

УДК 681.325

Цмоць І.Г.

НУ “Львівська політехніка”, кафедра АСУ

АЛГОРИТМИ ТА НВІС-СТРУКТУРИ ДЛЯ ДОБУВАННЯ КВАДРАТНОГО КОРЕНЯ

© Цмоць І.Г., 2000

Запропоновано алгоритми, розроблено НВІС-структури конвеєрних пристроїв добування квадратного кореня та проведено оцінку їх основних характеристик.

Вступ. Добування квадратного кореня як самостійна операція входить до системи команд процесора тоді, коли частота її використання становить не менше ніж 2% від загальної кількості операцій. Необхідність в операції добування квадратного кореня досить часто виникає при створенні спеціалізованих процесорів [1,2]. В спеціалізованих процесорах така операція в основному реалізується мікропрограмними або апаратними засобами. Особливістю мікропрограмної реалізації є використання операційного базису існуючого обладнання та відносно великий час обчислення. Апаратна реалізація дозволяє значно зменшити час виконання операції добування квадратного кореня, вона тісно пов'язана з розвитком НВІС-технологій.

Алгоритми. Для НВІС-реалізацій необхідно, щоби алгоритми добування квадратного кореня базувались на елементарних операціях та були рекурсивними і локально залежними. З множини апаратно-орієнтованих методів добування квадратного кореня, які відповідають таким вимогам, можна виділити метод “цифра за цифрою” та класичні ітераційні методи, які базуються на формулі Ньютона або зводяться до підбору цифр в результаті розряд за розрядом, починаючи із старшого, тобто з 2^{-1} . Особливістю даних методів є пряма залежність розрядності (точності) результату від числа ітерацій. Метод “цифра за цифрою” є багатофункціональним і його використання тільки для виконання операцій добування квадратного кореня є надлишковим за апаратними затратами. Простішими є алгоритми добування квадратного кореня, які за структурою близькі до операцій ділення та зводяться до підбору цифр в результаті розряд за розрядом, починаючи із старшого [3]. Як і ділення, так і добування квадратного кореня $B = \sqrt{A}$ можна реалізувати двома способами: з відновленням і без відновлення залишку. Базова операція алгоритму добування квадратного кореня з відновленням залишку виконується за виразом:

$$R_i = \begin{cases} 2R_i - 0, b_1 b_2 \dots b_{i-1} 01, & \text{якщо } (2R_i - 0, b_1 b_2 \dots b_{i-1} 01) \geq 0 \\ 2R_i & , \text{якщо } (2R_i - 0, b_1 b_2 \dots b_{i-1} 01) < 0 \end{cases} \quad (1)$$

де $2R_0 = A$; b_{i-1} – (i-1)-ий розряд результату добування квадратного кореня. Значення i-го розряду результату b_i визначається за формулою :

$$b_i = \begin{cases} 1, & \text{якщо } R_i \geq 0 \\ 0, & \text{якщо } R_i < 0 \end{cases}$$

Базова операція алгоритму добування квадратного кореня без відновлення залишку виконується згідно з виразом:

$$R_i = 2R_{i-1} - Q_{i-1}(0b_1b_2\dots b_{i-1}\overline{b_{i-1}}1) \quad (2)$$

$$Q_i = \begin{cases} 1, & \text{якщо } R_{i-1} \geq 0 \\ -1, & \text{якщо } R_{i-1} < 0 \end{cases}$$

де $2R_0 = A$, $Q_0 = 1$. Значення i -го розряду результату b_i визначаються аналогічно алгоритму з відновленням залишку.

Структурна організація. За способом обчислення результату пристрої добування квадратного кореня (ПДКК) можна поділити на ітераційні та матричні одноктакові і конвеєрні. В ітераційних пристроях квадратний корень добувається послідовним виконанням базових операцій [4], у матричних одноктакових – одночасним виконанням всіх базових операцій, яке являє собою єдиний неперервний складний перехідний процес, а у конвеєрних – часовим суміщенням базових операцій на всіх етапах реалізації алгоритму для n даних. Для спеціалізованих процесорів актуальним завданням є розробка високошвидкісних матричних одноктакових і конвеєрних ПДКК. Структури одноктакового ПДКК від конвеєрного відрізняються тільки регістрами, які розділяють пристрій на сходинки конвеєра.

Структура конвеєрного ПДКК, що працює за алгоритмом з відновленням залишку, наведена на рис. 1. Кожна сходинка ПДКК містить n -розрядний регістр (Pr), $(i+2)$ -розрядний

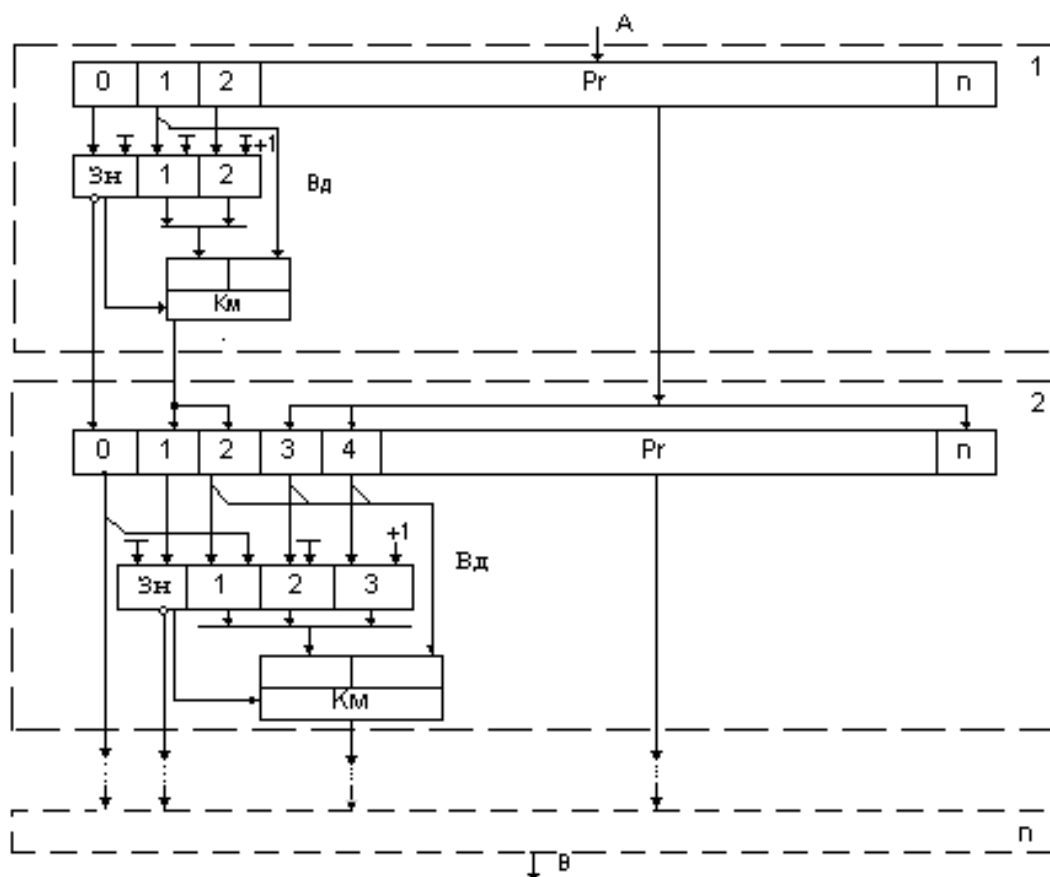


Рис.1. Структура конвеєрного пристрою добування квадратного кореня з відновленням залишку

віднімач (Вд) і двохходовий $(i+1)$ -розрядний комутатор (Км). В першій сходинці від двох старших розрядів підкореневого виразу A віднімається код 0,01. При додатному залишку старшого розряду результату присвоюється одиниця ($b_1=1$), при від'ємному – нуль ($b_1=0$). Крім цього, при додатному залишку через комутатор Км проходить інформація з Вд, при від'ємному – інформація з двох старших розрядів P_r . В наступних сходинках аналогічно обчислюються наступні розряди результату добування квадратного кореня. В кожній сходинці число, що віднімається (змінний дільник), формується додаванням до результату добування квадратного кореня, одержаного на попередніх сходинках, коду 01.

Структура конвеєрного ПДКК, що працює за алгоритмом без відновлення залишку, наведена на рис.2 [5]. Кожна i -а сходинка ПДКК містить n -розрядний P_r та $(i+2)$ -розрядний

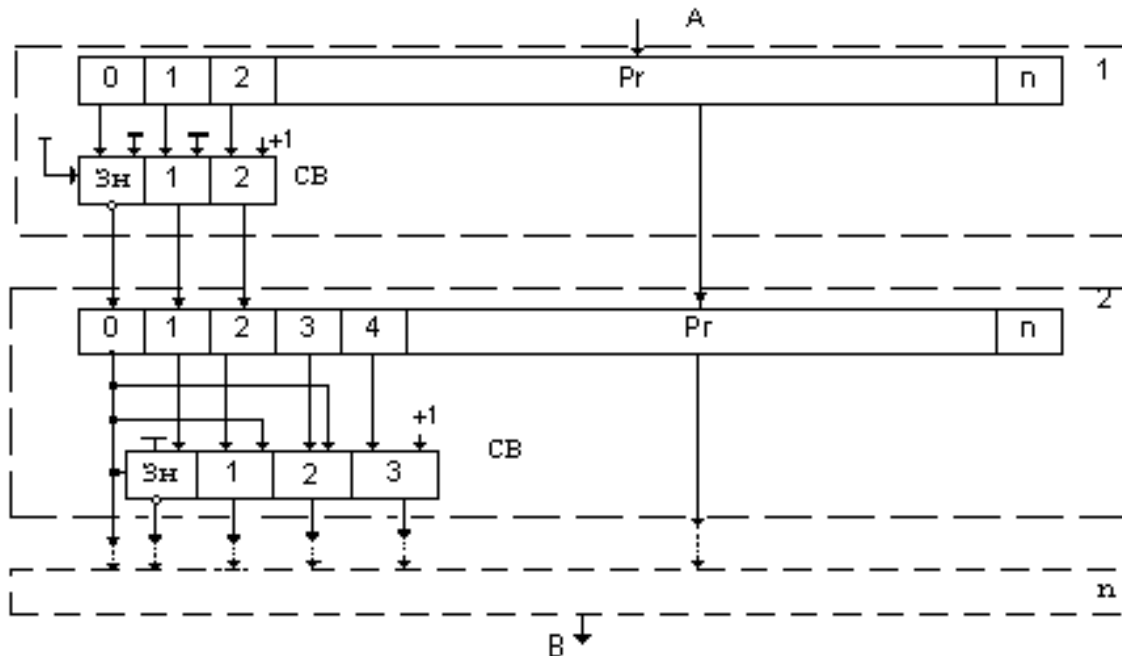


Рис.2. Структура конвеєрного пристрою добування квадратного кореня без відновлення залишку

суматор-віднімач (СВ). В першій сходинці від двох старших розрядів підкореневого виразу A віднімається код 0,01. За знаком різниці визначається перший розряд результату b_1 та режим роботи СВ другої сходинки. Числа, що віднімаються (або додаються), на i -ій сходинці (змінний дільник) отримуються доповненням результату, отриманого на попередній сходинці, кодом $\overline{b_{i-1}} 1$.

Оцінка структур. У розглянутих вище структурах ПДКК основними компонентами є регістри, суматори-віднімачі, віднімачі та комутатори. Для оцінки витрат обладнання за одиницю виміру візьмемо вентиль, який дорівнює витратам на логічні елементи типу інвертор, І-НЕ, АБО, а за одиницю виміру часу – τ затримку проходження інформації через вентиль.

Формули для розрахунку основних характеристик ПДКК

Тип ПДКК	Витрати обладнання (вентилів)	Час обчислення
----------	-------------------------------	----------------

		(τ вентилів)
Рис.1	$W=(29n+44)n$	$t=5+7\log_2 n$
Рис.2	$W=(27n+40)n$	$t=3+8\log_2 n$

Висновки

1. Операція добування квадратного кореня є складною і реалізується на базі послідовності простих операцій віднімання, додавання і зсуву.

2. Матричні ПДКК, що реалізовані за алгоритми з відновленням та без відновлення залишку мають приблизно однакові технічні характеристики.

3. Алгоритми без відновлення залишку доцільно використовувати для реалізації матричних багатофункціональних арифметичних пристроїв. 4. Матричні одноктокові ПДКК доцільно використовувати для обробки поодиноких даних, а конвеєрні – для обробки потоку даних.

1. Карцев М.А., Брик В.А. Вычислительные системы и синхронная арифметика. М., 1981. 2. Паралельная обработка информации. Т.5. 2. Проблемно-ориентированные и специализированные средства обработки информации: Под ред. Б.Н. Малиновского, В.В. Грицька. К., 1990. 3. Самофалов К.Г., Романкевич А.М., Валуйский В.Н., Каневский Ю.С., Пиневич М.М. Прикладная теория цифровых автоматов. К.,1987. 4. А.С. 1300464 СССР. Устройство для извлечения квадратного корня / Е.Я. Ваврук, А.А. Мельник, И.Г. Цмоць. Открытия. Изобрет. 1987. № 12. 5. А.С. 1148027 СССР. Устройство для извлечения квадратного корня / А.А. Мельник, И.Г. Цмоць. Открытия. Изобрет. 1985. № 12.