

ГІДРОГРАФИ ПРИТОКУ ДЛЯ ДОЩІВ ЗІ СТЕПЕНЕВИМ ЗАКОНОМ ЗМІНИ ІНТЕНСИВНОСТІ ТА ОБЕРНЕНИХ ТРИКУТНИХ В ПЛАНІ БАСЕЙНІВ СТОКУ

© Матлай І.І., Жук В.М., 2010

Виконано теоретичний аналіз та числовий експеримент щодо моделювання гідрографів притоку дощових стічних вод з обернених трикутних у плані басейнів стоку для дощів зі спадним степеневим законом зміни інтенсивності в часі. Отримано розрахункові залежності для обчислення часу ефективної та повної концентрації поверхневого стоку, а також відповідних витрат.

Ключові слова: гідрограф притоку, обернений трикутник.

The theoretical analysis and numeral experiment in relation to the design of stormwater hydrograph from the catchment with reverse triangular shape for rains with the descending power law of change of intensity in time is presented. Formula for calculation the effective time and full time of concentration of surface flow, and also proper charges is given.

Keywords: stormwater hydrograph, triangular shape.

Вступ. Стійкість і надійність роботи систем дощового водовідведення міст, інших населених пунктів та промислових підприємств є важливою складовою забезпечення їх нормальної діяльності, впливає на екологічний стан довкілля. Пікові навантаження на водовідвідну мережу під час сильних дощів становлять істотну загрозу для нормального функціонування як мережі, так і очисних споруд: підвищується небезпека переповнення мережі та підтоплення території об'єкта, різко зростає імовірність погіршення якості очищення поверхневого стоку або ж його суміші з господарсько-побутовими та виробничими стічними водами. Для адекватного проектування мереж та споруд дощового водовідведення важливе значення має науково обґрунтоване моделювання гідрографів притоку дощових стічних вод, у якому мають бути враховані географічні, топогеодезичні та інші особливості об'єкта проектування.

1. Аналіз останніх досліджень і публікацій. Під час математичного моделювання притоку дощових стічних вод у систему міського водовідведення приймають низку спрощень стосовно параметрів дощу, характеристик басейна стоку та гідравлічних особливостей поверхневого потоку. Важливим фактором, що істотно впливає на гідрограф притоку дощових стічних вод, є форма басейна стоку в плані.

У чинних в Україні методиках моделювання гідрографів притоку дощових стічних вод найчастіше використовують так звану лінійну модель концентрації поверхневого стоку. За цією моделлю інтенсивність випадання дощу задається степеневим спадним у часі законом, басейн стоку наближено вважається лінійним у плані та однорідним, а швидкість течії приймається однаковою у всіх точках басейна стоку та незмінною в часі [2].

У роботі [3] показано, що для басейнів стоку радіальної форми в плані за тих самих вихідних припущень і спрощень існує істотно відмінна динаміка притоку дощового стоку в часі та значно більша розрахункова витрата стічних вод, ніж для лінійної моделі.

У роботі [4] опубліковано результати теоретичного аналізу та числового експерименту щодо побудови гідрографів притоку з прямокутних в плані басейнів стоку для різних співвідношень довжин сторін L та B . Отримано, що за співвідношення $L/B \leq 0,125$ та $L/B \geq 2$ безрозмірні

гідрографи притоку з прямокутних в плані басейнів практично не відрізняються від аналітичного гідрографа для лінійної моделі, а в інтервалі $0,125 < L/B < 2$ отримано істотно інші п'ятиетапні гідрографи притоку, що наближаються за формою та максимальною витратою до теоретичного гідрографа радіальної моделі.

У роботі [5] виконано аналогічні дослідження для трикутних в плані басейнів стоку секторного типу з розрахунковим перерізом у найнижче розташованій вершині трикутника.

Метою роботи є аналітичне дослідження та числове моделювання гідрографів притоку дощових стічних вод з обернених трикутних у плані басейнів стоку з розрахунковим перерізом посередині сторони трикутника.

2. Аналітичне моделювання гідрографів притоку. Дослідимо течію дощових стічних вод з поверхні трикутних у плані басейнів стоку оберненого типу довжиною L з різними значеннями центрального кута $\varphi = \arctg(a)$ за умови, що швидкість поверхневого потоку у всіх точках басейна однакова та незмінна в часі (рис. 1). Вектори швидкості у всіх точках басейна стоку прийнято спрямованими у бік розрахункового перерізу (т. О).

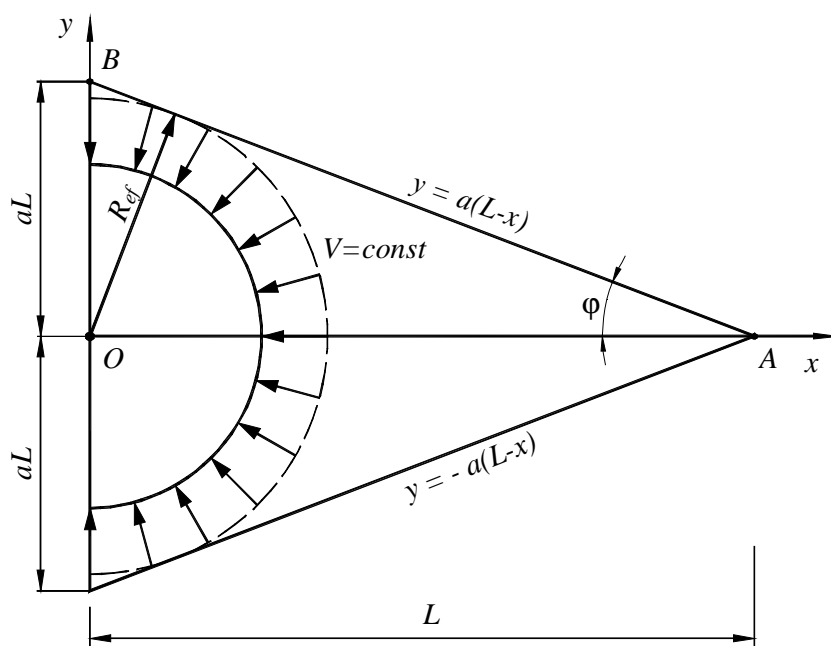


Рис. 1. Схема поверхневої концентрації дощових стічних вод з трикутного басейна стоку оберненого типу: R_{ef} , R_r – відповідно ефективний та повний радіус концентрації

Від початку дощу і до часу ефективної концентрації дощового стоку $t_{ef} = R_{ef}/V$ площа поверхні стоку наростає в часі за квадратичним законом, як в теоретичній радіальній моделі стоку. Тому перший етап узагальнених безрозмірних гідрографів притоку повинен являти собою вгнуту степеневу криву, аналогічну як для радіальної моделі. З іншого боку, оскільки безрозмірна витрата в розрахунковому перерізі належить до загальної площі басейна стоку, а не до площі, окресленої ефективним радіусом концентрації, а безрозмірний час визначається як частка біжучого часу і часу повної концентрації, а не ефективного часу концентрації, то перший етап безрозмірних гідрографів притоку для обернених трикутних басейнів стоку є геометрично подібним до першого етапу гідрографа радіальної моделі з коефіцієнтами подібності по осі $x - k_x$ та по осі $y - k_y$.

Коефіцієнт подібності по осі абсцис k_x числово дорівнює відношенню ефективного та розрахункового часу концентрації. У разі постійної швидкості течії:

$$k_x = \frac{t_{ef}}{t_r} = \frac{R_{ef}}{R_r}. \quad (1)$$

З геометричних міркувань можна отримати

$$R_{ef} = \frac{aL}{\sqrt{a^2 + 1}}. \quad (2)$$

Повний радіус концентрації $R_r=L$ при $a \leq 1$ та $R_r=aL$ при $a > 1$, звідки очевидно, що залежно від значення геометричного параметра a коефіцієнт k_x визначають за формулами

$$k_{x1} = \frac{a}{\sqrt{1+a^2}} \quad \text{при } a \leq 1; \quad (3)$$

$$k_{x2} = \frac{1}{\sqrt{1+a^2}} \quad \text{при } a > 1. \quad (4)$$

Витрату дощового стоку в момент часу t_{ef} знаходять за формулою для радіальної моделі концентрації:

$$Q_{ef} = \frac{2\psi_{mid} A F_{ef}}{(1-n) \cdot (2-n) t_{ef}^n}, \quad (5)$$

де ψ_{mid} – осереднений коефіцієнт стоку; A , n – параметри, які визначаються згідно з [1]; F_{ef} – ефективна площа басейна стоку.

Стиснення по осі ординат k_y дорівнює відношенню ефективної витрати та розрахункової витрати для лінійної моделі концентрації стоку:

$$k_y = \frac{Q_{ef}}{Q_{r,min}} = \frac{2F_{ef} \cdot t_r^n}{(2-n)F \cdot t_{ef}^n} = \frac{2 \arctg(a)}{(2-n)a} (1+a^2)^{n/2}, \quad (6)$$

де $F_{ef} = \frac{\pi R_{ef}^2}{2}$, $F = aL^2$.

Враховуючи те, що $\frac{t_{ef}}{t_r} = \frac{R_{ef}}{R_r}$, отримаємо

$$k_{y1} = \frac{\pi}{2-n} \cdot \frac{a^{1-n}}{(a^2+1)^{1-n/2}} \quad \text{при } a \leq 1; \quad (7)$$

$$k_{y2} = \frac{\pi}{2-n} \cdot \frac{a}{(a^2+1)^{1-n/2}} \quad \text{при } a > 1. \quad (8)$$

Залежність коефіцієнтів k_x і k_y від геометричного параметра a при $n=0,71$ наведена в таблиці та показана графічно на рис. 2.

Залежність коефіцієнтів k_x і k_y від геометричного параметра a

a	0,01	0,2	0,5	0,7	1	1,2	1,5	2	5
$k_x=X_{ef}$	0,0995	0,1961	0,4472	0,5735	0,7071	0,6402	0,5547	0,4472	0,1961
$k_y=Q'_{ef}$	1,2410	1,4889	1,7249	1,6980	1,5574	1,6439	1,7080	1,7249	1,4889

За значення показника степеня $n=0,71$ (що приймається згідно з [1] для рівнинних областей України), максимуми функції $k_y=f(a)$ мають місце при $a=0,54$ і $a=1,85$ і становлять $(k_y)_{max}=1,727$.

3. Числове моделювання гідрографів стоку

Для перевірки отриманих теоретичних результатів, виконували серію числових експериментів з моделювання гідрографів притоку для трикутних у плані басейнів стоку оберненого типу з різними значеннями геометричного параметра a . Вектори швидкості руху поверхневого стоку приймали у всіх точках рівними за величиною і такими, що проходять через розрахунковий переріз.

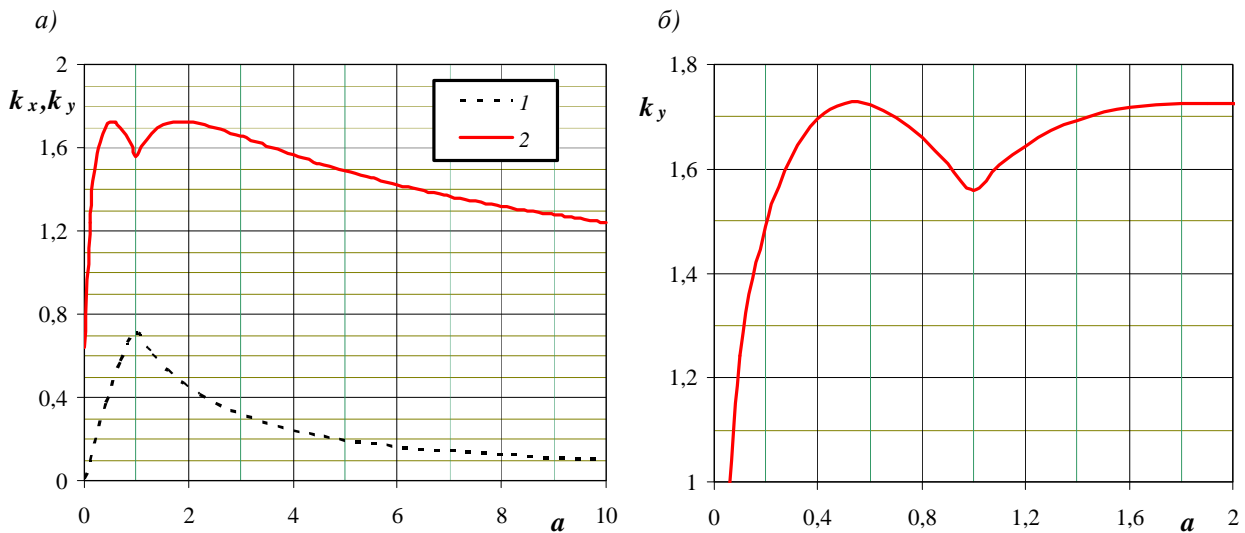


Рис. 2. Залежність коефіцієнтів k_x і k_y від геометричного параметра a при $n=0,71$:
 а) 1 – k_x ; 2 – k_y ; б) залежність коефіцієнта k_y від параметра a

Автори розробили програму для числового розрахунку притоку дощових стічних вод в т. О у будь-який момент часу. Поверхню басейну стоку розбивали на елементарні комірки ортогональної сіткою з кроками Δx і Δy . Витрату дощових стічних вод з кожної комірки визначали за формулою

$$\Delta Q_i = \frac{A \Psi_{mid} \Delta x \Delta y}{(t - r/V)^n} \quad (9)$$

Витрата атмосферних стічних вод в розрахунковому перерізі в момент часу t :

$$Q = 2 \sum_{x=0}^L \sum_0^{a(L-x)} \Delta Q_i$$

При $t < t_r$ суму беруть лише для комірок, для яких виконується умова

$$r_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2} \leq Vt$$

При $t_r \leq t < t_\delta$ числове інтегрування виконується по всій площі F , а після припинення розрахункового дощу ($t_\delta \leq t < (t_\delta + t_r)$) – лише за комірками, для яких

$$r_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2} \geq V(t - t_\delta)$$

Похибки обчислень контролювали за трьома показниками: за відхиленням розрахункової ефективної витрати Q_{ef} від її аналітичного значення за (5), за відносною різницею розрахункової повної площі трикутного басейна та аналітичної $F = aL^2$, а також за відхиленням розрахункового об'єму атмосферних стічних вод від його аналітичного значення, який знаходили за формулою

$$W_{meop} = \frac{y_{mid} A F t_\delta^{1-n}}{(1-n)} \quad (10)$$

Просторовий крок приймали таким, що дорівнює $\Delta x = \Delta y = 0,1$ м, а часовий крок – $\Delta t = 0,5$ с. Числовий експеримент виконували для трикутних у плані басейнів стоку оберненого типу різної довжини L з актуальними для практики значеннями геометричного параметра a від 0,2 до 5. Відносна похибка обчислень за площею у дослідженому діапазоні не перевищувала 0,7%, за ефективною витратою – 3,7%, за об'ємом – 1,7%.

Для можливості зіставлення різних результатів числового експерименту між собою та з теоретичними залежностями результати числового розрахунку подавали у відносних координатах. За базову витрату, до якої належали розрахункові значення витрат, брали розрахункову витрату для лінійної моделі концентрації поверхневого стоку, як найчастіше застосовувану у чинних вітчизняних методиках побудови гідрографів стоку.

Як показали дослідження різних басейнів оберненої трикутної форми в плані, абсолютний розмір басейна стоку не впливає на узагальнений гідрограф притоку в безрозмірних координатах. Аналогічно, безрозмірний гідрограф притоку не залежить від абсолютного значення швидкості течії поверхневого стоку та коефіцієнта стоку Ψ_{mid} .

Отже, для прийнятої моделі концентрації поверхневого стоку безрозмірний гідрограф притоку з трикутних у плані басейнів стоку залежить лише від геометричного параметра a та показника степеня n в законі зміни інтенсивності дощу.

На рис. 3 наведені узагальнені гідрографи притоку дощових стічних вод для обернених трикутних у плані басейнів стоку зі значеннями геометричного параметра a в діапазоні $a=0,5-5,0$.

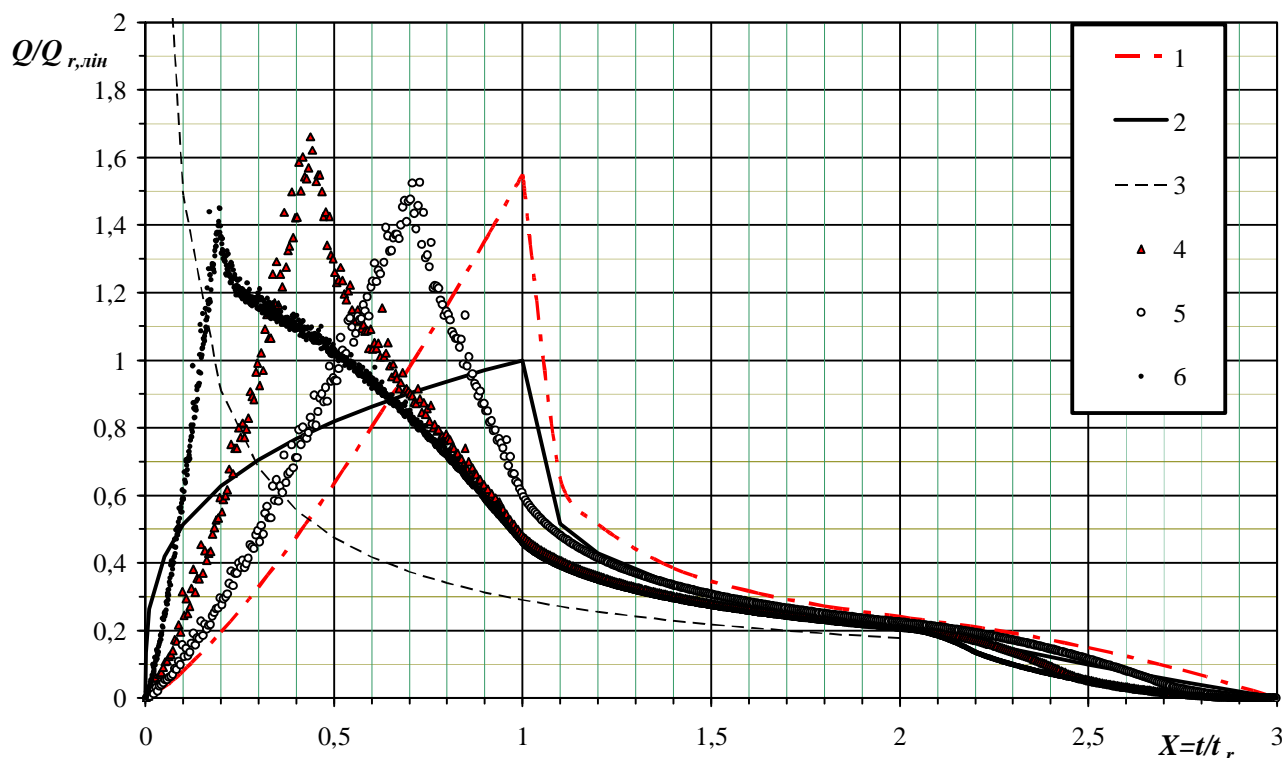


Рис. 3. Узагальнені гідрографи притоку дощових стічних вод: 1 – для радіальної, 2 – для лінійної моделі концентрації поверхневого стоку, а також для трикутних басейнів стоку з різними значеннями a : 4 – $a=0,5$, $a=2$; 5 – $a=1$; 6 – $a=5$, $a=0,2$; 3 – крива дощу ($n=0,71$; $t_d/t_r=2$)

Загалом гідрографи притоку для обернених трикутних в плані басейнів стоку складаються з чотирьох характерних етапів. На першому етапі (при безрозмірному часі $X < X_{ef}=t_{ef}/t_r$) площа стоку за сталої швидкості течії поверхневого потоку і постійного в часі та по площі коефіцієнта Ψ_{mid} зростає в часі за квадратичним законом. Відповідні криві притоку є подібними до кривої першого етапу гідрографа радіальної моделі з коефіцієнтами подібності k_x та k_y по відповідних координатних осях, що добре підтвердив числовий експеримент.

Максимальною витратою дощових стічних вод з трикутних у плані басейнів стоку є так звана ефективна витрата Q_{ef} , що має місце в момент часу t_{ef} . Значення витрати Q_{ef} , отримані в результаті числового моделювання, не більш як на 3,7% відрізняються від обчислених за аналітичною формулою (5).

На другому етапі (при $X_{ef} < X < 1$) для всіх значень геометричного параметра a існує різке зменшення витрати, причому тим сильніше, чим меншим є значення коефіцієнта a .

На третьому етапі (при $1 < X < X_d$) гідрографи притоку у разі збільшення безрозмірного часу X асимптотично наближаються з нижнього боку до відповідних кривих для лінійної та радіальної моделей стоку.

На четвертому етапі (при безрозмірному часі $X \geq X_0$) має місце плавне зменшення витрати стоку до нуля при $X = (X_0 + 1)$.

Для обернених трикутних в плані басейнів стоку безрозмірні гідрографи для значень a_1 і $a_2 = 1/a_1$ є ідентичними.

Числовий експеримент показав також, що безрозмірний гідрограф притоку для басейна стоку у формі половини трикутника з геометричним параметром a (прямокутний трикутник АОВ на рис. 1) ідентичний до безрозмірного гідрографа для цілого рівнобедреного трикутника оберненого типу з центральним кутом 2φ .

Висновки. Гідрографи притоку з трикутних у плані басейнів стоку оберненого типу за своєю формою та кількісними характеристиками істотно відрізняються від теоретичного гідрографа для лінійної моделі концентрації поверхневого стоку. Форма басейнів стоку у плані повинна враховуватися під час визначення розрахункової витрати дощових стічних вод та під час знаходження регульовального об'єму споруд дощового водовідведення.

Гідрографи притоку з обернених трикутних у плані басейнів стоку складаються з чотирьох характерних етапів. На першому етапі (при $X \leq X_{ef}$) гідрографи подібні до першого етапу гідрографа радіальної моделі з коефіцієнтами подібності k_x та k_y , які можуть бути обчислені відповідно за формулами (3), (4) і (7), (8).

Максимальну витрату дощового стоку з трикутних у плані басейнів стоку має місце в момент часу $t_{ef} = R_{ef}/V$, і можна обчислити за аналітичною формулою (5).

При $n=0,71$ найбільша безрозмірна витрата серед безрозмірних гідрографів притоку з обернених трикутних у плані басейнів стоку відповідає значенням $a=0,54$ і $a=1,85$ і дорівнює $Q/Q_{r,lin}=1,727$.

Для обернених трикутних в плані басейнів стоку отримано ідентичні безрозмірні гідрографи для значень $a=a_1$ та $a=1/a_1$.

1. СНиП 2.04.03-85. Канализация. Наружные сети и сооружения: Госстрой СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1986. – 152с. 2. Калицун В.И. Водоотводящие системы и сооружения / Калицун В.И. — М.: Стройиздат, 1987. — 336 с. 3. Жук В.М. Радіальна модель концентрації дощових стічних вод / В.М. Жук, Л.І. Вовк // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки: наук.-техн. збірн. — 2004. — № 4. — С. 84—96. 4. Жук В.М. Гідрографи притоку поверхневих стічних вод з прямокутних в плані басейнів стоку / В.М. Жук, Л.І. Вовк // Промислова гідравліка і пневматика: Всеукр. наук.-техн. журн. — 2005. — №1 (7). — С. 12—16. 5. Жук В.М. Гідрографи притоку для дощів зі степеневим законом зміни інтенсивності та трикутних в плані басейнів стоку / В.М. Жук, І.З. Рутковська, І.Ю. Попадюк // Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. Теплоенергетика. Інженерія довкілля. Автоматизація. — 2007. — № 581. — С. 3—8.