

ФОРМУВАННЯ РІВНЯНЬ СТАНУ, ЩО ОПИСУЮТЬ ПРОЦЕСИ В ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖАХ, СИСТЕМАХ ЇХ ЗАХИСТУ Й АВТОМАТИКИ, У КОНТУРНИХ КООРДИНАТАХ

© Равлик О.М., 2008

Виконано аналіз методів формування рівнянь перехідних процесів електротехнічних систем. Запропоновані ефективні алгоритми формування і оптимізації рівнянь стану електротехнічної системи у контурних координатах.

Is done analysis methods of formation of the equations of transitional processes of electrotechnical systems. Effective algorithms of formation and optimisation of the equations of a condition of electrotechnical systems in planimetric co-ordinates are offered.

Постановка проблеми. Перехідні процеси в електричних мережах (ЕМ), пристроях їх захисту й автоматики (ПЗА) у загальному випадку описуються системами диференціальних, інтегральних, диференційно-інтегральних та скінченних рівнянь. Для дослідження цих процесів необхідні ефективні алгоритми формування і розв'язування систем рівнянь, що описують їх відповідно до вибраного координатного базису.

Аналіз останніх досліджень. Залежно від методів аналізу перехідних процесів в ЕМ і ПЗА на основі зосереджених параметрів, математичні моделі їх елементів можна формувати у різних координатних базисах – в координатах стану, в координатах віток, у вузлових координатах, у контурних координатах [1–4].

Окремо потрібно класифікувати моделі, в основу яких покладено алгоритми, що використовують змішаний координатний базис [1, 2] й алгоритми декомпозиційного моделювання [2].

Незважаючи на широкий спектр публікацій стосовно алгоритмів формування і розв'язування систем рівнянь у різних координатних базисах, у відомій літературі практично відсутня відповідна інформація щодо методу контурних координат, який є найефективнішим для моделювання складних електромагнітних систем.

Задачі і результати досліджень. За аналізу процесів в ЕМ і ПЗА останні розглядатимемо як єдину електротехнічну систему (ЕТС). Стан ЕТС можна описати узагальненою системою рівнянь. Цю систему рівнянь у методі контурних струмів і магнітних потоків (потокозчеплень) запишемо у вигляді

$$\Gamma \begin{pmatrix} \mathbf{L} & \mathbf{K}_T \\ \mathbf{K}_{Tt} & -\mathbf{R}'_M \end{pmatrix} \Gamma_t \begin{pmatrix} d\mathbf{i}_K / dt \\ d\boldsymbol{\Psi}_K / dt \end{pmatrix} = \Gamma(\mathbf{e} - \mathbf{R}\mathbf{i} - \mathbf{u}_c, \mathbf{0}); \quad (1)$$

$$(\mathbf{i}, \boldsymbol{\Psi}) = \Gamma_t(\mathbf{i}_K, \boldsymbol{\Psi}_K); \quad (2)$$

$$\mathbf{C} d\mathbf{u}_c / dt = \mathbf{i}, \quad (3)$$

де Γ, Γ_t – пряма і транспонована матриці головних контурів взаємопов'язаних електричних і магнітних кіл; $\mathbf{i}, \mathbf{e}, \mathbf{u}_c$ – вектори струмів, ЕРС і напруг на ємностях для електричних кіл відповідно; $\boldsymbol{\Psi}$ – вектор потокозчеплень магнітних віток схеми; $\mathbf{R} = \text{diag}(R_1, R_2, \mathbf{K}, R_n)$ – діагональна матриця активних опорів віток електричних кіл; $\mathbf{C} = \text{diag}(C_1, C_2, \mathbf{K}, C_n)$ – діагональна матриця ємностей схеми;

$$\mathbf{L} = \begin{vmatrix} L_{11} & M_{12} & \mathbf{K} & M_{1n} \\ M_{21} & L_{22} & \mathbf{K} & M_{2n} \\ \mathbf{K} & \mathbf{K} & \mathbf{K} & \mathbf{K} \\ M_{n1} & M_{n2} & \mathbf{K} & L_{nn} \end{vmatrix} -$$

матриця власних і взаємних індуктивностей; n – кількість електричних віток;

$$\mathbf{K}_T = \begin{vmatrix} K_{T11} & K_{T12} & \mathbf{K} & K_{T1m} \\ K_{T21} & K_{T22} & \mathbf{K} & K_{T2m} \\ \mathbf{K} & \mathbf{K} & \mathbf{K} & \mathbf{K} \\ K_{Tn1} & K_{Tn2} & \mathbf{K} & K_{Tnm} \end{vmatrix} -$$

матриця коефіцієнтів трансформації між вітками електричних і магнітних кіл; $\mathbf{R}'_M = \text{diag}(R'_{M1}, R'_{M2}, \mathbf{K}, R'_{Mm})$ – діагональна матриця приведених диференційних магнітних опорів, для якої кожний елемент матриці визначається як $R'_{Mm} = R_{Mm} / w^2$ де R_{Mm} – диференційний магнітний опір вітки; а w – кількість витків обмотки, до якої приведене потокозчеплення цієї вітки, m – кількість магнітних віток.

Використання в узагальненому векторі контурних координат $(\mathbf{i}_K, \boldsymbol{\Psi}_K)$ вектора контурних потокозчеплень $\boldsymbol{\Psi}_K$ замість вектора контурних магнітних потоків $\boldsymbol{\Phi}_K$ зумовлено певними міркуваннями. Так, за запису рівняння (1) щодо $\boldsymbol{\Phi}_K$, замість матриці коефіцієнтів трансформації \mathbf{K}_T , елементи якої визначаються з паспортних даних електромагнітного апарата, з'явиться матриця кількості витків \mathbf{W} , інформація для визначення якої практично завжди відсутня. Крім того, в матриці коефіцієнтів

$$\Gamma \left\| \begin{array}{cc} \mathbf{L} & \mathbf{K}_T \\ \mathbf{K}_{Tt} & -\mathbf{R}'_M \end{array} \right\| \Gamma_t$$

розкид параметрів на декілька порядків нижчий, ніж за запису (1) щодо вектора $\boldsymbol{\Phi}_K$, що у разі реалізації математичної моделі істотно впливає на точність, стійкість і тривалість розрахунків.

Якщо у системі рівнянь (1)–(3) вектор потокозчеплення $\boldsymbol{\Psi}$ формально еквівалентувати вектором струму \mathbf{i}_{eM} , діагональну матрицю приведених до одного витка диференційних магнітних опорів $-\mathbf{R}'_M$ – діагональною матрицею еквівалентних індуктивностей \mathbf{L}_{eM} , а матрицю коефіцієнтів трансформації між вітками електричних і магнітних кіл \mathbf{K}_T – матрицею еквівалентних взаємних індуктивностей \mathbf{M}_{eM} , отримаємо еквівалентну систему рівнянь стану ЕТС

$$\mathbf{L}_{eK} d\mathbf{i}_{eK} / dt = \Gamma (\mathbf{e} - \mathbf{R} \mathbf{i} - \mathbf{u}_c, \mathbf{0}); \quad (4)$$

$$\mathbf{i}_e = \Gamma_t \mathbf{i}_{eK}; \quad (5)$$

$$\mathbf{C} d\mathbf{u}_c / dt = \mathbf{i}, \quad (6)$$

де $\mathbf{L}_{eK} = \Gamma \mathbf{L}_e \Gamma_t = \Gamma \left\| \begin{array}{cc} \mathbf{L} & \mathbf{M}_{eM} \\ \mathbf{M}_{eMt} & \mathbf{L}_{eM} \end{array} \right\| \Gamma_t$ – матриця контурних параметрів; $\mathbf{i}_e = (\mathbf{i}, \mathbf{i}_{eM})$ – узагальнений вектор еквівалентних струмів для електричних і магнітних кіл.

Така система рівнянь потребує набагато простіших алгоритмів з погляду формування і реалізації її у вигляді цифрової моделі (ЦМ).

Еквівалентна система рівнянь (4)–(6) описує стаціонарний стан ЕТС. Для відтворення зміни стану ЕТС у загальному випадку цю систему необхідно доповнити рівняннями:

$$\mathbf{e} = \begin{cases} const; \\ f(\omega, t); \\ f(\mathbf{i}, d\mathbf{i} / dt, \mathbf{u}, d\mathbf{u} / dt, t); \end{cases} \quad (7)$$

$$\mathbf{R} = \begin{cases} const; \\ f(\mathbf{i}, \mathbf{u}, d\mathbf{u} / d\mathbf{i}, t); \end{cases} \quad (8)$$

$$\mathbf{L}_e = \begin{cases} const; \\ f(\mathbf{i}_e, d\mathbf{i}_e / dt, t); \end{cases} \quad (9)$$

$$\mathbf{C} = \begin{cases} const; \\ f(\mathbf{u}_c, d\mathbf{u}_c / dt, \mathbf{i}, t), \end{cases} \quad (10)$$

які відтворюють зміну ЕРС і параметрів елементів ЕТС від координат режиму та їх похідних і в часі. Отже, система рівнянь (4)–(10) є повнішою і дозволяє відтворити не тільки стаціонарний стан ЕТС, але можливі зміни цього стану як у нормальному, так і в аварійних режимах.

Проаналізуємо систему рівнянь (4)–(10) з погляду системного підходу до їх формування і реалізації у вигляді ЦМ. Аналіз системи рівнянь (4)–(6) показує, що її формування в загальному випадку можна здійснити на основі системоутворювальних елементів: ЕРС, активного опору, індуктивності, взаємоіндуктивності та ємності. При тому ця система рівнянь є основною під час формування математичної моделі ЕМ і ПЗА. Система рівнянь (7)–(10), з іншого боку, є допоміжною і може бути сформована на основі спеціально створених базових елементів, суть яких полягає в тому, щоб під час формування і реалізації математичної моделі ЕМ і ПЗА визначати і змінювати параметри відповідних їм системоутворювальних елементів. Необхідно відмітити, що до складу базових елементів безпосередньо входять і системоутворювальні елементи. Це відповідає у системі рівнянь (7)–(10) рівнянням, де системоутворювальні елементи дорівнюють *const*. Отже, базовий елемент повинен складатися з одного або послідовно з'єднаних декількох різнотипних системоутворювальних елементів. Крім того, введемо поняття електричної вітки і розрахункової схеми. Кожен окремо взятий базовий елемент утворює електричну вітку. Електричні вітки можуть мати між собою односторонні і двосторонні як взаємоіндуктивні зв'язки (явні), так і зв'язки керування (неявні). Відповідне з'єднання електричних віток разом із взаємними зв'язками утворюють розрахункову схему.

Сформулюємо основні положення системного підходу до аналізу процесів в ЕМ і ПЗА як єдиної ЕТС:

1. Вибір оптимального складу базових елементів, на основі яких можна формувати розрахункові схеми окремих елементів ЕМ і ПЗА та необхідну для аналізу схему, загалом, розроблення їх математичних моделей (система рівнянь (7)–(10)).
2. Розроблення діалогової системи формування розрахункових схем для аналізу процесів в ЕМ і ПЗА на основі базових елементів з інформацією про з'єднання, а також відповідних параметрів й алгоритмів, або характеристик їх зміни.
3. Створення методів і алгоритмів для формування системи рівнянь стану (4)–(6), що описують процеси в ЕМ і ПЗА.
4. Вибір методів інтегрування системи рівнянь (4)–(6).
5. Розроблення алгоритмів формування математичної моделі для аналізу процесів в ЕМ і ПЗА на основі системи рівнянь (4)–(6) і методів її інтегрування.
6. Розроблення методів і алгоритмів реалізації ЦМ на основі моделей базових елементів та математичної моделі загалом.
7. Розроблення діалогової системи аналізу результатів реалізації ЦМ.

Такий підхід разом із урахуванням особливостей схем і вимог до аналізу процесів дає змогу створити універсальну систему, за допомогою якої можна формувати і реалізовувати на основі розрахункових схем математичні моделі ЕМ і ПЗА необхідної складності й адекватності. Спрощену структурну блок-схему такої системи показано на рис. 1, де на основі реальної, проектованої або синтезованої схеми ЕМ чи ПЗА з урахуванням набору базових елементів (1-й блок) у 2-му блоці формується розрахункова схема з наповненням параметрами, характеристиками та функціями зміни відповідних елементів (зворотний зв'язок між 1-м і 2-м блоками).

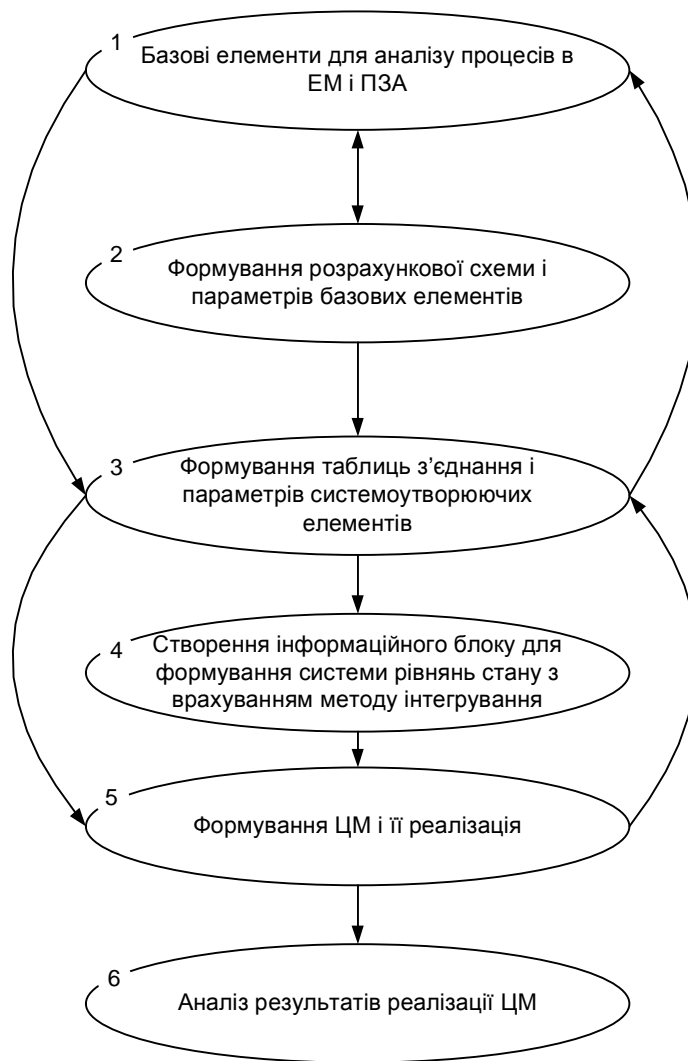


Рис. 1. Спрощена структурна блок-схема аналізу процесів в ЕМ і ПЗА

Потім, за інформацією про розрахункову схему і базові елементи у 3-му блоці формуються таблиці з'єднань і параметри відповідних системоутворювальних елементів, на основі яких створюється інформаційний блок для формування системи рівнянь стану вигляду (4)–(6) з урахуванням методу інтегрування (4-й блок). У 5-му блоці здійснюється формування ЦМ і її реалізація інтегруванням системи рівнянь (4)–(6) з відповідною зміною параметрів системоутворювальних елементів згідно з алгоритмами зміни параметрів базових елементів, що на рис. 1 показано обхідними зв'язками. Тут також здійснюється формування вихідної інформації про зміну координат режиму чи необхідних параметрів під час інтегрування для подальшого аналізу у 6-му блоці.

Реалізація кожного з блоків наведеної схеми є окремою складною задачею. Однак, враховуючи, що перші п'ять блоків взаємопов'язані, необхідно встановити оптимальну послідовність розв'язання поставленої задачі. Згідно з сформульованими положеннями системного підходу до аналізу процесів в ЕМ і ПЗА стратегічною задачею є виконання п. 3–6, що відповідає розробленню 4-го і 5-го блоків на рис. 1, тобто створення інформаційного блоку для формування рівнянь стану і методів їх розв'язування.

Розв'язування системи рівнянь (4)–(6) вимагає формування крім відомих матриць \mathbf{R} , \mathbf{L}_e , \mathbf{C} , вектора ЕРС \mathbf{e} ще і матриці контурів $\mathbf{\Gamma}$. Розрахункова схема містить докладну інформацію про з'єднання електричних віток, а отже, і про з'єднання базових і системоутворювальних елементів.

За цифрового моделювання основними носіями інформації є одновимірні та багатовимірні масиви. Упорядкований багатовимірний масив чисел назовемо таблицею. Хоча система рівнянь (4)–(10) записана у матрично-векторному вигляді, цифрову реалізацію її краще здійснювати за допомогою таблиць і масивів. Річ у тому, що зберігання і оброблення інформації безпосередньо за допомогою матриць, враховуючи їх незначне заповнення, призводить до великої кількості непотрібних операцій з нульовими елементами, що значно погіршує динамічні характеристики ЦМ. Тому матрицю контурів Γ сформуємо у вигляді таблиці контурів, сутність якої розкриємо нижче.

Інформацію про з'єднання електричних віток можна подати у вигляді таблиці з'єднання віток або вузлів. У першому випадку – це таблиця у вигляді двовимірного масиву, де перший масив зберігає номери вузлів, з яких виходять вітки, другий – в які входять. У другому випадку – це таблиця у вигляді одновимірного масиву, де відповідно до кількості вузлів у порядку зростання їх номерів зберігаються множини номерів віток з відповідними знаками “+”, якщо вітка входить у вузол і “-”, коли виходить. Про таку таблицю можна сказати, що вона заповнена структурно-орієнтованими числами. Очевидно, що для її ідентифікації необхідний додатковий масив, де зберігаються числа кількості віток у множині, що з'єднані з відповідними вузлами. В обох випадках сумарна довжина масивів однакова. Однак, для формування таблиці контурів скористаємось таблицею з'єднання вузлів. Для прикладу розглянемо розрахункову схему, оргграф якої зображений на рис. 2.

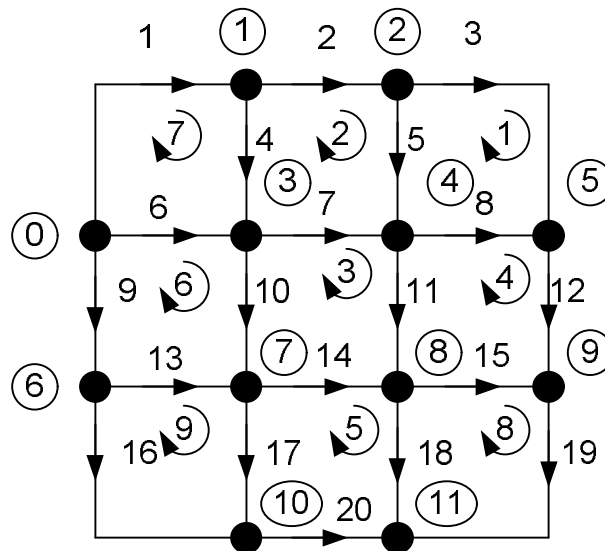


Рис. 2. Оргграф розрахункової схеми електричної мережі

Таблиця з'єднання вузлів цієї схеми має вигляд

$$TP = [+1, -2, -4] [+2, -3, -5] [+4, +6, -7, -10] [+5, +7, -8, -11] [+3, +8, -12] [+9, -13, -16] \\ [+10, +13, -14, -17] [+11, +14, -15, -18] [+12, +15, -19] [+16, +17, -20] [+18, +19, +20].$$

Перетворимо TP так, щоб у кожній множині був номер вітки, який появляється у таблиці тільки один раз. Для першої, третьої і шостої множин (вузлів) такими номерами віток є 1, 6 і 9-й. У інших множинах такі номери відсутні, тому для них вибираємо номери, ліквідація яких у інших множинах, де вони повторюються, дасть найменшу довжину відповідної множини. Якщо для другої множини вибрати номер 2 і підсумовуванням першої і другої множин ліквідувати цей номер у першій множині, загальна довжина першої множини збільшиться до 4-х номерів. За усунення 3-го номера у п'ятій множині отримаємо також 4 номери, 5-го – 5 номерів. Отже, для другої множини вибираємо 2-й номер і усуваємо його у першій множині:

$$\begin{array}{l} 1\text{-ша множина} \quad 2\text{-га множина} \quad 1\text{-ша множина} \\ [+1, -2, -4] \quad + \quad [+2, -3, -5] = [+1, -3, -4, -5]. \end{array}$$

Для четвертої множини вибираємо 8-й номер і усуваємо його у п'ятій:

$$\begin{array}{ccc} 5\text{-та множина} & 4\text{-та множина} & 5\text{-та множина} \\ [+3,+8,-12] & + [+5,+7,-8,-11] & = [+3,+5,+7,-11,-12], \end{array}$$

для п'ятої – 12-й:

$$\begin{array}{ccc} 9\text{-та множина} & 5\text{-та множина} & 9\text{-та множина} \\ [+12,+15,-19] & + [+3,+5,+7,-11,-12] & = [+3,+5,+7,-11,+15,-19], \end{array}$$

для сьомої – 13-й:

$$\begin{array}{ccc} 6\text{-та множина} & 7\text{-ма множина} & 6\text{-та множина} \\ [+9,-13,-16] & + [+10,+13,-14,-17] & = [+9,+10,-14,-16,-17], \end{array}$$

для восьмої – 18-й:

$$\begin{array}{ccc} 11\text{-та множина} & 8\text{-ма множина} & 11\text{-та множина} \\ [+18,+19,+20] & + [+11,+14,-15,-18] & = [+11,+14,-15,+19,+20], \end{array}$$

для дев'ятої – 19-й:

$$\begin{array}{ccc} 11\text{-та множина} & 9\text{-та множина} & 11\text{-та множина} \\ [+11,+14,-15,+19,+20] & + [+3,+5,+7,-11,+15,-19] & = [+3,+5,+7,+14,+20], \end{array}$$

для десятої – 16-й:

$$\begin{array}{ccc} 6\text{-та множина} & 10\text{-та множина} & 6\text{-та множина} \\ [+9,+10,-14,-16,-17] & + [+16,+17,-20] & = [+9,+10,-14,-20], \end{array}$$

для одинадцятої – 20-й:

$$\begin{array}{ccc} 6\text{-та множина} & 11\text{-та множина} & 6\text{-та множина} \\ [+9,+10,-14,-20] & + [+3,+5,+7,+14,+20] & = [+3,+5,+7,+9,+10], \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 10\text{-та множина} & 11\text{-та множина} & 10\text{-та множина} \\ [+16,+17,-20] & + [+3,+5,+7,+14,+20] & = [+3,+5,+7,+14,+16,+17]. \end{array}$$

Отримана так ТР має такий вигляд:

$$\begin{aligned} \text{ТР} = & [+1,-3,-4,-5] [+2,-3,-5] [+4,+6,-7,-10] [+5,+7,-8,-11] \\ & [+3,+5,+7,-11,-12] [+3,+5,+7,+9,+10] [+10,+13,-14,-17] [+11,+14,-15,-18] \\ & [+3,+5,+7,-11,+15,-19] [+3,+5,+7,+14,+16,+17] [+3,+5,+7,+14,+20], \end{aligned}$$

а масиви віток дерева і хорд схеми відповідно:

$$\text{TD}=[1, 2, 6, 8, 12, 9, 13, 18, 19, 16, 20]; \text{TX}=[3, 4, 5, 7, 10, 11, 14, 15, 17].$$

На основі масивів TX, TD і перетвореної таблиці ТР формуємо таблицю контурів. Для цього в TX кожний номер хорди доповнимо з відповідними знаками номерами віток дерева, які зустрічаються з цим номером у всіх множинах таблиці ТР (“+” ставиться за протилежних знаків номера вітки хорди і дерева, “-“ – за однакових):

- крок 1-й – [+3,+1,+2,+12,-9,+19,-16,-20];
- крок 2-й – [+4,+1,-6];
- крок 3-й – [+5,+1,+2,+8,+12,-9,+19,-16,-20];
- крок 4-й – [+7,-6,+8,+12,-9,+19,-16,-20];
- крок 5-й – [+10,+6,-9,-13];
- крок 6-й – [+11,-8,-12,+18,-19];
- крок 7-й – [+14,+13,+18,-16,-20];
- крок 8-й – [+15,-18,+19];
- крок 9-й – [+17,+13,-16].

Отримана способом

$$\begin{aligned} \text{TK} = & [+3,+1,+2,+12,-9,+19,-16,-20] [+4,+1,-6] [+5,+1,+2,+8,+12,-9,+19,-16,-20] \\ & [+7,-6,+8,+12,-9,+19,-16,-20] [+10,+6,-9,-13] [+11,-8,-12,+18,-19] \\ & [+14,+13,+18,-16,-20] [+15,-18,+19] [+17,+13,-16] \end{aligned}$$

являє собою записану в ущільненому вигляді матрицю головних контурів Г. Однак, вона є далеко не оптимальною, що істотно впливатиме на швидкодію формування і розв'язування системи рівнянь.

За моделювання широкого класу електротехнічних об'єктів мінімальну ненульову структуру під час формування і розв'язування системи рівнянь можна забезпечити безпосередньо за таблицею контурів за рахунок комплексного підходу до її оптимізації. Суть його полягає у послідовному розв'язанні двох незалежних завдань. Перше завдання полягає в отриманні мінімально можливої довжини контурів, що забезпечить мінімальну кількість ненульових елементів (НЕ) у матриці контурних параметрів. Друге завдання полягає в отриманні мінімальної кількості нових ненульових елементів (ННЕ) в матриці контурних параметрів під час розв'язування системи рівнянь.

Для розв'язання першого завдання скористаємось методом, що реалізований у [3]. Однак, враховуючи, що він не завжди дає оптимальний варіант, розглянемо його з відповідною модифікацією. Для прикладу розглянемо таблицю контурів

$$\begin{aligned} \text{ТК} = & [+3,+1,+2,+12,-9,+19,-16,-20] [+4,+1,-6] [+5,+1,+2,+8,+12,-9,+19,-16,-20] \\ & [+7,-6,+8,+12,-9,+19,-16,-20] [+10,+6,-9,-13] [+11,-8,-12,+18,-19] \\ & [+14,+13,+18,-16,-20] [+15,-18,+19] [+17,+13,-16], \end{aligned}$$

сформовану у попередньому підрозділі для схеми, оргграф якої показано на рис. 2. Оптимізацію ТК здійснимо за таким алгоритмом:

1. Перепишемо ТК в ТКР по мірі зменшення довжини її множин (контурів), відкинувши множини, довжина яких менше трьох віток:

$$\begin{aligned} \text{ТКР} = & [+5,+1,+2,+8,+12,-9,+19,-16,-20] [+3,+1,+2,+12,-9,+19,-16,-20] \\ & [+7,-6,+8,+12,-9,+19,-16,-20] [+11,-8,-12,+18,-19] [+14,+13,+18,-16,-20] \\ & [+10,+6,-9,-13] [+4,+1,-6] [+15,-18,+19] [+17,+13,-16]. \end{aligned}$$

2. Оптимізуємо перший контур перетвореної таблиці ТКР, підсумовуванням чи віднімаючи відповідні йому компоненти почергово зі всіма компонентами інших контурів доти, поки зменшується загальна довжина контуру:

$$\begin{array}{ccc} \text{1-й контур} & \text{2-й контур} & \text{1-й контур} \\ [+5,+1,+2,+8,+12,-9,+19,-16,-20] - [+3,+1,+2,+12,-9,+19,-16,-20] = [+5,-3,+8]. \end{array}$$

Отриманий контур записуємо в ТК і, якщо його довжина більша від двох віток, у кінець ТКР, що підлягає оптимізації. Отже, контур братиме участь в оптимізації інших контурів, однак його оптимізація більше не виконуватиметься. У цьому полягає суть модифікації. Підтвердження її необхідності побачимо під час оптимізації 2-го контуру.

3. Беремо наступні контури і оптимізуємо їх згідно з попереднім пунктом з урахуванням виконаних змін у ТКР:

(оптимізація довжини 2-го контуру)

$$\begin{array}{ccc} \text{2-й контур} & \text{3-й контур} & \text{2-й контур} \\ [+3,+1,+2,+12,-9,+19,-16,-20] - [+7,-6,+8,+12,-9,+19,-16,-20] = [+3,+1,+2,+6,-7,-8]; \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{2-й контур} & \text{7-й контур} & \text{2-й контур} \\ [+3,+1,+2,+6,-7,-8] - [+4,+1,-6] = [+3,+2,+4,-7,-8]; \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{2-й контур} & \text{1-й контур} & \text{2-й контур} \\ [+3,+2,+4,-7,-8] - [+5,-3,+8] = [+2,+4,+5,-7]; \end{array}$$

(оптимізація довжини 3-го контуру)

$$\begin{array}{ccc} \text{3-й контур} & \text{4-й контур} & \text{3-й контур} \\ [+7,-6,+8,+12,-9,+19,-16,-20] - [+11,-8,-12,+18,-19] = [+7,+6,-9,+11,-16,+18,-20]; \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{3-й контур} & \text{5-й контур} & \text{3-й контур} \\ [+7,+6,-9,+11,-16,+18,-20] - [+14,+13,+18,-16,-20] = [+7,+6,-9,+11,-13,-14]; \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{3-й контур} & \text{6-й контур} & \text{3-й контур} \\ [+7,+6,-9,+11,-13,-14] - [+10,+6,-9,-13] = [+7,-10,+11,-14]; \end{array}$$

(оптимізація довжини 4-го контуру)

$$\begin{array}{ccc} \text{4-й контур} & \text{8-й контур} & \text{4-й контур} \\ [+11,-8,-12,+18,-19] - [+15,-18,+19] = [+11,-8,-12,+15]; \end{array}$$

(оптимізація довжини 5-го контуру)

5-й контур 9-й контур 5-й контур
[+14,+13,+18,-16,-20] – [+17,+13,-16] = [+14,-17,+18,-20].

Решта контурів не оптимізуються, тому наведемо їх без змін:

6-й контур 7-й контур 8-й контур 9-й контур
[+10,+6,-9,-13] [+4,+1,-6] [+15,-18,+19] [+17,+13,-16].

Внаслідок оптимізації отримуємо так1,-8,-12,+15] [+14,-17,+18,-20]

[+10,+6,-9,-13] [+4,+1,-6] [+15,-18,+19] [+17,+13,-16].

Як бачимо, для заданої схеми оптимізація забезпечила зменшення загальної довжини контурів більше як на 30 %, а кількості НЕ в матриці контурних параметрів майже вдвічі (з 65-ти до 35-х після оптимізації). В інших випадках для великих розгалужених схем оптимізація дозволяє зменшити довжини контурів до 50 %. Візуальна оцінка отриманої ТК і оргграфа схеми на рис. 2 підтверджує строгість методу оптимізації.

Розглянемо розв'язання другого завдання з погляду оптимізації таблиці контурів, яка полягає у визначенні певної послідовності розміщення контурів у таблиці і відповідного її переформування для забезпечення появи мінімальної кількості ННЕ. В основу методу оптимізації покладемо як критерій мінімуму взаємних зв'язків між контурами, так і мінімум появи ННЕ. Алгоритм реалізації методу сформулюємо так:

1. Переписуємо вміст таблиці контурів ТК у додатково виділену таблицю ТКР без врахування знаків.

2. З таблиці ТКР вилучаємо номери всіх віток, які зустрічаються в ній тільки один раз (це можуть бути як вітки хорд, так і окремі вітки дерева). Вилученню не підлягають номери віток, які мають взаємні зв'язки. Навпаки, їх попередньо вводять в ті множини ТКР, з вітками яких вони мають зв'язок.

3. Переформуємо таблицю ТКР і відповідно їй ТК по мірі збільшення довжини множин в ТКР. Ця процедура відповідає найпростішій оптимізації таблиці контурів, тому що:

- якщо в ТКР є множини довжиною в один номер, вилучення у будь-якому порядку відповідних їм контурів за розв'язку системи рівнянь не приведе до появи ННЕ;
- в реальних схемах існує велика імовірність того, що вилучення контурів з двома вітками дерева приведе до появи меншої кількості ННЕ, ніж з трьома і т. д.

Враховуючи першу особливість, подальшу оптимізацію здійснюємо з множинами ТКР завдовжки в два і більше номерів, що легко встановлюється номером відповідного лічильника.

4. На основі множин ТКР завдовжки в два і більше номерів формуємо таблицю взаємних зв'язків контурів TZK, в множини якої послідовно записуємо номер відповідної множини ТКР (контуру) і номери множин (контурів), з якими в неї спільні вітки. Запам'ятовуємо вміст TZK в додаткову таблицю TZK1.

5. Відповідно до кількості множин в таблиці TZK формуємо вектор W вагових коефіцієнтів, які відповідають сумі ННЕ за вилучення відповідного контуру. Компоненти вектора W визначаємо на основі таблиці TZK. Для того у необхідній множині визначаємо зв'язки між номерами всіх компонент, починаючи з другої. Якщо всі зв'язки наявні, ваговому коефіцієнту присвоюється нуль, за відсутності одного зв'язку – 1, двох – 2 і т. д.

6. Якщо всі вагові коефіцієнти вектора W дорівнюють нулю, оптимізація закінчується. В іншому випадку вибираємо множину TZK, в якій найменший ваговий коефіцієнт. Для подальшого переформування ТК формуємо масив невідповідності TNV, в якому послідовно вказуємо відповідний вибраній множині номер контуру. У таблиці TNNE у вигляді двомірного динамічного масиву запам'ятовуємо номери контурів, з якими появляються ННЕ. Потім виконуємо відповідні зміни в TZK. Серед множин, що залишаються для подальшого аналізу, знаходимо множини, які мають спільні зв'язки з вибраною множиною і виконуємо такі операції:

- вилучаємо компоненти, що відповідають першій компоненті вибраної множини;
- додаємо компоненти, з якими додатково встановлюються зв'язки;

- обнулюємо вибрану множину і присвоюємо максимально можливе значення відповідному ваговому коефіцієнту;
- згідно з п. 5 для вказаних множин виконуємо перерахунок вагових коефіцієнтів.

7. Виконуємо п. 6, поки не закінчиться оптимізація. На основі масиву невідповідності змінюємо порядок зберігання контурів у ТК і номери контурів у таблиці TNNE.

Покажемо практичне застосування запропонованого методу для таблиці контурів ТК, отриманої з попереднього етапу оптимізації.

Крок перший:

TKP=[5,3,8] [2,4,5,7] [7,10,11,14] [11,8,12,15] [4,17,18,20] [10,6,9,13] [4,1,6] [15,18,19] [17,13,16].

Крок другий:

TKP=[5,8] [4,5,7] [7,10,11,14] [11,8,9,12,15] [14,17,18] [10,6,9,12,13] [4,6] [15,18] [17,13].

В 4-му та 6-му контурах залишились номери 12-ї і 9-ї віток, тому що між ними є взаємний зв'язок.

Крок третій:

TKP=[5,8] [4,6] [15,18] [17,13] [4,5,7] [14,17,18] [7,10,11,14] [11,8,9,12,15] [10,6,9,12,13];

TK=[+5,-3,+8] [+4,+1,-6] [+15,-18,+19] [+17,+13,-16] [+2,+4,+5,-7]

[+14,-17,+18,-20] [+7,-10,+11,-14] [+11,-8,-12,+15] [+10,+6,-9,-13].

Крок четвертий:

TZK=[1,5,8] [2,5,9] [3,8,6] [4,6,9] [5,2,1,7] [6,7,4,3] [7,5,9,8,6] [8,7,1,9,3] [9,7,2,8,4];

TZK1=[1,5,8] [2,5,9] [3,8,6] [4,6,9] [5,2,1,7] [6,7,4,3] [7,5,9,8,6] [8,7,1,9,3] [9,7,2,8,4].

Крок п'ятий:

W=[1,1,1,1,3,3,5,5,5].

Крок шостий:

вибираємо 1-й контур;

TNV=[1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0];

$$TNNE = \begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline 8 \\ \hline \end{array};$$

TZK=[0] [2,5,9] [3,8,6] [4,6,9] [5,2,7,8] [6,7,4,3] [7,5,9,8,6] [8,7,9,3,5] [9,7,2,8,4];

W=[9999,1,1,1,2,3,4,4,5];

вибираємо 2-й контур;

TNV=[1, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0];

$$TNNE = \begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 5 \\ \hline 8 & 9 \\ \hline \end{array};$$

TZK=[0] [0] [3,8,6] [4,6,9] [5,9,7,8] [6,7,4,3] [7,5,9,8,6] [8,7,9,3,5] [9,7,5,8,4];

W=[9999,9999,1,1,0,3,4,4,5];

вибираємо 5-й контур;

TNV=[1, 2, 5, 0, 0, 0, 0, 0, 0];

$$TNNE = \begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 5 \\ \hline 8 & 9 \\ \hline \end{array}$$

TZK=[0] [0] [3,8,6] [4,6,9] [0] [6,7,4,3] [7,9,8,6] [8,7,9,3] [9,7,8,4];

W=[9999,9999,1,1,9999,3,2,2,2];

вибираємо 3-й контур;

TNV=[1, 2, 5, 3, 0, 0, 0, 0, 0];

$$TNNE = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 5 & 5 & 8 \\ \hline 8 & 9 & 6 \\ \hline \end{array}$$

TZK=[0] [0] [0] [4,6,9] [0] [6,7,4,8] [7,9,8,6] [8,7,9,6] [9,7,8,4];

W=[9999,9999,9999,1,9999,2,1,1,2];

вибираємо 4-й контур;

TNV=[1, 2, 5, 3, 4, 0, 0, 0, 0];

$$TNNE = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 5 & 5 & 8 & 6 \\ \hline 8 & 9 & 6 & 9 \\ \hline \end{array}$$

TZK=[0] [0] [0] [0] [0] [6,7,9,8] [7,9,8,6] [8,7,9,6] [9,7,8,6];

W=[9999,9999,9999,9999,9999,0,0,0,0];

вибираємо 6, 7, 8 і 9-й контури;

TNV=[1, 2, 5, 3, 4, 6, 7, 8, 9];

TZK=[0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0];

W=[9999,9999,9999,9999,9999,9999,9999,9999,

,9999,9999];

Крок сьомий:

TK=[+5,-3,+8] [+4,+1,-6] [+2,+4,+5,-7] [+15,-18,+19] [+17,+13,-16]

[+14,-17,+18,-20] [+7,-10,+11,-14] [+11,-8,-12,+15] [+10,+6,-9,-13];

TNNE =

3	3	8	6
8	9	6	9

TNNE =

5	5	8	6
8	9	6	9

або у зростаючому порядку

TNNE =

3	3	6	6
8	9	8	9

На рис. 3 показані структури матриці контурних параметрів до оптимізації (рис. 3, а), після оптимізації таблиці контурів для зменшення кількості НЕ (рис. 3, б) та ННЕ (рис. 3, в). Як бачимо, в першому випадку матриця контурних параметрів повністю заповнена (до 65-ти НЕ добавляється 16 ННЕ), в другому випадку до 35-х НЕ добавляється 20 ННЕ, в третьому – 35 НЕ плюс 8 ННЕ.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	X	X	X	X	X	X	X	X	X
2	X	X	X	X	X	0	0	0	0
3	X	X	X	X	X	X	X	X	X
4	X	X	X	X	X	X	X	X	X
5	X	X	X	X	X	0	X	0	X
6	X	0	X	X	0	X	X	X	0
7	X	0	X	X	X	X	X	X	X
8	X	0	X	X	0	X	X	X	0
9	X	0	X	X	X	0	X	0	X

а

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	X	X		X					
2	X	X	X	0			X		
3		X	X	X	X	X	0		
4	X	0	X	X	0	0	0	X	
5			X	0	X	0	0	X	X
6			X	0	0	X	X	0	X
7		X	0	0	0	X	X	0	0
8				X	X	0	0	X	0
9					X	X	0	0	X

б

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	X		X					X	
2		X	X						
3	X	X	X				X	0	0
4				X		X		X	
5					X	X			X
6				X	X	X	X	0	0
7			X			X	X	X	X
8	X		0	X		0	X	X	X
9		X	0		X	0	X	X	X

в

Рис. 3. Ненульові структури матриці контурних параметрів:

а – до оптимізації; б – після оптимізації на зменшення НЕ; в – після оптимізації на мінімум ННЕ

На основі запропонованих алгоритмів розроблений цифровий комплекс для аналізу стаціонарних і перехідних процесів в ЕМ і ПЗА довільної конфігурації.

Висновки. Отримані вище результати свідчать про те, що комплексний підхід до оптимізації таблиці контурів на основі запропонованих методів забезпечує однозначну мінімальну кількість операцій з НЕ і ННЕ під час формування і розв’язку системи рівнянь в контурних координатах, що дає можливість значно підвищити ефективність аналізу процесів в ЕМ і ПЗА.

Перхач В.С. Математичні задачі електроенергетики. – 3-тє вид., перероб. і доп. – Львів: Вища шк., 1989. – 464 с. 2. Чуа Л.О., Лин Пен-Мин. Машинный анализ электронных схем: Алгоритмы и вычислительные методы / Пер. с англ. – М.: Энергия. 1980. – 640 с. 3. Ravlyk A., Gretchyn T. Digital complex for modelling of transient processes in electric circuits // III Symp. Proc. “Metody matematyczne w elektroenergetyce”. – Zakopane, 1993. – P. 17–20. 4. Артым А.Д., Филлин В.А., Есполов К.Ж. Новый метод расчета процессов в электрических цепях. – СПб.: Изд-во ЭЛМОП, 2001.