

ВИСНОВКИ

На основі запропонованих критеріїв оптимальності отримано конструкцію рами колісного сільгоспагрегата. Маса оптимізованої рами зменшилася на 30 відсотків при зростанні її міцності. Комбіноване використання стандартних програм розрахунку, технічного креслення та спеціалізованих програм динаміки колісних агрегатів та багатокритеріальної оптимізації дають змогу отримувати полегшені конструкції таких машин з підвищеною міцністю рами. Використання поряд з критерієм J_1 критерію J_2 уможливить отримати прості у виготовленні конструкції рам.

1. Гащук П., Вікович І., Дівеев Б. Застосування дискретно-континуальних дискретних схем для визначення вібронпружень в механічних конструкціях: Тр. Одеського політехнічного університета. – 1999. Вып. 2 (8). – С. 34–41. 2. Гащук П.М., Вікович І.А., Дівеев Б.М. Коливання екіпажу з урахуванням згину раи транспортного засобу // Асоціація “Автобус”. – 2001. – С. 44–47. 3. Розрахунок однієї маятникової підвіски // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та праладобудуванні: Укр. міжвідом. наук.-техн. зб. – 2000. – Вип. 35. – С. 21–25. 4. Вікович І., Дівеев Б. Дискретно-континуальний метод розрахунку динаміки тракторного агрегата обприскувача з рідиною в ємності // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та праладобудуванні: Укр. міжвідом. наук.-техн. зб. – 2001. – Вип. 36. 5. Hashchuk P., Diveiee B., Vajda I., Vikovych I. Condensed numerical model for study of vibration of agricultural vehikel with elongated elements. *Vibration in physical systems: XX Jubilee Symposium*. – Poznan – Blazejewko, May 21 – 25, 2002. – S. 162–163.

УДК 539.3

М.В. Бойко, І.Б. Бутитер*

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра “Електронне машинобудування”;

*Інститут прикладних проблем механіки і математики НАН України

РОЗРАХУНОК МАТРИЦІ ПРЕС-ФОРМИ НА МІЦНІСТЬ ТА ЖОРСТКІСТЬ

© Бойко М.В., Бутитер І.Б., 2002

Описано методику розрахунку напружено-деформованого стану матриці прес-форми. Використовуючи критерій рівномірності, побудовано алгоритм мінімізації її ваги за конструктивними параметрами.

A method of computation of tense-deformed state of die mold matrix is described in the given article. Using the criterion of the same dunebility an algorithm of minimization of its weight is built after the structural parameters.

Одним з основних завдань при створенні САПР прес-форм для лиття пластмасових виробів і оптимізації процесу проектування є розробка формалізованої методики для технологічного і конструкторського розрахунків. Методика конструкторського розрахунку включає розрахунок всіх складових деталей прес-форми (рис. 1). Матриця є однією із основних деталей, в якій проходить процес формування пластмасових виробів. Тому її розрахунок являє собою практичний інтерес.

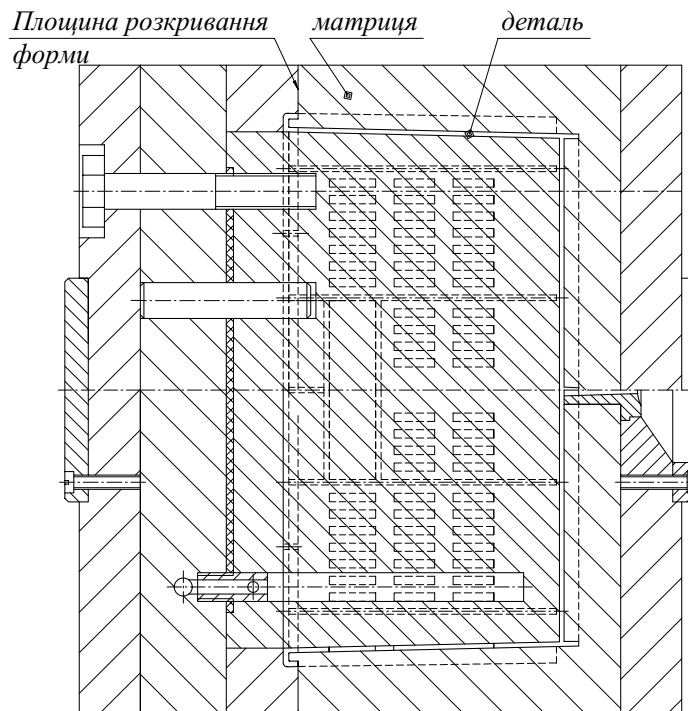


Рис. 1. Прес-форма для лиття пластмасового виробу

ВИБІР РОЗРАХУНКОВОЇ СХЕМИ І ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розглянемо конструкцію матриці як коробчасту конструкцію, складену з п'ятьох прямокутних пластин (рис. 2). Оскільки жорсткість кожної із пластин у своїй площині значно перевищує її згинаючу жорсткість, то деформації пластин від зусиль, які діють у площині пластини, будуть набагато менші від деформацій згинаючих моментів, і тому перші ми не будемо брати до уваги. З цієї ж причини будемо вважати, що кожна пластина опирається на суміжні пластини, як на жорсткі опори, тобто вважатимемо, що лінії спряження пластин (ребра матриці), є нерухомі. Припускаємо також, що для сусідніх пластин кут між елементами, перпендикулярними до їх загальної сторони, зберігається прямим при деформації.

Зусилля термопластавтомата, яке забезпечує нерозкриття форми під час заповнення пластмасою, зводиться до деякого моментного навантаження, яке змінюється вздовж верхніх торців бічних стінок. Це моментне навантаження надалі визначається своїми коефіцієнтами Фур'є, які входять як параметри в шуканий розв'язок. При заповненні формуючих порожнин матриці пластмасою на дно і стінки конструкції діє внутрішній тиск впорску пластмаси.

Відповідно до прийнятої розрахункової схеми задача зводиться до визначення напружено-деформованого стану матриці, складеної з п'ятьох пластин, що знаходяться під дією статичного навантаження різної інтенсивності, а також згинаючих моментів, які прикладені до торців бічних пластинок 2–5.

У силу геометричної і силової симетрії задачі – прогини, кути повороту, моменти і зусилля у пластинах 4, 5 будуть аналогічними і для пластин 2, 3. Тому досить обмежитись тільки розрахунком пластин 1–3 (рис. 2).

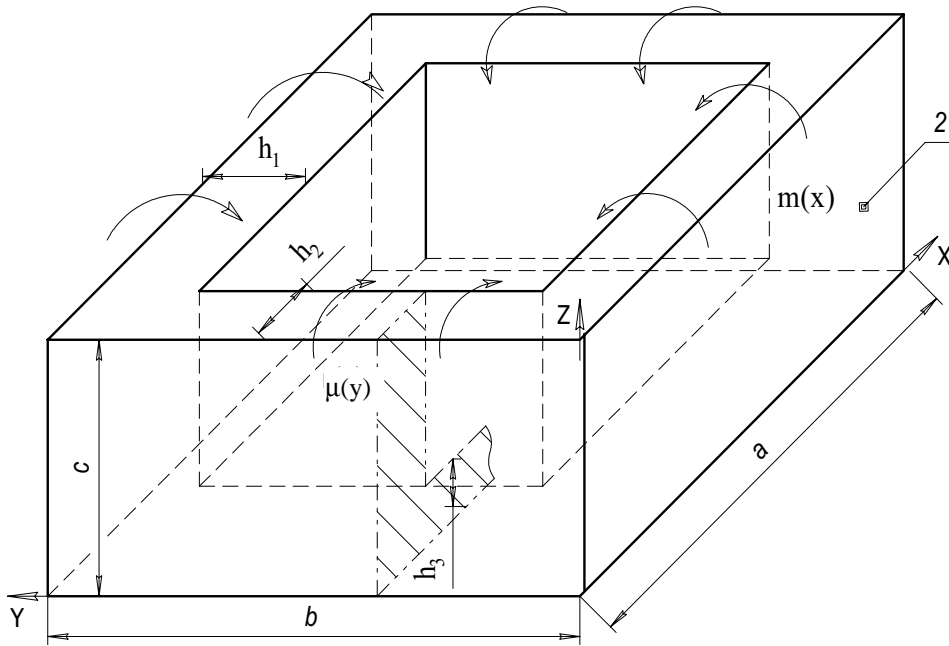


Рис. 2. Матриця. Розрахункова схема

Введемо такі позначення: a , b , c – довжина, ширина і висота матриці; h_1 , h_2 , h_3 – товщини пластин 1 – 3; E – модуль пружності матеріалу; ν – коефіцієнт Пуассона; P_1 , P_2 , P_3 – інтенсивність статичних навантажень, що діють на пластини 1 – 3; $w(x, y)$, $u(x, z)$, $v(y, z)$ – відповідні прогини пластин 1 – 3; $M_x^{(1)}, M_y^{(1)}, M_x^{(2)}, M_z^{(2)}, M_y^{(3)}, M_z^{(3)}$ – згинаючі моменти пластин 1–3; D_1, D_2, D_3 – циліндричні жорсткості пластин 1–3; $D_i = \frac{Eh_i^2}{12(1-\nu^2)}$,

($i = 1, 2, 3$); $\Delta_1 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, $\Delta_2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, $\Delta_3 = \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – двовимірні оператори

Лапласа.

Для розрахунку пластин використаємо класичну теорію пластин.

Прогини пластин повинні задовольняти в областях, які займають пластини, неоднорідні бігармонійні рівняння:

$$\begin{aligned} \Delta_1 \Delta_1 w &= \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{P_1}{D_1}, \\ \Delta_2 \Delta_2 u &= \frac{P_2}{D_2}, \quad \Delta_3 \Delta_3 v = \frac{P_3}{D_3}. \end{aligned} \quad (1)$$

Задаючи, що значення інтенсивностей P_i , можна промоделювати відповідні види навантажень.

Так, при вертикальному навантаженні маємо:

$$P_1 = \text{const} \neq 0, \quad P_2 = P_3 = 0;$$

при горизонтальному поперечному навантаженні:

$$P_2 = \text{const} \neq 0, \quad P_1 = P_3 = 0;$$

при горизонтальному повздовжньому навантаженні:

$$P_3 = \text{const} \neq 0, \quad P_1 = P_2 = 0;$$

при всебічному навантаженні:

$$P_1 = \text{const} \neq 0, \quad P_2 = \text{const} \neq 0, \quad P_3 = \text{const} \neq 0.$$

Відповідно до прийнятих вище припущень, прогини пластин повинні задовольняти також умови опираючого на жорсткий контур:

$$\begin{aligned} w(0, y) = w(a, y) = w(x, 0) = w(x, b), \\ u(0, z) = u(a, z) = u(x, 0) = u(x, c), \\ v(0, z) = w(b, z) = v(y, 0) = v(y, c), \end{aligned} \quad (2)$$

умови рівності кутів повороту суміжних пластин:

$$w'_y(x, 0) = -u'_z(x, 0), \quad w'_x(0, y) = -v'_z(y, 0), \quad u'_x(0, z) = -v'_y(0, z); \quad (3)$$

умови рівності згинаючих моментів вздовж лінії спряження пластин:

$$M_y^{(1)}(x, 0) = M_z^{(2)}(x, 0), \quad M_x^{(1)}(0, y) = M_z^{(3)}(y, 0), \quad M_x^{(2)}(0, z) = M_y^{(3)}(0, z), \quad (4)$$

а також повинна забезпечуватись рівність згинаючих моментів, прикладених до торців бічних стінок:

$$-M_z^{(2)}(x, c) = m(x), \quad -M_z^{(3)}(y, c) = \mu(y). \quad (5)$$

Таким чином, задача зводиться до визначення прогинів w , u , v , що задовольняють вищевказані рівняння і граничні умови.

Після знаходження прогинів усі величини, що характеризують напружений стан, визначаються по відомих формулах*. Так для пластини 1 матимемо:

згинаючі і крутні моменти

$$M_x^{(1)} = D_1 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \quad M_y^{(1)} = D_1 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right), \quad H_{xy}^{(1)} = -D_1(1 - \nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y},$$

напруження

$$\sigma_x^{(1)} = \frac{12z}{h_1^3} M_x^{(1)}, \quad \sigma_y^{(1)} = \frac{12z}{h_1^3} M_y^{(1)}, \quad \tau_{xy}^{(1)} = \frac{12z}{h_1^3} H_{xy}^{(1)}. \quad (6)$$

МЕТОД РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

Розв'язок замкнутої системи рівнянь (1)–(5) знаходиться за методом Лур'є стосовно до теорії пластин із використанням тригонометричних рядів Фур'є. В кінцевому підсумку задача зводиться до розв'язання нескінченної системи лінійних алгебраїчних рівнянь для знаходження трьох груп невідомих коефіцієнтів A_m, B_n, C_k , через які виражається розв'язок для прогинів:

$$\begin{aligned} \left[\alpha_m \left(\frac{b}{a} \right) - \omega_m \left(\frac{c}{b} \right) \gamma_m \left(\frac{c}{a} \right) \right] A_m + \beta_m \left(\frac{c}{a} \right) E_m + \sum_{n=1,3,5,\dots} B_n Q_n \left(m, \frac{a}{b} \right) + \sum_{k=1}^{\infty} C_k Q_k \left(m, \frac{a}{c} \right) = \\ = -\frac{2}{\pi^5 m^5} \left[P_1 \delta_m \left(\frac{b}{a} \right) + P_2 \left(\frac{h_1}{h_2} \right)^3 \delta_m \left(\frac{c}{a} \right) \right], \quad m = 1, 3, 5, \dots \end{aligned}$$

* Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С.А. Пластинки и оболочки. – М., 1963.

$$\begin{aligned}
& \left[\alpha_n \left(\frac{a}{b} \right) - \omega_n \left(\frac{c}{a} \right) \gamma_n \left(\frac{c}{b} \right) \right] B_n + \beta_n \left(\frac{c}{b} \right) F_n + \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} A_m Q_m \left(n, \frac{b}{a} \right) + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \omega_k \left(\frac{b}{a} \right) Q_k \left(n, \frac{b}{c} \right) = \\
& = -\frac{2}{\pi^5 n^5} \left(\frac{b}{a} \right)^4 \left[P_1 \delta_n \left(\frac{a}{b} \right) + P_2 \left(\frac{h_1}{h_3} \right)^3 \delta_n \left(\frac{c}{b} \right) \right], \quad n = 1, 3, 5, \dots \\
& \left[\alpha_k \left(\frac{a}{c} \right) + \omega_k \left(\frac{b}{a} \right) \alpha_k \left(\frac{b}{c} \right) \right] C_k + \frac{1}{2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} A_m \omega_m \left(\frac{c}{b} \right) Q_m \left(k, \frac{c}{b} \right) + \frac{1}{2} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} B_n \omega_n \left(\frac{c}{a} \right) \times \\
& \times Q_n \left(k, \frac{c}{b} \right) = -\frac{2}{\pi^5 k^5} \left(\frac{c}{a} \right)^4 \left[P_2 \left(\frac{h_1}{h_2} \right)^3 \delta_k \left(\frac{a}{c} \right) + P_3 \left(\frac{h_1}{h_3} \right)^3 \delta_k \left(\frac{b}{c} \right) \right], \quad k = 1, 2, 3, 4, 5, \dots
\end{aligned} \tag{7}$$

де $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \omega_i, \delta_i, Q_i$, – відомі функції;

$$\begin{aligned}
\alpha_m(x) &= \left(1 - \frac{1}{\operatorname{ch}(m\pi x)} \right) \left(\frac{1}{\operatorname{sh}(m\pi x)} + \frac{1}{m\pi x} \right), \quad \beta_m(x) = \frac{1}{\operatorname{sh}(m\pi x)} - \frac{1}{m\pi x \operatorname{ch}(m\pi x)}, \\
\gamma_m(x) &= \frac{2}{\operatorname{sh}^2(m\pi x)} - \frac{1}{m\pi x}, \quad \delta_m(x) = \operatorname{th} \frac{m\pi x}{2} - \frac{m\pi x}{2} \frac{1}{\operatorname{ch}^2(m\pi x)},
\end{aligned} \tag{8}$$

$$\omega_m \left(\frac{c}{b} \right) = \frac{D_1}{D_2} \cdot \frac{c}{b} \cdot \frac{\operatorname{th} \frac{m\pi b}{a}}{\operatorname{th} \frac{m\pi c}{a}}, \quad \omega_n \left(\frac{c}{a} \right) = \frac{D_1}{D_3} \cdot \frac{c}{a} \cdot \frac{\operatorname{th} \frac{n\pi a}{b}}{\operatorname{th} \frac{n\pi c}{b}}, \quad \omega_k \left(\frac{b}{a} \right) = \frac{D_2}{D_3} \cdot \frac{b}{a} \cdot \frac{\operatorname{th} \frac{k\pi a}{c}}{\operatorname{th} \frac{k\pi b}{a}},$$

$$Q_m(n, x) = \frac{8}{\pi^2} \cdot \frac{(mx)^2 \operatorname{th} m\pi x}{\left[n^2 + (mx)^2 \right]^2}.$$

Коефіцієнти E_m і F_n виконують роль вільних параметрів. Для їх визначення достатньо, наприклад, задати моменти $m(x)$ і $\mu(y)$, і по їх Фур'є-розкладах коефіцієнти E_m і F_n визначаються за допомогою формул:

$$E_m = \frac{ac}{2m\pi D_2} \cdot \operatorname{cth} \frac{m\pi b}{a} L_{mx}, \quad F_n = \frac{bc}{2n\pi D_3} \cdot \operatorname{cth} \frac{n\pi c}{b} L_{ny}, \tag{9}$$

де L_{mx}, L_{ny} – коефіцієнти розкладів Фур'є моментів $m(x)$ і $\mu(y)$;

$$m(x) = \sum_{m=1}^{\infty} L_{mx} \sin \frac{m\pi x}{a}, \quad \mu(y) = \sum_{n=1}^{\infty} L_{ny} \sin \frac{n\pi y}{b}. \tag{10}$$

Через те, що закон розподілу згинаючих моментів, які діють на верхні торці бічних пластин невідомий, доцільно вивчити граничні випадки, а саме:

- а) моменти $m(x)$ і $\mu(y)$ відсутні, тобто верхній край конструкції $z = c$ вільно опертий;
- б) верхній край конструкції жорстко затиснутий, що відповідає жорсткому закритому положенню прес-форми.

У випадку вільного опираювання $m(x) = \mu(y) = 0$. Як видно з формул (9), (10) в цьому випадку параметри E_m і F_n дорівнюють нулю. Підставляючи в (7) $E_m = F_n = 0$, одержимо вирішуючу систему лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення коефіцієнтів A_m, B_n, C_k .

У випадку жорсткого затиснення верхнього торця бічних стінок при $z=c$ кути повороту дорівнюють нулю:

$$u'_z(x, c) = v'_z(y, c) = 0. \quad (11)$$

Виконавши необхідні перетворення, одержимо з (11) додаткові рівняння для визначення коефіцієнтів E_m, F_n :

$$\begin{aligned} \gamma_m \left(\frac{c}{a} \right) E_m - \omega_m \left(\frac{c}{b} \right) \beta_m \left(\frac{c}{a} \right) A_m + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k Q_k \left(m, \frac{a}{c} \right) &= -\frac{2}{\pi^5 m^5} P_2 \left(\frac{h_1}{h_2} \right)^3 \delta_m \left(\frac{c}{a} \right), \quad m = 1, 3, 5, \dots \\ \gamma_n \left(\frac{c}{b} \right) F_n - \omega_n \left(\frac{c}{a} \right) \beta_n \left(\frac{c}{b} \right) B_n + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \omega_k \left(\frac{b}{a} \right) Q_k \left(n, \frac{b}{c} \right) &= \\ = -\frac{2}{\pi^5 n^5} P_3 \left(\frac{b}{a} \right)^4 \left(\frac{h_1}{h_3} \right)^3 \delta_n \left(\frac{c}{b} \right), \quad n = 1, 3, 5, \dots \end{aligned} \quad (12)$$

Співвідношення (12) у сукупності з (7) дають нескінченну систему лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення невідомих коефіцієнтів A_m, B_n, C_k, E_m, F_n .

Після знаходження невідомих коефіцієнтів прогини u, v, w пластин 1–3 визначаються за формулами:

$$\begin{aligned} w(x, y) &= \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} A_m \left[\varphi_m \left(\frac{y}{a}, \frac{b}{a} \right) + \varphi_m \left(\frac{b-y}{a}, \frac{b}{a} \right) \right] \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} + \\ &+ \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} B_n \left[\varphi_n \left(\frac{x}{b}, \frac{a}{b} \right) + \varphi_n \left(\frac{a-x}{b}, \frac{a}{b} \right) \right] \cdot \sin \frac{n\pi y}{b} + w_0(x, y), \\ u(x, z) &= \sum_{k=1}^{\infty} C_k \left[\varphi_k \left(\frac{x}{c}, \frac{a}{c} \right) + \varphi_k \left(\frac{a-x}{a}, \frac{a}{c} \right) \right] \cdot \sin \frac{k\pi z}{c} + \\ &+ \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[E_m \varphi_m \left(\frac{z}{a}, \frac{c}{a} \right) + A_m \omega_m \left(\frac{c}{a} \right) \varphi_m \left(\frac{c-z}{a}, \frac{c}{a} \right) \right] \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} + u_0(x, z), \\ v(y, z) &= \sum_{k=1}^{\infty} C_k \omega_k \left(\frac{b}{a} \right) \left[\varphi_k \left(\frac{y}{c}, \frac{b}{c} \right) + \varphi_k \left(\frac{b-y}{a}, \frac{b}{c} \right) \right] \cdot \sin \frac{k\pi z}{c} + \\ &+ \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[F_n \varphi_n \left(\frac{z}{b}, \frac{c}{b} \right) + B_n \omega_n \left(\frac{c}{b} \right) \varphi_n \left(\frac{c-z}{b}, \frac{c}{b} \right) \right] \cdot \sin \frac{n\pi y}{b} + v_0(y, z), \end{aligned} \quad (13)$$

де

$$\varphi_m(t, t_0) = \frac{\text{sh}(mt)}{\text{sh}(mt_0)} - \frac{t}{t_0} \cdot \frac{\text{ch}(mt)}{\text{ch}(mt_0)}; \quad (14)$$

$w_0(x, y), u_0(x, z), v_0(y, z)$ – часткові розв'язки для прогинів вільно опертих пластин під дією рівномірно розподіленого навантаження інтенсивності $P_i, (i = 1, 2, 3)$:

$$w_0(x, y) = \frac{4P_1 a^4}{\pi^5 D_1} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^5} \left[1 - \frac{\frac{m\pi b}{2a} \text{th} \frac{m\pi b}{2a} + 2}{2 \text{ch} \frac{m\pi b}{2a}} \cdot \text{ch} \frac{m\pi}{a} \left(y - \frac{b}{2} \right) + \right]$$

$$+ \frac{1}{2\text{ch}\frac{m\pi b}{2a}} \cdot \frac{m\pi}{a} \left(y - \frac{b}{2}\right) \text{sh} \frac{m\pi}{a} \left(y - \frac{b}{2}\right) \left. \right\} \sin \frac{m\pi x}{a}.$$

Аналогічним способом шляхом заміни y на z , “ b ” на “ c ”, “ P_1 ” на “ P_2 ” записується вираз $u_0(x, z)$ і шляхом заміни x на y , “ a ” на “ b ”, “ P_2 ” на “ P_3 ” – вираз $v_0(y, z)$.

Формули для згинальних моментів $M_x^{(1)}, M_y^{(1)}, M_x^{(2)}, M_z^{(2)}$, і $M_y^{(3)}, M_z^{(3)}$ відповідно в 1-й, 2-й і 3-й пластинах мають вигляд:

$$\begin{aligned} M_x^{(1)} = & D_1 \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} A_m \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \left\{ (1-\nu) \left[\varphi_m \left(\frac{y}{a}, \frac{b}{a}\right) + \varphi_m \left(\frac{b-y}{a}, \frac{b}{a}\right) \right] + \right. \\ & \left. + \frac{2\nu \left(\text{sh} \frac{m\pi y}{a} + \text{sh} \frac{m\pi(b-y)}{a} \right)}{\frac{m\pi b}{a} \text{ch} \frac{m\pi b}{a}} \right\} \sin \frac{m\pi x}{a} - D_1 \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} B_n \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \{ (1-\nu) \times \\ & \times \left[\varphi_n \left(\frac{x}{b}, \frac{a}{b}\right) + \varphi_n \left(\frac{a-x}{b}, \frac{a}{b}\right) \right] - \frac{2 \left(\text{sh} \frac{n\pi x}{b} + \text{sh} \frac{n\pi(a-x)}{b} \right)}{\frac{n\pi a}{b} \text{ch} \frac{n\pi a}{b}} \left. \right\} \sin \frac{n\pi y}{b} + M_{x_0}^{(1)}, \\ M_y^{(1)} = & -D_1 \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} A_m \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \left\{ (1-\nu) \left[\varphi_m \left(\frac{y}{a}, \frac{b}{a}\right) + \varphi_m \left(\frac{b-y}{a}, \frac{b}{a}\right) \right] - \right. \\ & \left. - \frac{2 \left(\text{sh} \frac{m\pi y}{a} + \text{sh} \frac{m\pi(b-y)}{a} \right)}{\frac{m\pi b}{a} \text{ch} \frac{m\pi b}{a}} \right\} \sin \frac{m\pi x}{a} + D_1 \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} B_n \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \{ (1-\nu) \times \\ & \times \left[\varphi_n \left(\frac{x}{b}, \frac{a}{b}\right) + \varphi_n \left(\frac{a-x}{b}, \frac{a}{b}\right) \right] + \frac{2\nu \left(\text{sh} \frac{n\pi x}{b} + \text{sh} \frac{n\pi(a-x)}{b} \right)}{\frac{n\pi a}{b} \text{ch} \frac{n\pi a}{b}} \left. \right\} \sin \frac{n\pi y}{b} + M_{y_0}^{(1)}, \\ M_x^{(2)} = & D_2 \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \left\{ E_m \left[(1-\nu) \varphi_m \left(\frac{z}{a}, \frac{c}{a}\right) + \frac{2\nu \text{sh} \frac{m\pi z}{a}}{\frac{m\pi c}{a} \text{ch} \frac{m\pi c}{a}} \right] + A_m \omega_m \left(\frac{c}{b}\right) \times \right. \\ & \left. \times \left[(1-\nu) \varphi_m \left(\frac{c-z}{a}, \frac{c}{a}\right) + \frac{2\nu \text{sh} \frac{m\pi(c-z)}{a}}{\frac{m\pi c}{a} \text{ch} \frac{m\pi c}{a}} \right] \right\} \sin \frac{m\pi x}{a} - D_2 \sum_{k=1}^{\infty} C_k \left(\frac{k\pi}{c}\right)^2 \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left\{ (1-\nu) \left[\varphi_k \left(\frac{x}{c}, \frac{a}{c} \right) + \varphi_k \left(\frac{a-x}{c}, \frac{a}{c} \right) \right] - \frac{2 \left(\operatorname{sh} \frac{k\pi x}{c} + \operatorname{sh} \frac{k\pi(a-x)}{c} \right)}{\frac{k\pi a}{c} \operatorname{ch} \frac{k\pi a}{c}} \right\} \sin \frac{k\pi z}{c} + M_{x_0}^{(2)}, \\
M_z^{(2)} = & -D_2 \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \left\{ E_m \left[(1-\nu) \varphi_m \left(\frac{z}{a}, \frac{c}{a} \right) - \frac{2 \operatorname{sh} \frac{m\pi z}{a}}{\frac{m\pi c}{a} \operatorname{ch} \frac{m\pi c}{a}} \right] + A_m \omega_m \left(\frac{c}{b} \right) \times \right. \\
& \times \left. \left[(1-\nu) \varphi_m \left(\frac{c-z}{a}, \frac{c}{a} \right) - \frac{2 \operatorname{sh} \frac{m\pi(c-z)}{a}}{\frac{m\pi c}{a} \operatorname{ch} \frac{m\pi c}{a}} \right] \right\} \sin \frac{m\pi x}{a} + D_2 \sum_{k=1}^{\infty} C_k \left(\frac{k\pi}{c} \right)^2 \times \\
& \times \left\{ (1-\nu) \left[\varphi_k \left(\frac{x}{c}, \frac{a}{c} \right) + \varphi_k \left(\frac{a-x}{c}, \frac{a}{c} \right) \right] + \frac{2\nu \left(\operatorname{sh} \frac{k\pi x}{c} + \operatorname{sh} \frac{k\pi(a-x)}{c} \right)}{\frac{k\pi a}{c} \operatorname{ch} \frac{k\pi a}{c}} \right\} \sin \frac{k\pi z}{c} + M_{z_0}^{(2)}, \\
M_y^{(3)} = & D_3 \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \left\{ F_n \left[(1-\nu) \varphi_n \left(\frac{z}{b}, \frac{c}{b} \right) + \frac{2\nu \operatorname{sh} \frac{n\pi z}{b}}{\frac{n\pi c}{b} \operatorname{ch} \frac{n\pi c}{b}} \right] + B_n \omega_n \left(\frac{c}{a} \right) \times \right. \\
& \times \left. \left[(1-\nu) \varphi_n \left(\frac{c-z}{b}, \frac{c}{b} \right) + \frac{2\nu \operatorname{sh} \frac{n\pi(c-z)}{b}}{\frac{n\pi c}{b} \operatorname{ch} \frac{n\pi c}{b}} \right] \right\} \sin \frac{n\pi y}{b} - D_3 \sum_{k=1}^{\infty} C_k \left(\frac{k\pi}{c} \right)^2 \omega_k \left(\frac{b}{a} \right) \times \\
& \times \left\{ (1-\nu) \left[\varphi_k \left(\frac{y}{c}, \frac{b}{c} \right) + \varphi_k \left(\frac{b-y}{c}, \frac{b}{c} \right) \right] - \frac{2 \left(\operatorname{sh} \frac{k\pi y}{c} + \operatorname{sh} \frac{k\pi(b-y)}{c} \right)}{\frac{k\pi b}{c} \operatorname{ch} \frac{k\pi b}{c}} \right\} \sin \frac{k\pi z}{c} + M_{y_0}^{(3)}, \\
M_z^{(3)} = & -D_3 \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \left\{ F_n \left[(1-\nu) \varphi_n \left(\frac{z}{b}, \frac{c}{b} \right) - \frac{2 \operatorname{sh} \frac{n\pi z}{b}}{\frac{n\pi c}{b} \operatorname{ch} \frac{n\pi c}{b}} \right] + B_n \omega_n \left(\frac{c}{a} \right) \times \right. \\
& \times \left. \left[(1-\nu) \varphi_n \left(\frac{c-z}{b}, \frac{c}{b} \right) - \frac{2 \operatorname{sh} \frac{n\pi(c-z)}{b}}{\frac{n\pi c}{b} \operatorname{ch} \frac{n\pi c}{b}} \right] \right\} \sin \frac{n\pi y}{b} + D_3 \sum_{k=1}^{\infty} C_k \left(\frac{k\pi}{c} \right)^2 \omega_k \left(\frac{b}{a} \right) \times \\
& \times \left\{ (1-\nu) \left[\varphi_k \left(\frac{y}{c}, \frac{b}{c} \right) + \varphi_k \left(\frac{b-y}{c}, \frac{b}{c} \right) \right] + \frac{2\nu \left(\operatorname{sh} \frac{k\pi y}{c} + \operatorname{sh} \frac{k\pi(b-y)}{c} \right)}{\frac{k\pi b}{c} \operatorname{ch} \frac{k\pi b}{c}} \right\} \sin \frac{k\pi z}{c} + M_{z_0}^{(3)},
\end{aligned}$$

де $M_{x_0}^{(1)}$ і $M_{y_0}^{(1)}$ – згинальні моменти в рівномірно навантаженій вільно опертій пластині;

$$M_{x_0}^{(1)} = P_1 b^2 \left\{ \frac{vy}{2b} \left(1 - \frac{y}{b} \right) + \frac{2}{\pi^3} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^3} \frac{1}{\operatorname{ch} \frac{n\pi a}{2b}} \left[\left((1-v) \frac{n\pi a}{2b} \operatorname{th} \frac{n\pi a}{2b} - 2v \right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \operatorname{ch} \frac{n\pi \left(x - \frac{a}{2} \right)}{b} - (1-v) \frac{n\pi}{b} \left(x - \frac{a}{2} \right) \operatorname{sh} \frac{n\pi \left(x - \frac{a}{2} \right)}{b} \right] \sin \frac{n\pi y}{b} \right\},$$

$$M_{y_0}^{(1)} = P_1 b^2 \left\{ \frac{y}{2b} \left(1 - \frac{y}{b} \right) - \frac{2}{\pi^3} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^3} \frac{1}{\operatorname{ch} \frac{n\pi a}{2b}} \left[\left((1-v) \frac{n\pi a}{2b} \operatorname{th} \frac{n\pi a}{2b} + 2 \right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \operatorname{ch} \frac{n\pi \left(x - \frac{a}{2} \right)}{b} - (1-v) \frac{n\pi}{b} \left(x - \frac{a}{2} \right) \operatorname{sh} \frac{n\pi \left(x - \frac{a}{2} \right)}{b} \right] \sin \frac{n\pi y}{b} \right\}.$$

Звідси шляхом заміни y на z , “ b ” на “ c ” і “ P_1 ” на “ P_2 ” одержуємо вирази для $M_{x_0}^{(2)}$ і $M_{z_0}^{(2)}$, з яких після заміни x на y , “ a ” на “ b ” і “ P_2 ” на “ P_3 ” записуються вирази для $M_{y_0}^{(3)}$ і $M_{z_0}^{(3)}$.

Напруження на зовнішніх поверхнях пластин обчислюються за формулами (6).

АЛГОРИТМ ОПТИМІЗАЦІЇ ПО ВАЗІ МАТРИЦІ

Розглядається задача про раціональне використання матеріалу в конструкції матриці, виходячи з умов міцності і геометричних обмежень. Вважатимемо, що розглядувана конструкція може бути умовно розділена на N елементів (підконструкцій) заданої геометрії з N конструктивними керованими параметрами, які визначають розхід матеріалу. Як елементи розглядаються окремі частини конструкції (дно, бокові стінки), а як визначаючі конструктивні параметри – їх товщини h_j ($j = \overline{1, N}$).

В силу лінійної залежності ваги від керованих параметрів h_j цільова функція (функція ваги) має вигляд

$$F(\bar{h}) = \sum_{j=1}^N G_j \cdot h_j, \quad h_j > 0.$$

Так, наприклад, розглядаючи матрицю як п’ятипластинчасту систему матимемо такі параметри цільової функції: $N = 3$; $G_1 = ab\rho$, $G_2 = 2ас\rho$, $G_3 = 2bc\rho$, де ρ – прискорення земного тяжіння.

Задача вагової оптимізації конструкції матриці з врахуванням умов міцності і геометричних обмежень може бути сформульована як задача математичного програмування:

потрібно знайти оптимальний вектор керованих параметрів \bar{h}_{opt} , для якого

$$F(\bar{h}_{opt}) = \min_{\bar{h} \in D} F(\bar{h}), \quad (15)$$

$$D = \left\{ \bar{h} : \max_{V_j} \sigma_j(\bar{h}) \leq [\sigma]_j, \quad h_{\min j} \leq h_j \leq h_{\max j}, \quad j = \overline{1, N} \right\},$$

де

$$[\sigma]_j = \begin{cases} [\sigma_+]_j, & \sigma_j \geq 0 \\ [\sigma_-]_j, & \sigma_j < 0 \end{cases}; \quad (16)$$

$[\sigma_+]_j, [\sigma_-]_j$ – допустимі границі напружень при розтягу і стиску в j -й пластині;
 V_j – об'єм j -го елемента системи.

Задача (15) мінімізації ваги пластинчастої системи еквівалентна оберненій задачі створення дискретно рівномірної деформованої пластинчастої системи:

необхідно знайти такий вектор \bar{h}^* , щоб виконувалась умова:

$$\max_{V_j} \sigma_j(h_1^*, \dots, h_N^*) \equiv [\sigma]_j, \quad h_{\min j} \leq h_j^* \leq h_{\max j}. \quad (17)$$

Якщо задача (17) має розв'язок, тоді кожний j -й елемент системи матиме заданий коефіцієнт запасу міцності і система в цілому матиме мінімальну вагу.

Побудову оптимального розподілу h_j дискретно рівномірної пластинчастої системи можна здійснити за таким алгоритмом:

$$h_j^{(i+1)} = \frac{1}{2} h_j^{(i)} \left[1 + K_j^{(i)}(h_j^{(i)}) \right], \quad K_j^{(i)} = \frac{\sigma_j^{(i)}}{[\sigma]_j}, \quad (18)$$

де i – номер ітерації; $h_j^{(i)}, h_j^{(i+1)}$ – значення товщин j -ї пластини на i -й і $(i+1)$ -й ітерації;
 $\sigma_j^{(i)}$ – максимальне напруження в j -й пластині.

Процес розрахунку закінчується, коли в кожному екстремальному по напруженні вузлі пластинчастої системи одночасно виконується умова:

$$\left| h_j^{(i+1)} - h_j^{(i)} \right| < \varepsilon h_j^{(i)}, \quad \forall j = \overline{1, N}, \quad (19)$$

де ε – мале задане додатне число, яке характеризує точність забезпечення умов (17).

Якщо в деякому вузлі значення товщин $h_j^{(i+1)}$ менші від h_{\min} або перевищують h_{\max} , то в цьому вузлі покладаємо $h_j^{(i+1)} = h_{\min}$ або $h_j^{(i+1)} = h_{\max}$.

Ця методика розрахунку та оптимізації матриці прес-форм реалізована у вигляді програмного модуля, який входить до пакета програм для розрахунку конструкції прес-форми.