilde{\mathbf{Q}} = 0, \quad (15)$$

де вектор  $\tilde{\mathbf{Q}}$ , зумовлений нелінійними ефектами, має вигляд

$$\tilde{\mathbf{Q}} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} dV + \int_V \frac{\partial \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^T}{\partial \mathbf{U}} \mathbf{D} \mathbf{B} dV \mathbf{U} + \int_V \frac{\partial \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^T}{\partial \mathbf{U}} \mathbf{D} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} dV. \quad (16)$$

Провівши сумування по всіх елементах розбиття і побудувавши глобальні матриці жорсткості, вектори навантажень і матриці, пов’язані з врахуванням нелінійності, отримуємо систему нелінійних алгебраїчних рівнянь відносно вузлових переміщень

$$\mathbf{K} \mathbf{U} + \tilde{\mathbf{Q}}(\mathbf{U}) = \mathbf{F}. \quad (17)$$

Методи розв’язання даної системи можна знайти в [Zienkiewicz, Taylor, 2000; Еременко, 1991], де зводять розв’язання нелінійної системи алгебраїчних рівнянь до послідовного

розв'язування СЛАР.

**Результати випробування розроблених методики і програми моделювання НДС неоднорідного середовища з використанням реальних моделей земної кори**

На основі проведених числових експериментів було змодельовано напруженний стан у моделі, наближений до реального середовища навколо

свердловини Лопушна 4 (рис. 1) при стискаючих з обох боків силах, що модельє напруженний стан земної кори у даному регіоні. На рис. 2 показано розподіл фізичних параметрів у даний моделі за глибиною.

Результати моделювання подано на рис. 3. Модель середовища, використана в експерименті, зазнає стиску в горизонтальному напрямку (до бокових вертикальних границь моделі

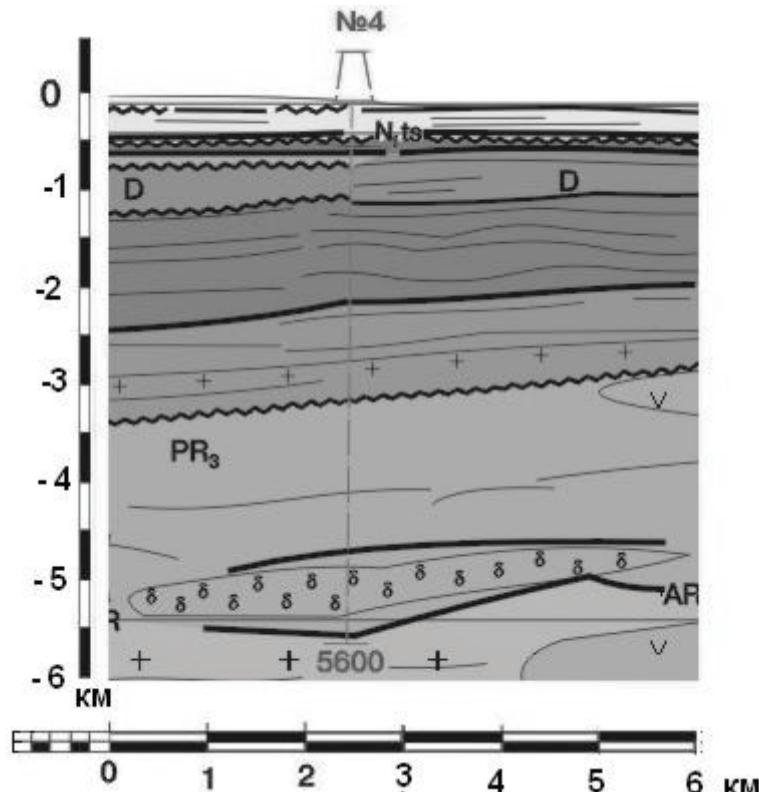


Рис. 1. Досліджена модель земної кори

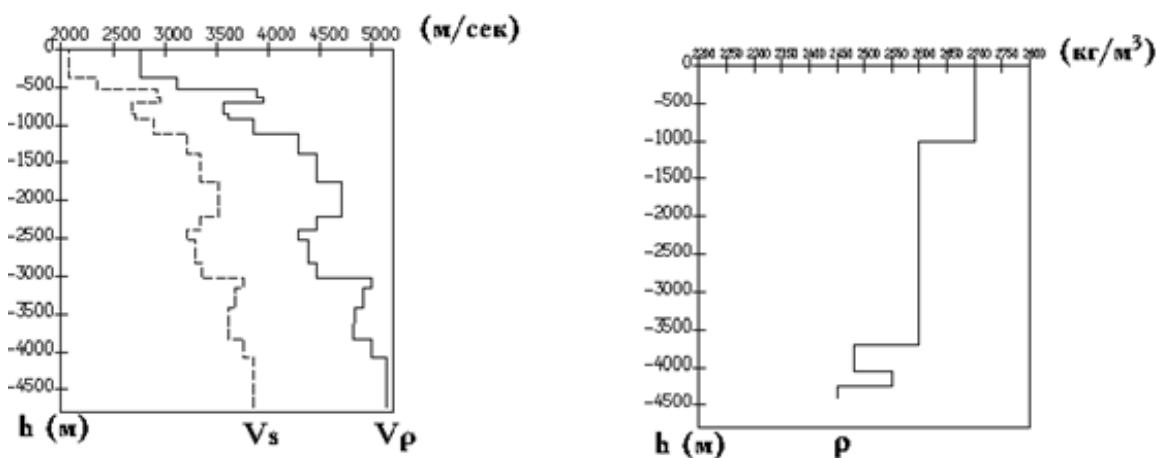


Рис. 2. Розподіл швидкостей і густини з глибиною в досліджуваній моделі.

прикладений тиск  $10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>). Результати модельних розрахунків поля напружень показані на рис. 3. На графіках рис. 3.а і 3.б та рис. 3.в і 3.г показані відповідно залежності для поздовжніх і поперечних напружень при розміщенні

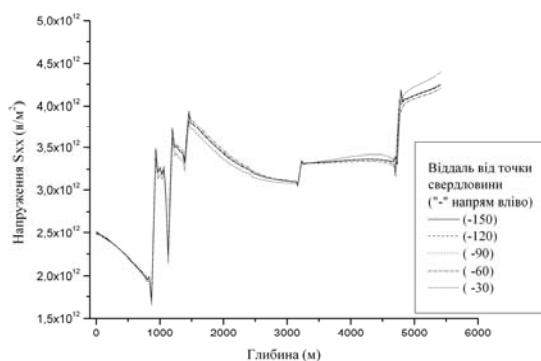
точок спостереження відповідно зліва і справа від точки розташування свердловини. На рис. 3.д і 3.е показано зміну зсувних напружень у середовищі з глибиною. Різні криві відповідають залежності поданої величини на віддалі

30, 60, 90, 120 та 150 м від свердловини зліва (позначені від'ємним знаком) та справа.

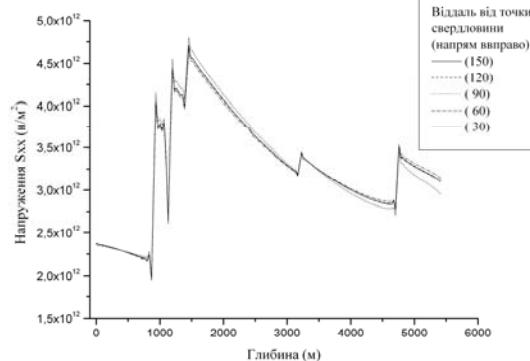
### Аналіз результатів

На графіках стрибки Sxx та Sxy чітко спів-

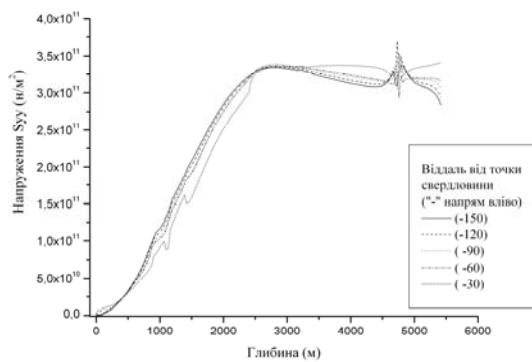
падають з межами шарів. Ці стрибки напружень пов'язані з ефективно-шаруватою будовою середовища на глибині 500–1500 м. Суттєвий стрибок напружень має місце на глибині 4800 м, де змінюються геофізичні характеристики середо-



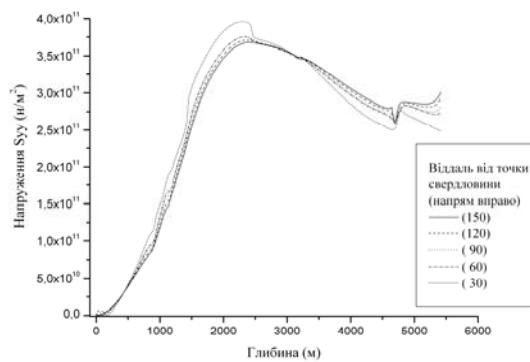
а.)



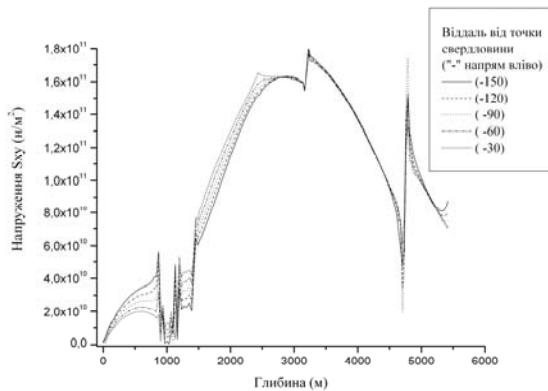
б.)



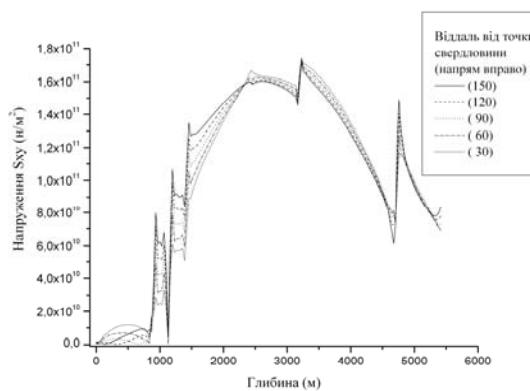
в.)



г.)



д.)



е.)

**Рис. 3.** Моделювання НДС: розподіл поздовжнього напруження з глибиною відповідно зліва (а) і справа (б) від свердловини; розподіл поперечного напруження – (в) і (г); розподіл зсувного напруження – (д) і (е).

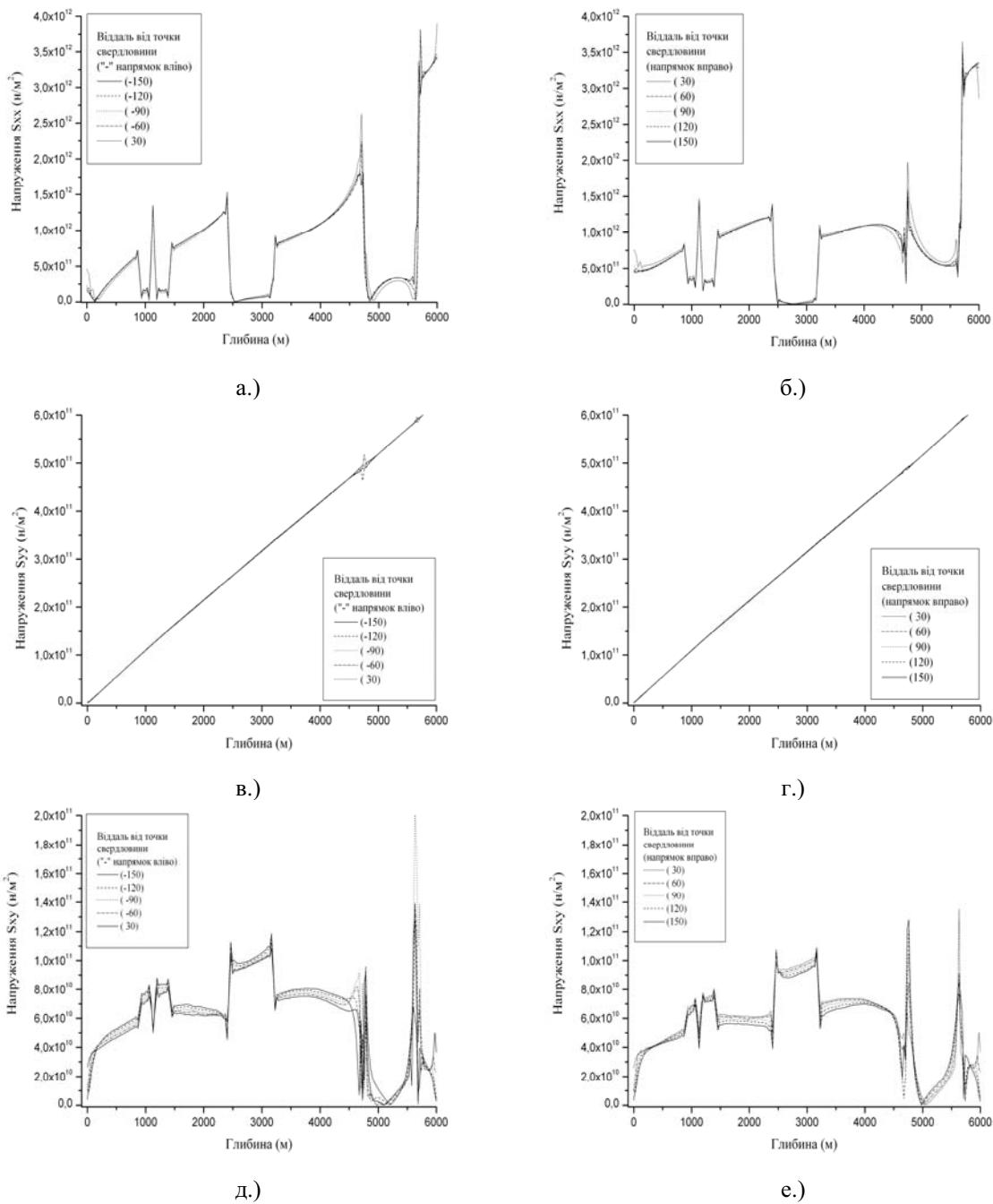
вища – з'являється черговий шар. Криві Syy відображають ріст абсолютної значення тиску з глибиною і реагують на зміну характеристик середовища. Треба зауважити, що дане моделювання не враховувало впливу гідростатичного тиску і відображає НДС, який характеризує структуру досліджуваного середовища.

На наступному етапі моделювання проводилося з врахуванням гідростатичного тиску. Його результати подані на рис. 4.

На всіх графіках видно, що зміни із зростанням віддалі від свердловини незначні, оскільки градієнт цих змін значно більший з глибиною.

**Оцінка і прогнозування пластових і порових тисків у гірському масиві на основі отриманих результатів моделювання**

Отримані результати були порівняні з результатами розрахунків на основі експериментальних даних, які отримані В.М Карпенком [Карпенко та ін., 2007], що показано на рис. 5.



**Рис. 4.** Моделювання НДС з врахуванням гідростатичного тиску: розподіл поздовжнього напруження з глибиною відповідно зліва (а) і справа (б) від свердловини; розподіл поперечного напруження – (в) і (г); розподіл зсувного напруження – (д) і (е).

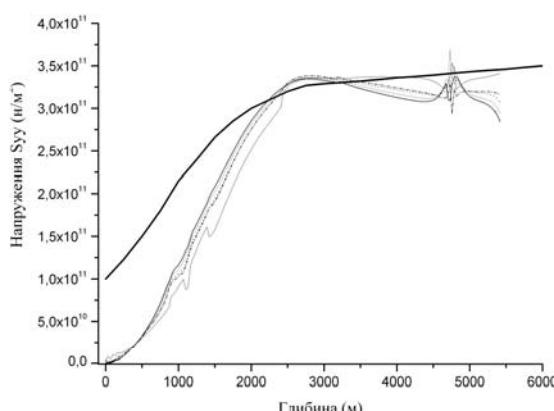
Більше того, якщо теоретична крива описує плавну зміну тиску з глибиною, то методика моделювання методом скінчених елементів дає можливість врахувати тиски, що виникають

як бачимо з рисунка, характер кривих співпадає – маємо добру кореляцію характеру розрахованих у результаті числового моделювання змін тисків навколо свердловини з теоретичною криовою. Отримано тотожні результати, враховуючи властивості і структуру самої моделі та дискретність результатів числового моделювання.

внаслідок впливу складної будови і неоднорідності середовища: областей різної геологічної будови. Графіки залежностей для поперечних і зсувних напружень подібні до залежностей

для деформацій і переміщень (не представлені тут через обмеження об'єму статті), вони доповнюють загальну картину, яка дає можливість проаналізувати вплив будови середовища навколо свердловини на саму свердловину. Залежності для деформацій і переміщень також чітко відображають структурні зміни в породах навколо свердловини.

Другий числовий експеримент (з врахуванням гідростатичного тиску) дає можливість побачити повну картину напруженого-деформованого стану на глибині. Порівнявши рис. 3.в та рис. 4.в) – бачимо розбіжність на глибинах понад 3000 м. Це можна пов'язати з виникненням на цих глибинах аномально високого пластового тиску (АВПТ). Таким чином ми можемо передбачати АВПТ, провівши роздільне числове моделювання під дією модельних силових факторів, що виникають під час буріння свердловини, та оперативно коректувати результати моделювання порових і пластових тисків, використовуючи фізико-хімічні дані по свердловині в процесі її буріння.



**Рис. 5.** Порівняння результатів, отриманих числовим методом (кірви з викидами) і аналітичним (плавна крива)

Крім того можливість прорахувати напруженний стан без свердловини і з свердловиною дає можливість прогнозувати вплив розриву породи (вплив свердловини) при різних фізичних станах гірського масиву та тисках у пластих. Треба підкреслити, що аналіз напруженого стану гірського масиву проведено на реальній моделі біля свердловини. Отже стверджуємо, що використовуючи дану методику, можемо проводити чисельне моделювання з метою оцінки і прогнозування пластових і порових тисків у гірському масиві.

### Висновки

У даній статті показано результати моделювання напруженого-деформованого стану гірського масиву на натурній моделі сейсмогеологічного розрізу та якісне співпадіння результатів

з теоретичними розрахунками; проведено визначення, оцінку і прогнозування пластових і порових тисків у гірському масиві на основі отриманих результатів моделювання.

На основі сказаного вище зроблено висновок про прийнятну точність і високу перспективність використання МСЕ в розробці комплексного (в сукупності з іншими підходами) методу оцінки і прогнозування пластових і порових тисків у процесі буріння свердловин на нафту і газ.

### Література

- Аникиев К.А. Прогноз сверхвысоких пластовых давлений и совершенствование глубокого бурения на нефть и газ. – Л.: Недра, 1971. – 168 с.
- Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. – М.: Стройиздат, 1982. – 448 с.
- Вербицький Т.З., Стародуб Ю.П., Брич Т.Б. Вивчення розподілу напружень, деформацій і переміщень в масиві гірських порід з циліндричними неоднорідностями // Геофіз. журн. – 1988. – №6. – С. 36–43.
- Добрынин В.М., Серебряков В.А. Геолого-геофизические методы прогнозирования аномальных пластовых давлений. – М.: Недра, 1989. – 284 с.
- Еременко С.Ю. Методы конечных элементов в механике деформируемых тел. – Харьков: Изд. “Основа” при Харьковском гос. унив., 1991. – 272 с.
- Карпенко В.М., Стародуб Ю.П., Стасенко В.М., Гладун В.В. Комплексний енергоінформаційний метод аналізу хвильового поля в розв'язанні задачі пошуку та розвідки вуглеводневих покладів // Вісник ЛНУ ім. І.Франка. Серія геологічна. – 2007. – Вип. 21. – С. 78–92.
- Мушев Ж.П., Митчелл А. Аномальные пластовые давления в процессе бурения: Происхождение – прогнозирование – выявление – оценка: Техн. Руководство: Пер. с англ. – М.: Недра, 1991. – 287 с.
- Опыт прогнозирования начальных пластовых давлений при бурении скважин на газо-конденсатных месторождениях // Обз. Информ. ВНИИЭгазпрома, серия: Бурение газовых и газоконденсатных скважин. – Москва. – 1987. – Вып. 8.
- Стародуб Ю., Шеремета П., Кендзера О., Брич Т., Середжук С., Стародуб Г. Моделювання хвильового поля в сейсмічних розрізах Карпатського орогену з метою поглибління вивчення нафтогазоносних структур // Матеріали 8-ої Міжнародної науково-практичної конференції “Нафта і газ України – 2004”, Судак, 29 вересня – 1 жовтня 2004 року. – Сімферополь. – 2004. – Том 1. – С. 359–361.

Шайдуров В.В. Многосеточные методы конечных элементов. – М.: Наука, 1989. – 288 с.

Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. The finite element method. Fifth edition. V. 1-3. Oxford, 2000.

## ОЦЕНКА И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПЛАСТОВЫХ И ПОРОВЫХ ДАВЛЕНИЙ В ГОРНОМ МАССИВЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Ю.П. Стародуб, Т.Б. Брыч

Разработан метод оценивания и прогнозирования аномальных пластовых и поровых давлений во время бурения нефтегазовых скважин с использованием метода конечных элементов. Используя моделирование напряженно-деформированного состояния натурной модели горного массива, показано качественное совпадение результатов с теоретическими расчетами. Проведено определение, оценка и прогнозирование поровых и пластовых давлений в горном массиве.

**Ключевые слова:** горный массив, пластовое и поровое давление, напряженно-деформированное состояние, метод конечных элементов, компьютерное моделирование.

### LAYER AND PORE PRESSURE ASSESSMENT AND PREDICTION IN THE ROCK MASSIF USING NUMERICAL MODELING

G.P. Starodub, T.B. Brych

A method for estimating and predicting abnormal layer and pore pressure during drilling of oil and gas wells using finite element method is elaborated. Utilizing simulated stress-strain state of a real model of a massif it is shown the qualitative agreement of results with theoretical calculations. We identified evaluation and prediction of pore and layer pressures and reservoir in the rock massif.

**Key words:** mountain rock, pressure, stress-strain state, finite element method, computer simulation.

---

*Відділ сейсмічності Карпатського регіону Інституту геофізики  
ім. С.І. Субботіна НАН України, м. Львів*

Надійшла 01.10.2009