

$$k_e(t) = \int_{-\infty}^{\infty} K_e(u) \exp(-i|t|u) du, \quad \kappa = wa(r/m)^{1/2}, \quad (2)$$

де $t_e(x, t) = t_e \exp(i\omega t)$ – невідома функція розподілу дотичних напружень під штапом, $b_e \exp(i\omega t)$ – величина горизонтального переміщення штапа від прикладеної сили, $t_e(x) = t_{1e}(x) + it_{2e}(x)$,

$$K_e(u) = \frac{\sqrt{u^2 - (1 - ie)}}{4u^2 \sqrt{u^2 - (1 - ie)b^2} \cdot \sqrt{u^2 - (1 - ie) - [2u^2 - (1 - ie)]^2}}, \quad (3)$$

де $b^2 = (1 - 2\nu)/[2(1 - \nu)]$, ν – коефіцієнт Пуассона, e – коефіцієнт пропорційності, що характеризує внутрішнє тертя.

При $e \rightarrow 0$ рівняння (1) і (2) мають вигляд

$$\int_{-1}^1 t(x) k[\kappa(x - x)] dx = 2p\Delta b(x), \quad (|x| \leq 1, \Delta = ma^{-1}),$$

$$k(x) = \int_r K(u) \exp(-i|x|u) du.$$

Щоб розв'язок зберігав фізичний зміст у характерних містах вводиться умова обмеженості напруг

$$\int_{-1}^1 \frac{y_1'(t) dt}{\sqrt{1-t^2}} = 0, \quad T_1 = -\frac{1}{p} \int_{-1}^1 \frac{y_1'(t) t dt}{\sqrt{1-t^2}}, \quad \int_{-1}^1 \frac{y_2'(t) dt}{\sqrt{1-t^2}} = 0, \quad T_2 = -\frac{1}{p} \int_{-1}^1 \frac{y_2'(t) t dt}{\sqrt{1-t^2}}.$$

Обмежений розв'язок для визначення контактної напруженості одержимо у вигляді

$$t_1(x) = -\frac{1}{p} \sqrt{1-x^2} \cdot \int_{-1}^1 \frac{y_1'(t) dt}{\sqrt{1-t^2}(t-x)}, \quad t_2(x) = -\frac{1}{p} \sqrt{1-x^2} \cdot \int_{-1}^1 \frac{y_2'(t) dt}{\sqrt{1-t^2}(t-x)}.$$

Розв'язок отриманого інтегрального рівняння з урахуванням умов обмеженості контактних дотичних напружень у характерних містах, дозволяє одержати дійсну оцінку величини амплітудних значень контактних дотичних напружень і характер їх розподілу по довжині контактної зони.

МОДЕЛЬ ГЛАДКОГО КОНТАКТУ ОБ'ЄМНОГО ПРУЖНОГО ВКЛЮЧЕННЯ ДОВІЛЬНОЇ ФОРМИ З БЕЗМЕЖНИМ ТІЛОМ

MODEL OF A SLIDING CONTACT OF THE THREE-DIMENSIONAL ELASTIC INCLUSION OF ANY SHAPE WITH SOLID

Богдан Стасюк

Національний університет «Львівська політехніка»,
вул. С. Бандери, 12, м. Львів, 79013, Україна

The problem of modeling the stress-strain state in an elastic isotropic solid which contains an inclusion of any shape is solved by the boundary element method. A system of six boundary integral equations for the case of sliding contact between the inclusion and the matrix is obtained. Stresses inside the inclusion for all-round compression of the matrix are calculated.

Метод гомогенізації механічних характеристик є найбільш ефективним методом дослідження мікронеоднорідних середовищ через відносну простоту розрахунків на міцність умовно однорідних тіл. Для визначення ефективних характеристик реальних гранульованих або волокнистих композитів необхідно здійснити аналіз напружено-деформованого стану включень, що не рідко мають складну топологічну форму. Метод гомогенізації також дозволяє відслідковувати зміни макрохарактеристик композитів у залежності від зміни умов взаємодії між включеннями і матрицею. Очевидно, що різного роду послаблення ідеального механічного контакту (часткові відшарування, зміна властивостей граничного шару внаслідок дифузії і т. п.) можуть суттєво впливати на глобальні механічні властивості гетерогенного матеріалу. Характер і топологія міжфазних дефектів настільки різноманітні, що точні дослідження їх впливу на напружений стан включень є доволі складним завданням. Відомо, що всі ці додаткові концентратори напружень знижують значення ефективних модулів пружності композиту. Тому модель ідеального механічного контакту можна використовувати для визначення максимально можливих ефективних механічних характеристик гетерогенного матеріалу. З іншого боку математична модель гладкого контакту включення з матрицею знижує глобальні властивості композиту порівняно з реальними міжфазними дефектами. Таким чином, дослідження гладкого контакту об'ємного включення складної форми з матрицею, нарівні з ідеальним контактом, є актуальними і важливими для практичних інженерних розрахунків конструкцій виготовлених з композитних матеріалів. В роботі запропонований чисельний алгоритм методу граничних елементів для визначення напруженого стану об'ємного включення складної форми за умови його гладкого контакту з безмежним пружним тілом.

Розглядається безмежне пружне ізотропне тіло, що складається з безмежної матриці і включення довільної форми, що обмежене гладкою поверхнею S . Тіло навантажене на безмежності статичним навантаженням. Між включенням і матрицею має місце гладкий контакт, тобто забезпечується неперервність нормальних до поверхні розділу фаз S переміщень та зусиль, а також відсутність дотичних зусиль в точках цієї поверхні. Розглядувана тривимірна задача теорії пружності зведена до системи шести граничних сингулярних інтегральних рівнянь. Після регуляризації сингулярних інтегралів та дискретизації інтегральних рівнянь обчислено компоненти переміщень на границі включення S , стрибки дотичних до поверхні S переміщень, а також нормальні зусилля на поверхні включення.

З допомогою інтегральних подань міжфазних переміщень та співвідношень закону Гука отримано числові значення напружень всередині включення в формі сферо-циліндра з різним співвідношенням його висоти та діаметру серединного перерізу при всесторонньому стиску, прикладеному до матриці на безмежності. Слід зауважити, що якщо топологічна форма включення вироджується в кулю, то результати отримані в цій роботі повністю співпадають з відомими аналітичними розв'язками Ешелбі для випадку ідеального механічного контакту при всесторонньому стиску тіла з включенням.

КВАЗИСТАТИЧНА ЗАДАЧА ТЕРМОПРУЖНОСТІ ДЛЯ ФУНКЦІОНАЛЬНО ГРАДІЄНТНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК

QUASISTATIC THERMOELASTICITY PROBLEM OF FUNCTIONALLY GRADED CYLINDRICAL SHELLS

Володимир Флячок

Українська академія друкарства,
вул. Підголюско, 19, м. Львів, 79020, Україна, e-mail: flyachok@ukr.net

The quasistatic behavior of a functionally graded orthotropic cylindrical shell subjected to instantaneous heating is studied. The closed form solutions are obtained by using Fourier and Laplace transform methods. Numerical examples are presented to examine the effects thermal and mechanical non-homogeneous properties.

У доповіді розглядається кругова циліндрична оболонка з довжиною l і сталою товщиною $2h$. Оболонка виготовлена з анізотропного функціонально градієнтного матеріалу, що має неперервні