

УДК 621.86

В.О. Повідайло, О.В. Гаврильченко, В.О. Коломієць, О.С. Ланець

Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра автоматизації і комплексної механізації машинобудівної промисловості**ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ВІБРОІЗОЛЯЦІЇ У ВІБРОМАШИНІ ОБ'ЄМНОЇ
ОБРОБКИ З ЕЛЕКТРОМАГНІТНИМ ВІБРОЗБУДНИКОМ**

© Повідайло В.О., Гаврильченко О.В., Коломієць В.О., Ланець О.С., 2001

Описується динаміка механічної системи вібромашини об'ємної обробки з електромагнітним віброзбудником. Наводиться визначення нерухомих точок вібраційної машини.

The purpose is mathematical description of motionless points in the vibrating machine of volumetric processing with electromagnetic vibrator. The dynamics of the vibrating machine is considered.

Необхідність масової, переважно викінчувальної, обробки деталей в машинобудуванні спонукає до створення дешевих і високопродуктивних машин. Ці якості властиві вібраційним машинам об'ємної обробки.

Робота вібромашини супроводжується частковою або повною передачею вібрації в навколишнє середовище, що негативно впливає на людину. Ефективність віброізоляції залежить від способу її досягнення. Найбільш повної, а отже, і найбільш ефективною віброізоляції можна досягнути, закріпивши систему в нерухомих точках або в точках з найменшими амплітудами коливань через віброізолятори.

За мету дослідження ставимо аналітичне знаходження нерухомих точок і точок з найменшими амплітудами коливань, визначення яких дасть змогу правильно розмістити віброізолятори 11 і 13 (рис. 1), звівши до мінімуму коливання, що передаються на колону 12 під час роботи вібромашини.

Розглянемо тримасну вібромашину з кільцевим багатофазним електромагнітним віброзбудником та об'ємною вібрацією робочого органа, що зображена на рис.1. На рис.2 подано загальний вигляд машини. Тороїдний контейнер 1 вібромашини за допомогою плоских, радіально розташованих пружин 2, з'єднаних з трубчатою стійкою 3, жорстко скріпленій з фланцем 4 робочого органа. Кільцевий багатофазний електромагніт з котушками 5, що надіті на магнітопроводи 6, закріпленій на фланці 7 реактивної плити, а якорі 8 віброзбудника закріплені на трубчастій стійці 3. Фланець 4 з'єднаний з фланцем 7 за допомогою пружних циліндричних стрижнів 9. Вся система за допомогою опорного елемента 10, що кріпиться на реактивній плиті, спирається на віброізолятор 11, який встановлено на колоні 12, і утримується від перекосів віброізолятором 13.

Тороїдний контейнер масою m_3 (рис. 3) заповнений наповнювачем з деталями із коефіцієнтом загасання, що значно перевищує загасання внаслідок фрикційного і гістерезисного ефектів у системі. У динамічній моделі загасання подане двома демпферами з коефіцієнтами в'язкого тертя μ_1 і μ_2 , розташованими між масою m_3 і нерухомою основою.

Покладається, що жорсткість віброізоляторів 11 і 13 (рис. 1) досить мала, причому самі віброізолятори розташовані поблизу тієї точки системи, коливання якої наближаються до нуля, тому їхній динамічний тиск на нерухому стійку 12 можна не враховувати.

Коловий електромагнітний вібробудник, кожна пара протилежно встановлених обмоток котрого ввімкнена у фазу трифазного джерела живлення по двотактній схемі, створює вимушуючу силу типу обертового вектора, що збудує горизонтальні поступальні коливання робочої камери по кругових траєкторіях. Оскільки центри мас, що беруть участь в антифазних переміщеннях, рознесені по висоті, у системі виникають кутові коливання навколо горизонтальних осей, як проходять через загальний центр мас системи і центри мас системи.

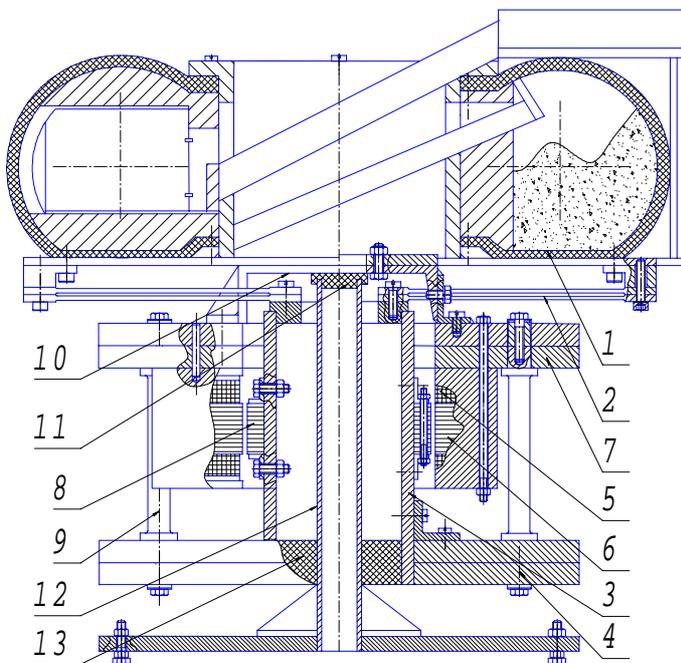


Рис. 1. Резонансна вібраційна машина в перерізі

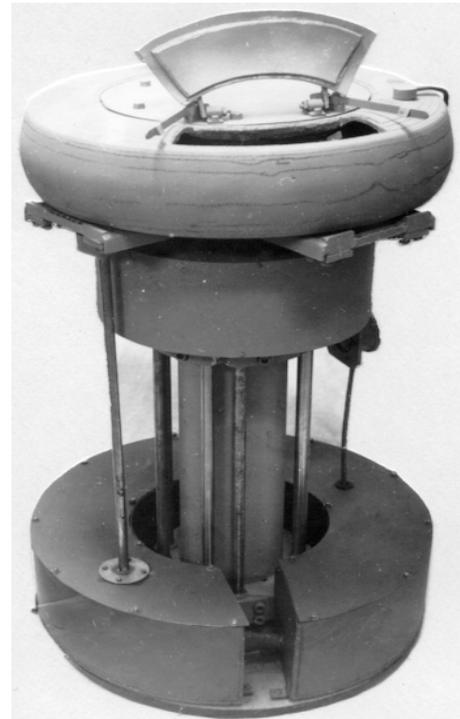


Рис. 2. Загальний вигляд резонансної вібраційної машини

Таким чином, робочий орган отримує об'ємні коливання, які аналогічні коливанням, що збуджуються двома спрямованими в протилежні боки і рознесеними по висоті дебалансами в тороїдній машині. При встановленні робочої камери 1 на плоскі пружини 2 утвориться тримасна коливальна система, у якій при відповідному підборі жорсткості пружини 2 підсилюються кутові коливання робочої камери.

Якщо як тороїдну робочу камеру використати гумово-кордні покритишки (зношені ззовні, а тому полегшені) від автомобілів або літаків, то економічність конструкції значно збільшиться, до того ж значно зменшується шум від роботи машини. На рис. 2 зображена вібрмашина, у якої робоча камера виконана з гумової покритишки.

Для визначення умовно нерухомих точок вібрмашини необхідно змодельовати роботу цієї машини в динаміці. Математичний опис досліджуваної динамічної моделі вібрмашини проводимо за допомогою класичної теорії малих коливань, на основі рівнянь Лагранжа в узагальнених координатах. Великими перевагами рівнянь Лагранжа є те, що при наявності ідеальних і голономних в'язей до них не входять реакції в'язей. Застосування цих рівнянь особливо доцільно при розгляді систем з декількома ступенями вільності. Перевагою такого підходу є і те, що узагальнена координата q_i у виразі для потенціальної енергії і похідна по часу від узагальненої координати \dot{q}_i у виразі для кінетичної енергії входять в квадрат і,

отже, не потрібно турбуватись про правильність знака q_i і \dot{q}_i , тобто про визначення напрямку переміщень і швидкостей, як це необхідно при написанні рівнянь за допомогою другого закону Ньютона чи принципу Д'Аламбера, що дають такий же результат.

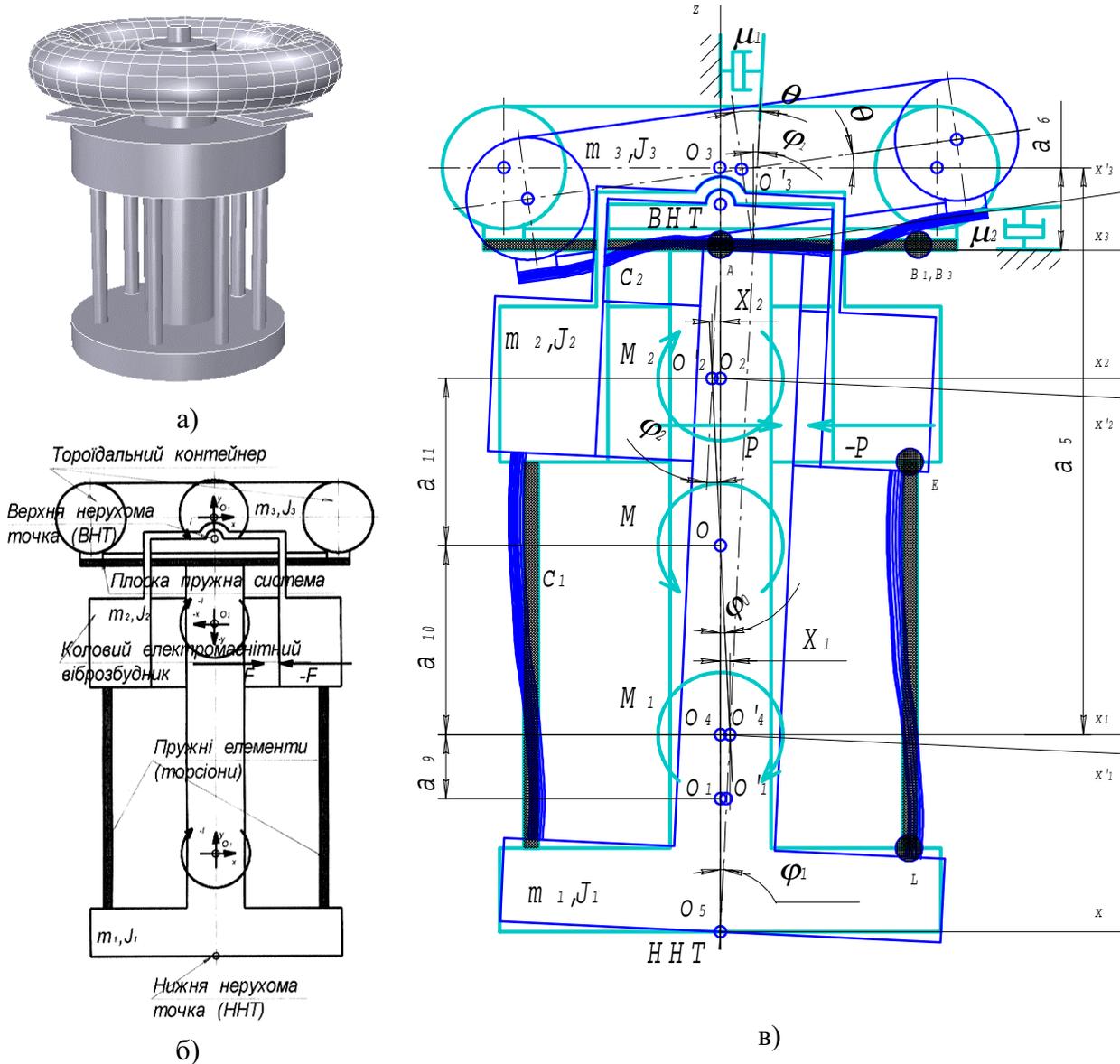


Рис. 3. Структурна а) і принципові плоскі б) і в) схеми тримасної вібраційної машини об'ємної обробки з коловим електромагнітним вібробудником

На рис. 3, а; б, в наведені структурна і принципова схеми тримасної вібраційної машини об'ємної обробки з коловим електромагнітним вібробудником. Дана вібромашина має тороїдний контейнер з горизонтальним збудженням коливань. Тороїдний контейнер масою m_3 здійснює об'ємні коливання і кріпиться до маси m_1 через плоску пружну систему, кінематично збуджуючись від маси m_1 . Вся конструкція кріпиться верхньою нерухомою точкою (ВНТ) до стояка. Маса m_1 рухається в протифазі з масою m_2 , яку утворюють осердя з котушками колового електромагнітного вібробудника.

Розглянемо плоску динамічну модель вібромашини (рис. 3). Вибираємо прямокутну базову декартову систему координат xO_5y і рухомі системи координат $x_1O_4z_1$ (система

координат I), $x_2O_2z_2$ (система координат II), $x_3O_3z_3$ (система координат III), що жорстко зв'язані з коливними масами 1, 2, 3 і проходять через їх власні або спільні центри мас. Отже, початок координат i -ї системи координат збігається з центром мас i -го тіла. Осі спрямовуємо, як показано на рис. 3, б. При математичному описі моделі користуємося рівняннями Лагранжа II-го роду.

Плоска спрощена модель тороїдної тримасної вібромашини об'ємної обробки (рис.3) матиме чотири ступеня вільності з узагальненими координатами:

$$x_1, x_2, \varphi, \theta,$$

де x_1 – переміщення вздовж осі x спільного центра O_4 мас m_1 і m_3 внаслідок вимушеного зусилля $P_1 = P \sin \omega t$; x_2 – переміщення вздовж осі x центра мас O_2 маси m_2 , внаслідок вимушеного зусилля $P_2 = -P \sin \omega t$; $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$ – кутові коливання маси m_1 і маси m_3 навколо спільного центра мас O_4 та маси m_2 навколо власного центра мас O_2 ; $\varphi_3 = \theta$ – коливання тороїдної маси m_3 навколо точки А кріплення контейнера до маси m_1 .

При коливаннях системи в напрямку осі x_1 , маси m_1 і m_3 рухаються як одне ціле. Рух відбувається завдяки зусиллю P_1 , яке розвиває електромагнітний віброзбудник. Поворот на кут θ маси m_3 навколо точки А кріплення контейнера до тіла масою m_1 відбувається завдяки кінематичному збудженню, пов'язаному з поворотом φ і переміщенням по x_1 .

Отже, для отримання рівнянь малих коливань системи з чотирма ступенями вільності спрощеної моделі необхідно скласти систему чотирьох рівнянь Лагранжа II-го роду:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_1} &= -\frac{\partial \Pi}{\partial x_1} - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{x}_1} + Q_{x1}; & \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} &= -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\varphi}} + Q_{\varphi} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_2} &= -\frac{\partial \Pi}{\partial x_2} + Q_{x2}; & \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta} &= -\frac{\partial \Pi}{\partial \theta} - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\theta}} + Q_{\theta}; \end{aligned} \quad (1)$$

де T – кінетична енергія системи; Φ – функція розсіювання системи (дисипативна функція Релея). Втрати в пружних елементах нехтуємо; Π – потенціальна енергія системи.

Оскільки вважаємо, що коливання малі, то узагальнені координати, швидкість і прискорення також достатньо малі, і в рівняннях Лагранжа можна знехтувати всіма складовими другого і більш високих порядків при розкладі в ряд Маклорена.

Вважаємо, що сили опору, які діють на коливну систему є лінійними функціями узагальнених швидкостей. Хоча таке припущення не виправдовується в дійсності, приймаючи його, ми залишаємося в межах лінійної теорії. Це приводить до значного спрощення математичного опису задачі, без суттєвих якісних і кількісних змін, які вносяться опором.

При знаходженні кінетичної та потенціальної енергії системи застосуємо перетворення координат. Координата точки плоскої фігури в системі координат xO_5y при повороті на кут φ_i і зміщенні початку координат, дорівнює:

$$x_n = x_i + x_{n(i)} \cos \varphi_i - y_{n(i)} \sin \varphi_i, \quad y_n = y_i + y_{n(i)} \cos \varphi_i + x_{n(i)} \sin \varphi_i, \quad (2)$$

де $x_{n(i)}$, $y_{n(i)}$ – координати n -х точок системи в i -й рухомій системі координат; x_i , y_i – координати початку координат i -ї системи координат. Якщо тіла коливної системи абсолютно тверді, то координати $x_{n(i)}$, $y_{n(i)}$ є постійними.

Таким чином, для точок $A, B_1, B_3, E, L, O_2, O_3, O_4, O_5$, що є геометричними центрами мас тіл, або системи тіл та місцями кріплення пружин, вирази (2) будуть мати такий вигляд:

$$\begin{aligned}
 x_{O_1} &= 0; & x_{O_4} &= x'_I + x_1; & x_{O_2} &= x'_{II} + x_2; \\
 y_{O_1} &= 0; & y_{O_4} &= y'_I + y_1; & y_{O_2} &= y'_{II} + y_2; \\
 x_{O_1} &= x_I + x_{O_1(I)} \cos \varphi - y_{O_1(I)} \sin \varphi, & x_A &= x_I + x_{A(I)} \cos \varphi - y_{A(I)} \sin \varphi, \\
 y_{O_1} &= y_I + y_{O_1(I)} \cos \varphi + x_{O_1(I)} \sin \varphi, & y_A &= y_I + y_{A(I)} \cos \varphi + x_{A(I)} \sin \varphi, \\
 x_{B_1} &= x_I + x_{B_1(I)} \cos \varphi - y_{B_1(I)} \sin \varphi, & x_L &= x_I + x_{L(I)} \cos \varphi - y_{L(I)} \sin \varphi, \\
 y_{B_1} &= y_I + y_{B_1(I)} \cos \varphi + x_{B_1(I)} \sin \varphi, & y_L &= y_I + y_{L(I)} \cos \varphi + x_{L(I)} \sin \varphi, \\
 x_E &= x_{II} + x_{E(II)} \cos \varphi - y_{E(II)} \sin \varphi, & x_{O_3} &= x_A + x_{O_3(III)} \cos \theta - y_{O_3(III)} \sin \theta, \\
 y_E &= y_{II} + y_{E(II)} \cos \varphi + x_{E(II)} \sin \varphi, & y_{O_3} &= y_A + y_{O_3(III)} \cos \theta + x_{O_3(III)} \sin \theta, \\
 x_{B_3} &= x_A + x_{B_3(III)} \cos \theta - y_{B_3(III)} \sin \theta, \\
 y_{B_3} &= y_A + y_{B_3(III)} \cos \theta + x_{B_3(III)} \sin \theta,
 \end{aligned} \tag{3}$$

де $x_1, x_2, \varphi, \theta$ – невідомі величини, рівняння зміни яких необхідно знайти (вони ж – узагальнені координати).

Знайдемо кінетичну і потенціальну енергію та дисипативну функцію системи.

Кінетична енергія системи складається з кінетичних енергій коливних тіл 1, 2 і 3.

$$T = T_1 + T_2 + T_3, \tag{4}$$

де T_1, T_2, T_3 – кінетична енергія мас m_1, m_2, m_3 , відповідно.

У загальному випадку кінетична енергія i -го тіла, що здійснює плоский рух, складається з кінетичної енергії поступального руху тіла разом з центром мас і кінетичної енергії обертання навколо осі, яка проходить через центр мас і перпендикулярно до площини руху, тобто:

$$T_i = \frac{m_i (\dot{x}_{O_i}^2 + \dot{y}_{O_i}^2)}{2} + \frac{J_{O_i} \dot{\varphi}_i^2}{2} = \frac{m_i \dot{x}_{O_i}^2}{2} + \frac{m_i \dot{y}_{O_i}^2}{2} + \frac{J_{O_i} \dot{\varphi}_i^2}{2} \tag{5}$$

Отже, сумарна кінетична енергія дорівнює:

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{m_1 (\dot{x}_1^2 - 2y_{O_1(I)} \dot{x}_1 \dot{\varphi} + y_{O_1(I)}^2 \dot{\varphi}^2)}{2} + \frac{J_1 \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{m_2 \dot{x}_2^2}{2} + \frac{J_2 \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{J_3 \dot{\theta}^2}{2} + \\
 &+ \frac{m_3 (\dot{x}_I^2 + \dot{y}_{A(I)}^2 \dot{\varphi}^2 + y_{O_3(III)}^2 \dot{\theta}^2 - 2y_{A(I)} x_I \dot{\varphi} + 2y_{O_3(III)} y_{A(I)} \dot{\theta} \dot{\varphi} - 2y_{O_3(III)} \dot{x}_I \dot{\theta})}{2}
 \end{aligned} \tag{6}$$

Потенціальну енергію системи знайдемо як суму робіт сил тяжіння і сил пружності пружин:

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2, \tag{7}$$

де Π_1 – потенціальна енергія, пов'язана з силами тяжіння; Π_2 – потенціальна енергія деформованих пружин. Повна потенціальна енергія дорівнює:

$$\Pi = G_1 \left[\frac{x_1^2}{2a_{10}} + \frac{a_9 \varphi^2}{2} \right] - G_2 \frac{x_2^2}{2a_{11}} + G_3 \left[\frac{x_1^2}{2a_{10}} - \frac{a_5 \varphi^2}{2} - \frac{a_6 \varphi^2}{2} \right] +$$

$$+ \frac{1}{2} c_1 (x_2 - x_1)^2 + \frac{1}{2} c_2 (x_{B_3(III)} \theta - x_{B_1(I)} \varphi)^2. \quad (8)$$

Дисипативна функція системи дорівнює:

$$\Phi = \frac{\mu_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_{A(I)}^2 \dot{\varphi}^2 + y_{O_3(III)}^2 \dot{\theta}^2 - 2y_{A(I)} x_1 \dot{\varphi} + 2y_{O_3(III)} y_{A(I)} \dot{\theta} \dot{\varphi} - 2y_{O_3(III)} \dot{x}_1 \dot{\theta})}{2} + \frac{\mu_2 \dot{\theta}^2}{2}, \quad (9)$$

де μ_1, μ_2 – коефіцієнти опору механічної системи в горизонтальному і вертикальному напрямках відповідно.

Визначимо узагальнені сили:

$$\begin{aligned} \delta A_{Px1} &= P \delta x_1; \quad Q_{x1} = \frac{P \delta x_1}{\delta x_1} = P; \quad \delta A_{Px2} = P \delta x_2; \quad Q_{x2} = \frac{P \delta x_2}{\delta x_2} = P; \\ \delta A_{M\varphi} &= P(a_1 + a_2) \delta \varphi; \quad Q_{\varphi} = \frac{P \delta \varphi}{\delta \varphi} = P(a_1 + a_2); \quad \delta A_{\theta} = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Підставляючи ці значення в рівняння Лагранжа II-го роду, отримуємо:

$$\begin{aligned} (m_1 + m_3) \ddot{x}_1 - (m_1 y_{O_1(I)} + m_3 y_{A(I)}) \ddot{\varphi} - m_3 y_{O_3(III)} \ddot{\theta} + \\ + \mu_1 \dot{x}_1 - \mu_1 y_{A(I)} \dot{\varphi} - \mu_1 y_{O_3(III)} \dot{\theta} + (x_1 / a_{10}) (G_1 + G_3) + c_1 (x_1 - x_2) = P \sin \omega t; \\ m_2 \ddot{x}_2 - c_1 (x_1 - x_2) - G_2 (x_2 / a_{11}) = -P \sin \omega t; \\ - (m_1 y_{O_1(I)} + m_3 y_{A(I)}) \ddot{x}_1 + (y_{O_1(I)}^2 m_1 + y_{A(I)}^2 m_3 + J_1 + J_2) \ddot{\varphi} + \\ + m_3 y_{A(I)} y_{O_3(III)} \ddot{\theta} + \mu_1 y_{A(I)}^2 \dot{\varphi} - \mu_1 y_{A(I)} \dot{x}_1 + \mu_1 y_{A(I)} y_{O_3(III)} \dot{\theta} + \\ + \varphi (G_1 a_9 - G_3 a_5 - G_3 a_6 + x_{B_1(I)}^2 c_2) - c_2 x_{B_3(III)} x_{B_1(I)} \theta = P(a_1 + a_2) \sin \omega t; \\ (y_{O_3(III)}^2 m_3 + J_3) \ddot{\theta} + y_{O_3(III)} y_{A(I)} m_3 \ddot{\varphi} + y_{O_3(III)} m_3 \ddot{x}_1 + \\ + (\mu_1 y_{O_3(III)}^2 + \mu_2) \dot{\theta} + \mu_1 y_{A(I)} y_{O_3(III)} \dot{\varphi} - \mu_1 y_{O_3(III)} \dot{x}_1 + c_2 x_{B_3(III)}^2 \theta - c_2 x_{B_3(III)} x_{B_1(I)} \varphi = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Розв'язком системи рівнянь є сума власних рухів і вимушених коливань.

Власні коливання даної механічної системи внаслідок наявності сил опору є затухаючими. Тому будемо розглядати процес, коли перехідні процеси пройшли. Знайдемо вимушені коливання, які є частковим розв'язком системи рівнянь (11), шукаючи їх у вигляді:

$$\begin{aligned} x_{1b} &= B_{x1} \sin \omega t + D_{x1} \cos \omega t = x_1 \sin(\omega t - \varepsilon_1); \quad x_{2b} = B_{x2} \sin \omega t + D_{x2} \cos \omega t = x_2 \sin(\omega t - \varepsilon_2); \\ \varphi_{1b} &= B_{\varphi1} \sin \omega t + D_{\varphi1} \cos \omega t = \varphi_1 \sin(\omega t - \varepsilon_3); \quad \theta = B_{\theta} \sin \omega t + D_{\theta} \cos \omega t = \theta \sin(\omega t - \varepsilon_4). \end{aligned} \quad (12)$$

Постійні B_i, D_i з рівнянь (12) пов'язані з амплітудами узагальнених координат A_i і кутами зсуву фаз ε_i співвідношеннями:

$$B_i = A_i \cos \varepsilon_i, \quad D_i = -A_i \sin \varepsilon_i \quad (13)$$

Відповідно амплітуди A_i і зсуви фаз ε_i дорівнюють:

$$A_i = \sqrt{B_i^2 + D_i^2}; \quad \operatorname{tg} \varepsilon_i = -\frac{D_i}{B_i}. \quad (14)$$

Для амплітуд B_i, D_i одержуємо:

$$\begin{aligned}
& \left(c_1 + \frac{G_1 + G_3}{a_{10}} - (m_1 + m_3)\omega^2 \right) - \mu_1\omega & -c_1 & 0 & 0 & (m_1 y_{O_1(t)} + m_3 y_{A(t)})\omega^2 \\
& \mu_1\omega & \left(c_1 + \frac{G_1 + G_3}{a_{10}} - (m_1 + m_3)\omega^2 \right) & 0 & -c_1 & -\mu_1 y_{A(t)}\omega \\
& -c_1 & 0 & \left(c_1 - \frac{G_2}{a_{11}} - m_2\omega^2 \right) & 0 & 0 \\
& 0 & -c_1 & \left(c_1 - \frac{G_2}{a_{11}} - m_2\omega^2 \right) & 0 & 0 \\
& (m_1 y_{O_1(t)} + m_3 y_{A(t)})\omega^2 & \mu_1 y_{A(t)}\omega & 0 & 0 & \left(G_1 a_9 - G_3 a_5 - G_3 a_6 + x_{B_1(t)}^2 c_2 \right) - \\
& -\mu_1 y_{A(t)}\omega & (m_1 y_{O_1(t)} + m_3 y_{A(t)})\omega^2 & 0 & 0 & -\left(y_{O_1(t)}^2 m_1 + y_{A(t)}^2 m_3 + J_1 + J_2 \right) \omega^2 \\
& -y_{O_3(\text{III})} m_3 \omega^2 & \mu_1 y_{O_3(\text{III})}\omega & 0 & 0 & \mu_1 y_{A(t)}^2 \omega \\
& -\mu_1 y_{O_3(\text{III})}\omega & -y_{O_3(\text{III})} m_3 \omega^2 & 0 & 0 & -\left(c_2 x_{B_3(\text{III})}^x B_1(t) + y_{O_3(\text{III})} y_{A(t)} m_3 \omega^2 \right) \\
& \mu_1 y_{A(t)}\omega & m_3 y_{O_3(\text{III})}\omega^2 & \mu_1 y_{O_3(\text{III})}\omega & \mu_1 y_{O_3(\text{III})}\omega & \\
& (m_1 y_{O_1(t)} + m_3 y_{A(t)})\omega^2 & -\mu_1 y_{O_3(\text{III})}\omega & 0 & m_3 y_{O_3(\text{III})}\omega^2 & \\
& 0 & 0 & 0 & 0 & \\
& -\mu_1 y_{A(t)}\omega & -\left(m_3 y_{A(t)} y_{O_3(\text{III})} \omega^2 + c_2 x_{B_3(\text{III})}^x B_1(t) \right) & -\mu_1 y_{A(t)} y_{O_3(\text{III})}\omega & B_{x1} & P \\
& \left(G_1 a_9 - G_3 a_5 - G_3 a_6 + x_{B_1(t)}^2 c_2 \right) - & \mu_1 y_{A(t)} y_{O_3(\text{III})}\omega & -\left(m_3 y_{A(t)} y_{O_3(\text{III})} \omega^2 + c_2 x_{B_3(\text{III})}^x B_1(t) \right) & D_{x1} & 0 \\
& -\left(y_{O_1(t)}^2 m_1 + y_{A(t)}^2 m_3 + J_1 + J_2 \right) \omega^2 & \left(c_2 x_{B_3(\text{III})}^x B_1(t) + y_{O_3(\text{III})} y_{A(t)} m_3 \omega^2 \right) & -\left(\mu_1 y_{O_3(\text{III})} + \mu_2 \right) \omega & B_{x2} & -P \\
& -\mu_1 y_{A(t)} y_{O_3(\text{III})}\omega & \left(\mu_1 y_{O_3(\text{III})} + \mu_2 \right) \omega & \left(c_2 x_{B_3(\text{III})}^x B_1(t) + y_{O_3(\text{III})} y_{A(t)} m_3 \omega^2 \right) & D_{x2} & 0 \\
& -\left(c_2 x_{B_3(\text{III})}^x B_1(t) + y_{O_3(\text{III})} y_{A(t)} m_3 \omega^2 \right) & \left(\mu_1 y_{O_3(\text{III})} + \mu_2 \right) \omega & \left(c_2 x_{B_3(\text{III})}^x B_1(t) + y_{O_3(\text{III})} y_{A(t)} m_3 \omega^2 \right) & B_{\varphi} & Pa \\
& & & & D_{\varphi} & 0 \\
& & & & B_{\theta} & 0 \\
& & & & D_{\theta} & 0
\end{aligned}$$

(15)

→

де $a = a_{10} + a_{11}$.

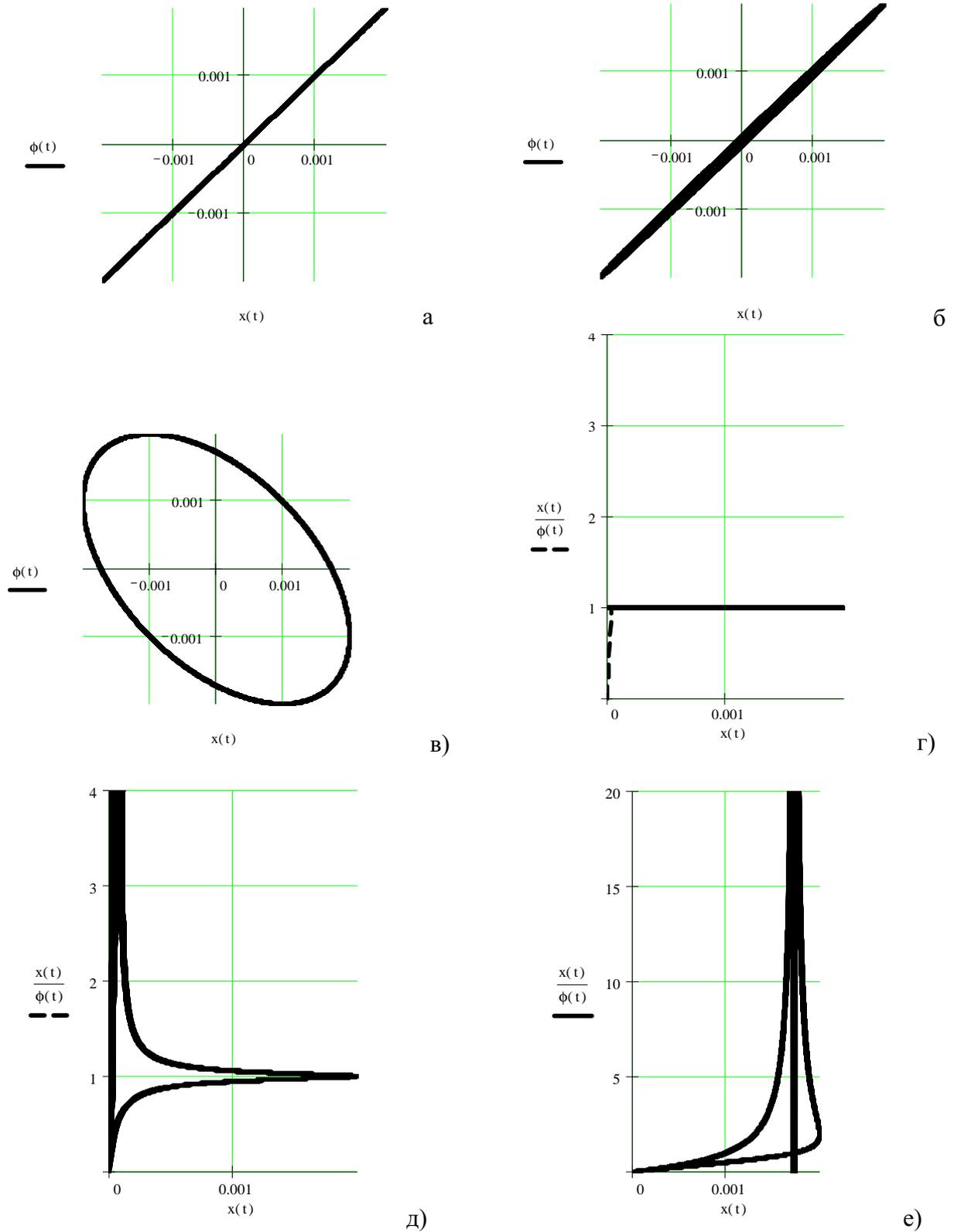


Рис. 4. Залежність кута повороту $\phi(t)$ від переміщення $x(t)$ при зсуві фаз $\varepsilon' = 0$ (а), $\varepsilon'' = \pi/100$ (б) і $\varepsilon''' = \pi/1,5$ (в) та залежність радіуса кривини траєкторії, по якій обкочується коливна маса від амплітуди переміщення $x(t)$ при зсуві фаз $\varepsilon' = 0$ (г), $\varepsilon'' = \pi/100$ (д) і $\varepsilon''' = \pi/1,5$ (е)

Розв'язок цієї системи рівнянь (амплітуди B_i , D_i) в цій роботі знайдемо за допомогою програмного математичного забезпечення MathCAD. Підставляючи їх в рівняння 12 і 14, отримуємо рівняння, що описують рух вібромашини. Відповідні графіки наведені на рис.4.

Нерухомі точки механічної системи знаходимо із залежності:

$$r_i = \frac{x_{1,2} \sin(\omega t)}{\varphi \sin(\omega t + \varepsilon)}. \quad (17)$$

Зокрема при $\varepsilon = 0$ маємо:

$$r_i = \frac{x_{1,2}}{\varphi}. \quad (18)$$

Отже, нерухомі точки розміщені на відстані r_i від центру коливної маси m_i на осі симетрії машини у випадку, коли зсуви фаз між поступальним рухом коливної маси і її обертовим рухом відсутні. Кріпленням конструкції в цих точках досягається віброізоляція системи.

Реальна коливна механічна система має зсуви фаз між переміщеннями, що відповідають різним ступеням вільності. Знайдемо вплив зсуву фаз на положення нерухомої точки. Нехай, наприклад: $x_1 = 0,002 \cdot \sin(\omega t)$, $\varphi_1 = 0,002 \cdot \sin(\omega t + \varepsilon)$.

На рис. 4, а, рис.4, б і рис.4, в наведені залежності кута повороту $\varphi(t)$ від переміщення $x(t)$ для різних кутів зсуву фаз ($\varepsilon' = 0$, $\varepsilon'' = \pi/100$ і $\varepsilon''' = \pi/1,5$). Залежності радіуса кривини траєкторії, по якій обкочується коливна маса, для тих же зсувів фаз наведені на рис. 4, г, д, е відповідно. Розрахунки виконані за допомогою програмного забезпечення MathCAD.

З графіків на рис.4, г, д, е видно, що зсув фаз між поступальним переміщенням і поворотом коливної маси впливає на положення нерухомої точки на осі симетрії. При наявності зсуву фаз між цими рухами існує величина поступального переміщення, на якому кут повороту коливної маси дорівнює нулю, а отже, радіус, по якому умовно обкочується коливна маса, прямує до нескінченності. Приміром, для зсувів фаз $\varepsilon' = 0$, $\varepsilon'' = \pi/100$ і $\varepsilon''' = \pi/1,5$, (рис. 4, г, д, е) відповідно, величини поступальних переміщень, при яких радіус кривини прямує до нескінченності, дорівнюють відповідно 0 мм, 0,1 мм і 1,7 мм. Ці величини поступальних переміщень є амплітудами коливань точок кріплення коливних мас.

Отже, для механічної системи при наявності зсуву фаз можна говорити тільки про миттєву нерухому точку. Чим більше різниця між зсувами фаз поступального переміщення і кут повороту ближче до 90^0 , тим більшу амплітуду коливань матиме точка кріплення коливної маси, а отже, збільшуватимуться динамічні сили від коливних мас, вібрація від яких передається через точки кріплення 11 і 13 на стійку 12 (рис. 1).

Для зменшення негативного впливу вібрації нерухомих точок, внаслідок зсуву фаз між поступальними рухами коливних мас і їх кутовими переміщеннями, точки кріплення коливних мас приєднують до стійок через пружні елементи 11 і 13 (рис. 1), які виконують роль віброізоляторів.

Отже, при розрахунку і проектуванні віброізоляції у вібраційних машинах об'ємної обробки з електромагнітними вібробудниками даного типу необхідно враховувати зсуви фаз між переміщеннями, присутність яких виключає наявність повністю нерухомих точок в коливній механічній системі вібраційної машини об'ємної обробки. Це призводить до

унеможливлення досягнення повної віброізоляції механічної системи в горизонтальному напрямку, а можна говорити лише про часткову.

Залишки вібрації, які передаються через віброізолятори 11 і 13 (рис. 1) і стійку 12 на фундамент, навіть при наявності зсуву фаз між коливними рухами, є малими порівняно з відомими вібраційними машинами об'ємної обробки інших типів і видів. Тому використання вібраційних машин даного типу доцільніше.

1. Повидайло В.А, Шаповалов С.В. Динамика автоматизированных резонансных вибромашин с объемной вибрацией // Автоматизация производственных процессов в машиностроении и приборостроении. 1986. Вып. 25. С. 64–70. 2. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики. М., 1990. 3. Бауман В.А Быховский И.И. Вибрационные машины и процессы в строительстве. М., 1977.

УДК 539.3

О.М. Римар, М.О. Римар

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра нарисної геометрії та інженерної графіки

ЗВ'ЯЗОК МІЖ НОРМАЛЬНИМИ НАПРУЖЕННЯМИ ДЛЯ ЗАДАЧІ ГЕРЦА

© Римар О.М., Римар М.О., 2001

Знайдено формули, що визначають зв'язок між нормальними напруженнями для точного розв'язку задачі Герца на основі системи переміщень, яка задовольняє необхідні умови теорії пружності.

Normal strain has been determined for Hertzian contact problem. The solving of this problem is based on a system displacement that satisfies the elastic theory conditions.

У випадках контактної навантаження деталей машин оптимізація їх параметрів здійснюється на основі моделювання напруженого стану. Постає актуальною задача про визначення нормальних та дотичних напружень в точках елементів деталей з необхідною точністю. Контактна міцність деталей машин істотно залежить і від співвідношення нормальних напружень. Для контактних задач в межах теорії пружності сума нормальних напружень [1] визначається формулою

$$\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = (3\lambda + 2G)\Theta, \quad (1)$$

де Θ – об'ємне розширення; λ, G – постійні Ламе.

В роботі [2] нами запропоновано точний розв'язок задачі Герца, який забезпечує виконання всіх необхідних умов теорії пружності. Визначимо нормальні напруження, зв'язок між ними та перевіримо виконання умови $\sigma|_{z \rightarrow \infty} = 0$ для точного розв'язку задачі на основі системи переміщень [2]