

Розрахунковий коефіцієнт тяги $[\varphi]$ пасової передачі за табл. 2 враховується також для визначення необхідної сили попереднього натягу одного привідного клинового паса $F_0 = P/(2Vz[\varphi])$ і, відповідно, сили, що передається на вали передачі, $F = 2F_0z \sin \alpha / 2$.

Висновки. Під час використання запропонованого методу рекомендується така послідовність розрахунку клинопасової передачі. За номінальною розрахунковою потужністю P , на передавання якої проектується передача, і кутовою швидкістю ω_1 меншого шківів визначається обертовий момент T_1 , за яким попередньо вибирають можливі тип перерізу клинового паса і діаметри d_1 меншого шківів (табл. 1). Після цього за формулою (12) обчислюють найприйнятніший діаметр d_1 з урахуванням умов роботи привідного паса та обмежень на габарити пасової передачі. За прийнятими іншими конструктивними і швидкісними параметрами пасової передачі визначають за формулою (6) максимальне розрахункове напруження σ_{\max} у привідному пасі й за формулою (4) – граничне напруження σ_{\lim} , а відтак і коефіцієнт запасу міцності привідного паса за виразом (1).

Наведені вище метод і порядок розрахунку клинопасових передач не вимагають використання поданих у стандарті графіків та великих за обсягом таблиць і дають змогу забезпечити повну нормативну навантажувальну здатність привідних клинових пасів із обґрунтуванням призначення конструктивних і швидкісних параметрів пасових передач.

1. Анурьев В. И. *Справочник конструктора-машиностроителя. Том 2.* – М.: Машиностроение, 2001. – 560 с. 2. ГОСТ 1284.3 – 96. *Ремни приводные клиновые нормальных сечений. Передаваемые мощности.* – М.: Госкомитет РФ по стандартам, 1997. – 60 с. 3. Иоселевич Г. Б. *Детали машин: учебник для студентов машиностр. спец. вузов.* – М.: Машиностроение, 1988. – 368 с. 4. Пронин Б. А., Овчинникова В. А. *Расчет клиноременных передач // Вестник машиностроения.* – 1982. – № 3. – С. 23–26.

УДК 539.3

О.М. Римар

Львівський державний університет безпеки життєдіяльності

НАПРУЖЕННЯ, ЗОНА ЗЧЕПЛЕННЯ ТА ТЕРТЯ В КОНТАКТІ ДВОХ ТІЛ ПОДВІЙНОЇ КРИВИНИ

© Римар О.М., 2011

Одержано та доведено до інженерного рівня формули для обчислення нормальних напружень і параметрів зони зчеплення та тертя в контактi двох тіл подвійної кривини. Знайдено формули для обчислення та досліджено параметри тертя кочення в повному діапазоні значень ексцентриситету еліпса поверхні контакту.

It is got and well-proven to the engineering level of formula for the calculation of normal tensions and parameters of area of tripping and friction in the contact of two bodies of bicurvature. Formulas are found for a calculation and investigational parameters of friction of woobling in the complete range of values of ексцентриситета ellipse of surface of contact.

Постановка проблеми. Відомі дослідження, у яких за тими чи іншими припущеннями визначаються параметри зон зчеплення і проковзування в контактi тіл з нормальним та дотичним навантаженням, а відтак з певним наближенням обчислюються нормальні напруження σ_z . У більшості праць відомі розв'язки основані на припущенні про відсутність впливу дотичного навантаження на розподіл нормальних напружень σ_z у точках поверхні контакту, що формує наближені розв'язки задач. Для різних відомих розв'язків, наприклад [1–3], зони зчеплення,

знайдені на основі різних припущень, обмежуються конгруентними до поверхні контакту центральними еліпсами або кривими іншої форми для стаціонарної взаємодії тіл та меншими, зміщеними до передньої точки $y = -1$ контуру, еліпсами або кривими для умов кочення.

Нам невідомі праці, у яких параметри тертя кочення досліджувалися з урахуванням особливостей розподілу параметрів напруженого-деформованого стану та форми поверхні контакту тіл подвійної кривини під одночасною дією нормального та дотичного навантажень у повному діапазоні значень ексцентриситету контактної еліпса. Дослідимо ці питання.

Аналіз відомих досліджень. У роботі [4] ми одержали формули для визначення нормальних напружень в загальному випадку нового розв'язку просторової задачі теорії пружності про контакт двох тіл подвійної кривини під одночасною дією нормального та однонапрявленого вздовж осі у дотичного навантажень. Для точок поверхні еліптичного контакту $z = 0$ сумарні нормальні напруження обчислюють за формулою

$$S_{z\Sigma} = S_z + S_z^y, \quad (1)$$

де σ_z – напруження внаслідок дії нормального зусилля, S_z^y – напруження від дії дотичного навантаження,

$$S_z = p_o \cdot il, \quad il|_{z=0} = \begin{cases} -\sqrt{1 - \frac{x^2}{b^2} \cdot e^2 - \frac{y^2}{b^2}} & \text{в точках контакту,} \\ 0 & \text{за межами контакту,} \end{cases} \quad (2)$$

$$S_z^y = 2f_y \cdot p_o \cdot \frac{y}{b} \cdot \int_j^{p/2} \frac{\cos^2 \psi d\psi}{\sqrt{(1 - k^2 \cdot \sin^2 \psi)}}, \quad (3)$$

p_o – тиск у точці початкового контакту,

$$p_o = \frac{3P}{2\pi \cdot ab} \text{ для } 0 \leq k \leq 1, \quad p_o = \frac{2P}{\pi bl} \text{ для } k = 1. \quad (4)$$

У наведених формулах ε – коефіцієнт стискання еліпса поверхні контакту; a, b – півосі еліпса контакту; P – зусилля стискання; l – довжина контакту; n – коефіцієнт Пуассона; k – ексцентриситет еліпса, $k^2 = 1 - e^2$.

У відомих довідниках та дослідженнях [5–7] момент тертя кочення рекомендують обчислювати за формулою

$$M_T = k_T \cdot P, \quad (5)$$

де k_T – коефіцієнт тертя кочення, з розмірністю довжини, під час визначення якого не беруться до уваги особливості розподілу нормальних напружень у контактні тіл подвійної кривини.

Постановка задачі. Математичний апарат розв'язання задачі [4] дає змогу без введення будь-яких припущень визначити зони поверхні контакту зі зчепленням та проковзуванням. Для цього необхідно знайти лінію поверхні контакту, в точках якої сумарні напруження $\sigma_{z\Sigma} = 0$ за формулою (1). Тоді в точках поверхні зі зчепленням будуть від'ємні напруження стискання $\sigma_{z\Sigma} < 0$, а в точках зони проковзування – напруження розтягу, що дасть змогу визначити вплив параметрів напружено-деформованого стану на параметри тертя ковзання і кочення.

Метою роботи є знаходження формул для коефіцієнтів тертя кочення, обчислення цих коефіцієнтів та дослідження впливу параметрів поверхні контакту та нормальних і дотичних навантажень на значення коефіцієнтів.

Дослідження. Із формул (1)–(3) отримаємо формулу для визначення координати Y_z точок лінії (із $\sigma_{z\Sigma} = 0$) поверхні контакту

$$Y_z = \sqrt{\frac{1 - \bar{x}^2 \cdot e^2}{1 + 4(f \cdot B(k))^2}}. \quad (6)$$

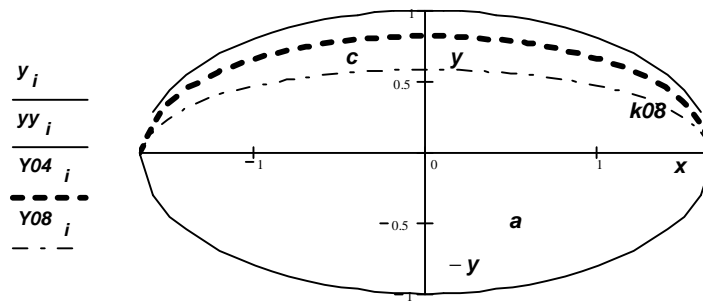


Рис. 1. Зони : знизу **a** – зчеплення між контуром (y_i, uy_i) поверхні контакту і штриховою лінією Y04 ($f = 0,4$) та штрихпунктирною Y08 ($f = 0,8$) ; зверху **c** – проковзування між контуром поверхні контакту й іншими лініями

Координати (6) формують лінію, яка розділяє поверхню контакту на зони зчеплення та проковзування. Дотичне навантаження діє зверху вниз за напрямком осі y , тому зони зчеплення (**a**) розташовані спереду поверхні контакту (рис. 1). Для цих зон розподіл параметрів напруженого стану знаходять за розв'язком [4], що підтверджує його ефективність, без введення додаткових умов та гіпотез. Для лінійного контакту ($k = 1$) координата Y_z є постійною, тому зона зчеплення **a** обмежується прямою – координатою Y_z зі знаком (+). Обчислені контури зони зчеплення відрізняються від відомих за формою, розташуванням та розмірами.

Епюра напружень σ_z^y (рис. 2) розміщена відносно осі x несиметрично та утворює момент сил R . На основі формули (3) та побудов на рис. 2 записана формула для визначення рівнодіючих R напружень (з одним знаком) σ_z^y

$$R = 2f \cdot b \cdot p_0 \cdot B(k) \cdot n \cdot \sum_0^i \left[1 - \frac{x_i^2}{a^2} \right], \quad n = \frac{a}{i}. \quad (7)$$

Координату Y_R дії сил R обчислюють за формулою

$$Y_R = Y \cdot b, \quad Y = \frac{2}{3m} \cdot \sum_0^i \left[1 - \frac{x_i^2}{a^2} \right]^{3/2}, \quad m = \sum_0^i \left[1 - \frac{x_i^2}{a^2} \right], \quad (8)$$

а момент сил R є моментом тертя

$$M_T = R \cdot 2Y \cdot b, \quad (9)$$

який знаходять за формулою

$$M_T = \frac{8}{3} f \cdot b^2 \cdot p_0 \cdot B(k) \cdot n \cdot \sum_0^i \left[1 - \frac{x_i^2}{a^2} \right]^{3/2}, \quad (10)$$

отриманою підстановкою (7) в (9).

Координата Y є константою та набуває значення:

$$Y = 0,58905 \text{ для } 1 > k \geq 0; Y = 2/3 \text{ для } k = 1.$$

Для $k = 1$ момент тертя M_T та силу R обчислюють за формулами

$$M_T = \frac{4}{3} f \cdot b^2 \cdot p_0 \cdot l, \quad R_T = f \cdot b \cdot p_0 \cdot l. \quad (11)$$

Умова рівноваги в умовах кочення тіла 1 із рис. 3 має вигляд

$$M_q = M_k + M_T, \quad (12)$$

де момент від дії дотичного навантаження M_q зрівноважується сумою моментів: корисного кочення M_k та шкідливого тертя M_T .

За формулами (10),(11) момент тертя M_T є функцією коефіцієнта тертя f (у нашому випадку граничного значення) та має розмірність Н*м. Запишемо відношення $R = P \cdot \Delta$, підставимо його у формулу (5) та, прирівнявши до (9), знайдемо, що коефіцієнт тертя кочення

$$k_T = 2Y \cdot b \cdot R / P = \Delta \cdot 2Y \cdot b, \quad (13)$$

або після перетворень, для $1 > k \geq 0$,

$$k_T = \frac{6}{p} f \cdot Y \cdot e \cdot B(k) \cdot n \cdot \sum_0^i \left[1 - \frac{x_i^2}{a^2} \right], \quad (14)$$

де параметр n має розмірність довжини.

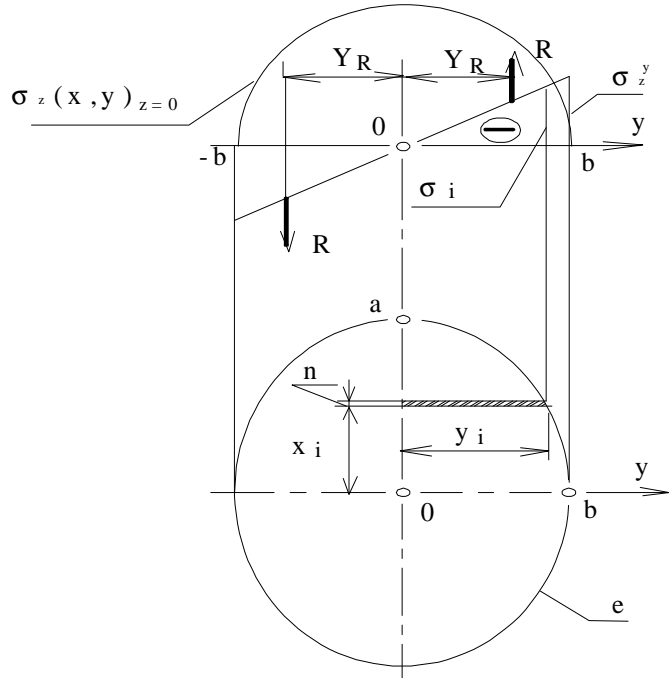


Рис. 2. Епюри герцівських напружень σ_z та напружень від дії дотичного навантаження σ_z^y , розподілених у точках поверхні контакту e

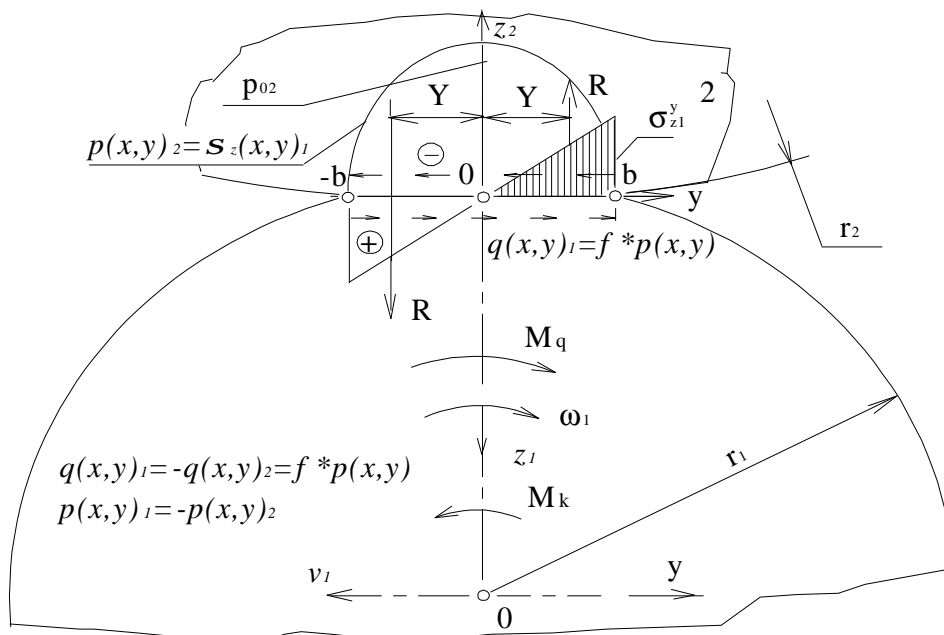


Рис. 3. Епюри напружень, сили R та моменти в умовах кочення

Формули (13), (14) показують лінійну залежність коефіцієнтів тертя і тертя кочення, чітко ілюструючи відмінність та залежність одного від другого – властивості коефіцієнта f стають властивостями k_T . Коефіцієнт f залежить від багатьох чинників, наприклад, від шорсткості й чистоти поверхонь, адгезії, матеріалів деталей і температури, умов експлуатації і навантаження,

властивостей захисних мастильних плівок і багатьох інших параметрів, тому тільки в такій якості його необхідно розглядати в формулах (13), (14). Коефіцієнт тертя качення k_T залежить від множини цих чинників. У відомих довідниках здебільшого наводять тільки межі значень коефіцієнта k_T [5,6,7] для тієї чи іншої пари матеріалів, наприклад, для сталевих пар деталей $k_T = 0,001...0,005$ см, що свідчить про необхідність подальших досліджень у цьому напрямку.

Для $k = 1$, із перетворенням формул (13), (14), отримано формулу

$$k_T = \frac{8}{3p} f \cdot b. \quad (15)$$

Результати обчислень моментів тертя (рис. 4, а) вказують на їхнє експоненціальне зростання зі збільшенням k для $p_0 = \text{const}$. Це пояснюється аналогічним зростанням сил P та R (рис. 4,б). Відношення цих сил Δ змінюється незначно. За таких умов на параметри Δ та k_T істотніше впливають зміни значень коефіцієнта тертя f (рис. 5). Характер залежностей цих параметрів від ексцентриситету k зі зростанням f не змінюється.

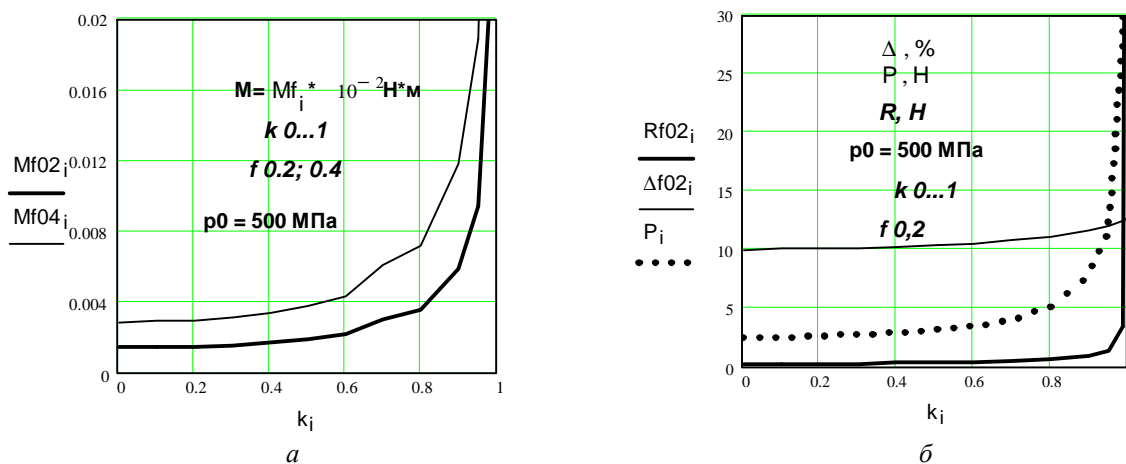


Рис. 4. Розподіли обчислених параметрів у контакті $z = 0$ для умов дії дотичного навантаження вздовж осі y : $p_0 = \text{const}$, $k_i = 0... 1$, $f = 0,2; 0,4$

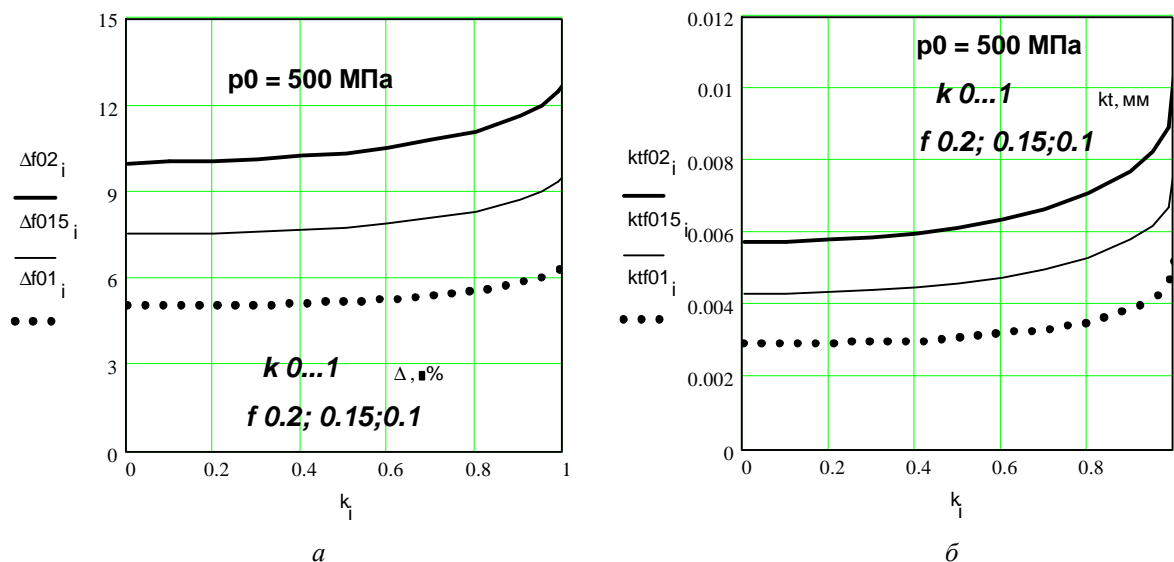


Рис. 5. Розподіли відношення $\Delta, \%$ та коефіцієнта тертя качення $kt = k_T$, мм для умов дії дотичного навантаження вздовж осі y : $p_0 = \text{const}$, $k_i = 0... 1$, $f = 0,2; 0,15; 0,1$

За побудовами рис. 5, б, наприклад, діапазон значень коефіцієнта тертя $k_T = 0,001... 0,0003$ см, що узгоджується за порядком величин із відомими значеннями $k_T = 0,001... 0,005$ см ([8], с. 44, табл. 2). Точніше узгодження неможливе, оскільки у довіднику не наведено інших, крім матеріалів, умов тертя.

Інший характер залежностей параметрів M_T , R від ексцентриситету k для умови $P = \text{const}$ (рис. б). Момент M_T та сила R зменшуються (це не суперечить сутності деформування) зі зростанням k . Але тиск p_0 в центрі поверхні контакту змінюється незначно.

За фізичною сутністю побудови рис. 3 не містить суттєвих відмінностей для умов стаціонарного деформування тіл під одночасною дією нормального та дотичного навантажень і для умов кочення обох тіл. Для умов стаціонарного деформування моменти (12) від дії дотичного навантаження M_q та тертя M_T треба зрівноважити необхідними зв'язками (закріпленням, моментами) у точках тіл на безмежності, тому корисний момент кочення $M_k \rightarrow 0$.

Тому, за нашою постановкою задачі, ми не бачимо логічної необхідності у розгляді обох випадків окремо – таке питання розглянуто у деяких відомих розв'язках задач, урегульовується запропонованими розв'язками автоматично.

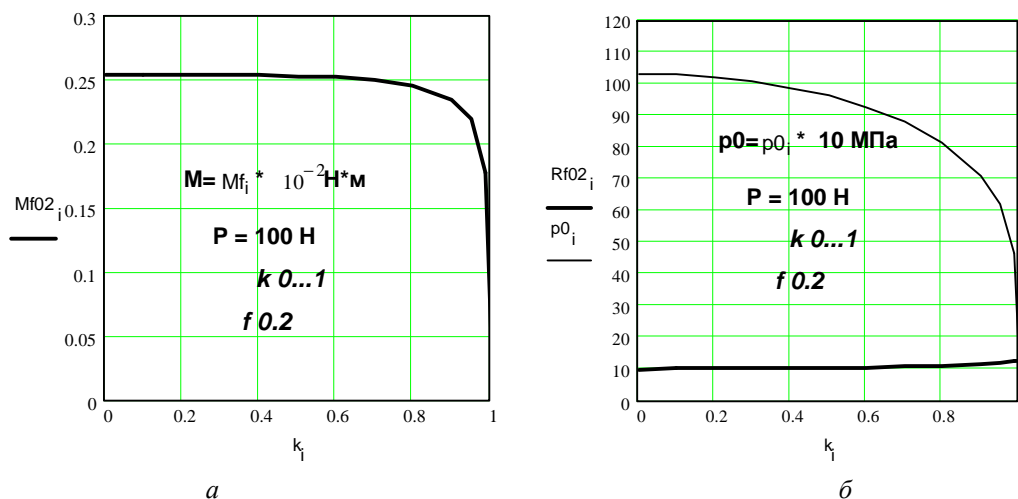


Рис. 6. Розподіли сили R та моменту тертя M_T в контакті $z = 0$ для умов дії дотичного навантаження вздовж осі y : $P = \text{const}$, $k_i = 0 \dots 1$, $f = 0,2$

Зауважимо, що наведені результати досліджень значно розширюють застосування запропонованих теорій про контактування двох тіл на важливу сферу досліджень тертя та зношування, тобто формують інформаційну систему, важливу для галузі машинознавства загалом.

Висновки. 1. Одержано формули для визначення зон зчеплення і проковзування та обчислення коефіцієнтів тертя кочення з урахуванням особливостей розподілу параметрів напружено-деформованого стану на поверхні контакту двох тіл подвійної кривини у повному діапазоні значень ексцентриситету k .

2. Результати досліджень є корисними для проектування механізмів та машин, деталі яких працюють в умовах важкого контактного навантаження із дотичними зусиллями.

1. Cattaneo C. *Sul contatto di due corpi elastici: distribuzione locale degli sforzi* / C. Cattaneo // *Rend. dell'Accademia nazionale dei Lincei*, 1938. – 27. – Ser. b. – P. 342-348, 434-436, 474-478. 2. Вермелен. *Контакт несферических упругих тел, передающих касательные силы* / Джонсон, Вермелен // *Прикладная механика : тр. Амер. об-ва инженеров-механиков*. – М. : Мир, 1964. – Т. 31, № 2. – С. 202–204. 3. Bryant M.D. *Rough Contact Between Elastically and Geometrically Identical Curved Bodies* / M.D. Bryant, L.M. Keer // *J. Appl. Mech.* – 1982. – Vol. 49. – P. 345-352. – (Trans. ASME, Ser.E). 4. Румар О.М. *Теоретичні основи оцінки міцності контактуючих тіл подвійної кривини* : моногр. – Львів : Вид-во ЛДУ БЖД, 2010. – 232 с. 5. Bowden F.P. *Friction and Lubrication of Solids* / F.P. Bowden, D. Tabor. – London : Oxford University Press. – Vol. 1. – 1951; Vol. 2, 1964. 6. *Контактное взаимодействие твердых тел и расчет сил трения износа*. – М. : Наука, 1971. – 239 с. 7. *Детали машин. Расчет и конструирование : справочник*. – В 2-ух т. / под ред. И.В. Ачеркана. – Изд. 3-е, перераб. – М.: Машиностроение, 1968. 8. *Справочник металлста*. – В 5 т. / под ред. С.А. Чернавского, В.Ф. Резчикова. – Изд. 3. – М. : Машиностроение, 1976. – Т. 1. – 768 с.