

РОЗРАХУНОК СТАТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК АСИНХРОННИХ ДВИГУНІВ У ФАЗНИХ КООРДИНАТАХ

© Маляр В.С., Гайдук В.Г., 2009

Розглядається питання розрахунку статичних характеристик асинхронного двигуна на основі рівнянь електромагнітної рівноваги, записаних у нерухомих трифазних координатних осях.

In the paper the problem of asynchronous motor static characteristics calculation is considered. The model is created based on static equilibrium equations written using stationary three-phase coordinate axes.

Суть проблеми та аналіз останніх досягнень. Під час проектування асинхронних двигунів (АД) необхідно перевіряти їхні експлуатаційні властивості на підставі розрахунку статичних характеристик. Їх розрахунок зазвичай здійснюють за відомими заводськими методиками, розробленими ще в часи домашинних методів аналізу, здійснюється на підставі добре опрацьованих методів лінійної теорії [2], в основі яких є заступні схеми. Ці самі методики запрограмовані і в системах автоматизованого проектування АД [1]. Очевидно, що вони доволі спрощені і не можуть задовольняти сучасні вимоги щодо точності та достовірності отриманих результатів, а отже, потребують експериментальної перевірки. Крім того, вони потребують попереднього обчислення електромагнітних параметрів, які визначаються на підставі геометричних розмірів і обмоткових даних, що вносить додаткові похибки в розрахунок робочих характеристик. Отже, актуальним завданням є отримання інформації про поведінку в експлуатації АД методами математичного моделювання є.

Задача досліджень. Метою статті є розроблення методу та алгоритму розрахунку статичних характеристик асинхронних двигунів з урахуванням насичення магнітопроводу та витіснення струму в стержнях ротора на підставі рівнянь електричної рівноваги, записаних у фазних координатах.

Виклад основного матеріалу. У статті розглядається АД, який має трифазну обмотку статора і живиться симетричною системою напруг. Обмотка ротора також симетрична трифазна. У разі короткозамкненого ротора його обмотку необхідно замінити еквівалентною трифазною відповідно до загальноприйнятих методик.

Трифазне електричне коло обмотки статора симетричне, а тому рівняння в трифазних нерухомих трифазних осях при живленні обмотки статора симетричною системою напруг можуть бути записані для кожної фази окремо [3]. Рівняння електричної рівноваги контурів статора та ротора, складені для миттєвих значень струмів та напруг, є диференціальними:

$$\frac{d\psi_A}{dt} = U_m \sin \omega_0 t - r_A i_A;$$

$$\frac{d\psi_B}{dt} = U_m \sin(\omega_0 t - 2\pi/3) - r_B i_B;$$

$$\frac{d\psi_C}{dt} = U_m \sin(\omega_0 t + 2\pi/3) - r_C i_C;$$

$$\begin{aligned}\frac{d\psi_a}{dt} &= -\omega(\psi_b - \psi_c)/\sqrt{3} - r_a i_a; \\ \frac{d\psi_b}{dt} &= -\omega(\psi_c - \psi_a)/\sqrt{3} - r_b i_b; \\ \frac{d\psi_c}{dt} &= -\omega(\psi_a - \psi_b)/\sqrt{3} - r_c i_c.\end{aligned}\quad (1)$$

де U_m , ω_0 – амплітудне значення та частота фазної напруги живлення обмотки статора; ω – кутова швидкість обертання ротора; ψ_k , i_k , r_k ($k = A, B, C, a, b, c$) – потокозчеплення, струми та активні опори відповідних обмоток статора та перетворених до трифазної нерухомої системи координат короткозамкненої обмотки ротора (фази – a, b, c).

Утворивши вектори

$$\vec{\psi} = (\psi_A, \psi_B, \psi_C, \psi_a, \psi_b, \psi_c)^T; \quad \vec{i} = (i_A, i_B, i_C, i_a, i_b, i_c)^T,$$

систему (1) диференціальних рівнянь (ДР) можна записати одним векторним рівнянням

$$\frac{d\vec{\psi}}{dt} = \vec{f}(\vec{\psi}, \vec{i}, \omega, t) + \vec{u}(t), \quad (2)$$

де $\vec{u}(t) = (U_m \sin \omega_0 t, U_m \sin(\omega_0 t - 2\pi/3), U_m \sin(\omega_0 t + 2\pi/3), 0, 0, 0)^T$ – вектор прикладених напруг; \vec{f} – вектор-функція правих частин рівнянь (1) за винятком вектора \vec{u} ; (верхній індекс “ T ” означає транспонування).

Розрахунок статичних характеристик як сукупності усталених режимів з використанням рівняння (2) є складною задачею. Очевидно, що для цього необхідно, задавши значення швидкості ω , розв’язувати еволюційну задачу до фактичного усталення. Такий спосіб має низку недоліків, а тому не може бути застосований до розв’язування поставленої задачі. Тому в статті пропонується інший алгоритм розрахунку, суть якого полягає ось у чому.

За умови постійної швидкості ω обертання ротора вектори, які входять до рівняння (2), є періодичними функціями з періодом T , який визначається частотою напруги живлення. Це дає змогу розглядати задачу розрахунку режиму роботи АД при постійному ковзанні як крайову з періодичними крайовими умовами. Одним із ефективних методів її розв’язання є викладений в [4] сплайн-метод, суть якого стосовно розв’язування цієї задачі полягає у такому.

Використовуючи значення координат в N вузлах на періоді T , апроксимуємо кожен координату вектора $\vec{\psi}$ кубічним сплайном. В результаті отримаємо алгебричний аналог системи (2) у вигляді векторного рівняння

$$H\vec{\Psi} - \vec{F} = \vec{U}, \quad (3)$$

де H – квадратна матриця розміру $4N$, елементи якої визначаються винятково сіткою вузлів [4];

$\vec{\Psi} = (\vec{\psi}_1, \dots, \vec{\psi}_N)^T$; $\vec{F} = (\vec{f}_1, \dots, \vec{f}_N)^T$; $\vec{U} = (\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_N)$ – вектори, складені зі значень векторів $\vec{\psi}$, \vec{f} , \vec{u} в N вузлах періоду.

Розв’язком рівняння (3) є вектор $\vec{I} = (\vec{i}_1, \dots, \vec{i}_N)^T$, який є сітковим відображенням вектора $\vec{i}(t) = \vec{i}(t+T)$ на періоді. Для його отримання використаємо метод продовження за параметром в комбінуванні з методом Ньютона. Для цього в систему (3) вводиться скалярний параметр ε шляхом множення вектора \vec{U} вузлових значень прикладених напруг на цей параметр, тобто прийнявши $\vec{U} = \varepsilon \vec{U}_0$. Беручи до уваги, що $\vec{\Psi} = \vec{\Psi}(\vec{I})$; $\vec{F} = \vec{F}(\vec{\Psi}, \vec{I}, \varepsilon)$, диференціюємо отримане параметризоване рівняння по ε . В результаті отримаємо

$$W \frac{d\vec{I}}{d\varepsilon} = \vec{U}_0, \quad (4)$$

де $W = H \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial \bar{I}} - \frac{\partial \bar{F}}{\partial \bar{I}}$ – матриця Якобі системи (3), в якій $\frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial \bar{I}}$, $\frac{\partial \bar{F}}{\partial \bar{I}}$ – блочно-діагональні матриці, в яких відповідні діагональні блоки мають такий зміст:

$$\frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial \bar{i}} = \begin{matrix} L_{AA} & L_{AB} & L_{AC} & L_{Aa} & L_{Ab} & L_{Ac} \\ L_{BA} & L_{BB} & L_{BC} & L_{Ba} & L_{Bb} & L_{Bc} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_{CC} & L_{Ca} & L_{Cb} & L_{Cc} \\ L_{aA} & L_{aB} & L_{aC} & L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{bA} & L_{bB} & L_{bC} & L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{cA} & L_{cB} & L_{cC} & L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{matrix},$$

$$\frac{\partial \bar{f}}{\partial \bar{i}} = \begin{matrix} -r_A & & & & & \\ & -r_B & & & & \\ & & -r_C & & & \\ \alpha(L_{bA} - L_{cA}) & \alpha(L_{bB} - L_{cB}) & \alpha(L_{bC} - L_{cC}) & \alpha(L_{ba} - L_{ca}) - r_a & \alpha(L_{bb} - L_{cb}) & \alpha(L_{bc} - L_{cc}) \\ \alpha(L_{cA} - L_{aA}) & \alpha(L_{cB} - L_{aB}) & \alpha(L_{cC} - L_{aC}) & \alpha(L_{ca} - L_{aa}) & \alpha(L_{cb} - L_{ab}) - r_b & \alpha(L_{cc} - L_{ac}) \\ \alpha(L_{aA} - L_{bA}) & \alpha(L_{aB} - L_{bB}) & \alpha(L_{aC} - L_{bC}) & \alpha(L_{aa} - L_{ba}) & \alpha(L_{ab} - L_{bb}) & \alpha(L_{ac} - L_{bc}) - r_c \end{matrix}$$

$$\alpha = \omega / \sqrt{3}.$$

Елементи матриці Якобі формуються з диференціальних індуктивностей контурів АД, які розраховуються на підставі характеристик намагнічування основного магнітного шляху та шляхів потоків розсіювання відповідно до викладеного в [5]. Очевидно, що їх розрахунок може бути здійснений і на підставі розрахунку розподілу магнітного поля в повітряному проміжку двигуна, виконаного з використанням розгалуженої заступної схеми його магнітопроводу.

Для отримання статичних характеристик можна здійснити розрахунок низки усталених періодичних режимів відповідно до викладеного алгоритму. Однак існує інший спосіб їх отримання, який є більш ефективний. Суть його полягає в тому, що нелінійна система скінченних рівнянь (3) диференціюється по швидкості ω (ковзанню), а потім інтегрується чисельним методом по ω . Отже, для розрахунку статичних характеристик пропонується алгоритм.

Задавшись значенням швидкості обертання ротора $\omega=0$ ($s=1$), виконуємо кілька кроків інтегрування системи (4) по ε (від $\varepsilon=0$ до $\varepsilon=1$) методом Ейлера, що дає змогу отримати періодичні залежності струмів (а, значить, і потокозчеплень) при $s=1$ з деяким наближенням, зумовленим похибками методу Ейлера, однак вони достатні для забезпечення збіжності ітераційного процесу. Отримані вузлові значення координат уточнюємо за ітераційною схемою методу Ньютон. Прирости $\Delta \bar{I}$ вузлових координат обчислюються за формулою

$$W \Delta \bar{I} = \bar{D}, \quad (5)$$

де \bar{D} – вектор нев'язок системи (3) при заданих значеннях вектора \bar{U} вузлових значень прикладених напруг. Зауважимо, що матриця Якобі при обчисленні поправок та сама, що і при інтегруванні, що дає змогу об'єднати ці два етапи розрахунку в єдиному алгоритмі. Змінюючи значення швидкості від $\omega=0$ до $\omega = \omega_0$, знаходимо значення координат, які їм відповідають, лише ітераційним методом, оскільки отримані з попереднього кроку значення координат знаходяться, зазвичай, в околі збіжності ітераційного процесу.

Електромагнітний момент у трифазній системі координат обчислюється для кожної вузлової точки періоду за формулою [5]

$$M_e = -pL_\mu \left((i_{\mu B} - i_{\mu C})i_A + (i_{\mu C} - i_{\mu A})i_B + (i_{\mu A} - i_{\mu B})i_C \right) / \sqrt{3}.$$

Як приклад, на рис. 1–2 наведені розрахункові криві напруги (пунктирна лінія) та струму (неперервна лінія) фази статора в усталеному режимі роботи двигуна 4AP160S4Y3 ($P_n = 15 \text{ кВт}$; $U_n = 380/220 \text{ В}$) при двох значеннях ковзання.

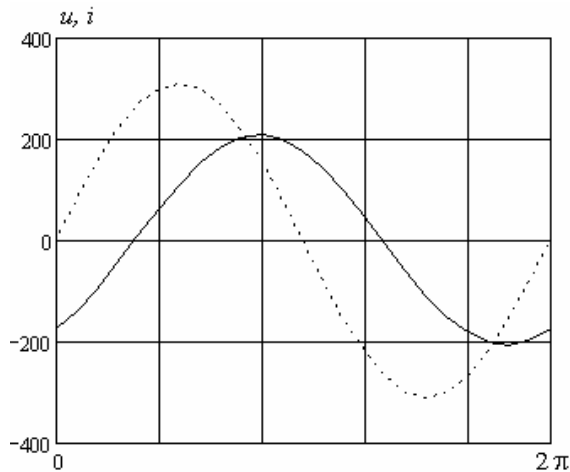


Рис. 1. Часові залежності напруги та струму фази статора при ковзанні $s=1,0$

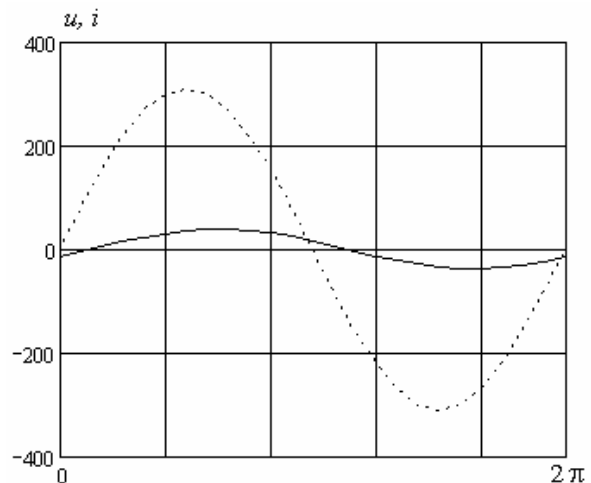


Рис. 2. Часові залежності напруги та струму фази статора при номінальному значенні ковзання $s=0,016$

Висновки. Запропонований метод дає змогу розраховувати періодичні залежності струмів, потокозчеплень та електромагнітного моменту АД при різних значеннях ковзання, які є основою для розрахунку статичних робочих характеристик. Вхідними даними для розрахунку є геометричні розміри та обмоткові дані двигуна, що дає змогу використовувати розроблену на основі запропонованого алгоритму програму як окремий модуль в системі автоматизованого проектування. Застосування фазних координатних осей дає змогу досліджувати несиметричні режими роботи з урахуванням насичення магнітопроводу. Для урахування витіснення струму необхідно кожний стержень короткозамкнутої обмотки разом з короткозамикаючими кільцями розбити по висоті на кілька елементарних [6]. Це призведе лише до збільшення кількості контурів і відповідно рівнянь електричної рівноваги для ротора і не потребує зміни загального алгоритму розрахунку.

1. Гольдберг О.Д., Гурин Я.С., Свириденко И.С. Проектирование электрических машин: Учеб. для вузов. – М.: Высш. шк., 1984. – 431 с. 2. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. – М.: Высш. шк., 2001. – 327 с. 3. Копылов И.П., Фильц Р.В., Яворский Я.Я. Об уравнениях асинхронной машины в различных системах координат // Изв. вузов. Электромеханика. – 1986. – № 3. – С. 22–33. 4. Маляр В.С., Маляр А.В. Математическое моделирование периодических режимов работы электротехнических устройств // Электронное моделирование. – 2005. – Т. 27, № 3. – С. 39–53. 5. Фильц Р.В. Математические основы теории электромеханических преобразователей. – К.: Наук. думка, 1979. – 208 с. 6. Фильц Р.В., Онышко Е.А., Плахтына Е.Г. Алгоритм расчета переходных процессов в асинхронной машине с учетом насыщения и вытеснения тока // Преобразователи частоты для электропривода. – Кишинев: Штиинца, 1979. – С. 11–22.