

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ "ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА"**

**ПУКАС АНДРІЙ ВАСИЛЬОВИЧ**



УДК 519.876.5 : 004.891.2

**МЕТОДИ ТА ЗАСОБИ ПОБУДОВИ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ  
ХАРАКТЕРИСТИК СКЛАДНИХ ОБ'ЄКТІВ В УМОВАХ ІНТЕРВАЛЬНОЇ  
НЕВИЗНАЧЕНОСТІ**

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

**АВТОРЕФЕРАТ**

дисертації на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук

Львів-2021

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у Західноукраїнському національному університеті  
Міністерства освіти і науки України.

**Науковий консультант:** доктор технічних наук, професор  
**Дивак Микола Петрович,**  
Західноукраїнський національний університет,  
декан факультету комп'ютерних інформаційних  
технологій

**Офіційні опоненти:** доктор технічних наук, професор  
**Лупенко Сергій Анатолійович,**  
Тернопільський національний технічний  
університет імені Івана Пулюя, професор  
кафедри комп'ютерної інженерії

доктор технічних наук, професор  
**Гребеннік Ігор Валерійович,**  
Харківський національний університет  
радіоелектроніки,  
завідувач кафедри системотехніки

доктор технічних наук, професор  
**Мороз Борис Іванович,**  
Національний технічний університет  
«Дніпровська політехніка», професор кафедри  
програмного забезпечення комп'ютерних систем

Захист відбудеться 11 травня 2021 р. о 13 год. на засіданні спеціалізованої  
вченої ради Д 35.052.05 у Національному університеті "Львівська політехніка"  
(79013, Львів, вул. С. Бандери, 12, ауд. 226 головного корпусу).

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Національного університету  
"Львівська політехніка" (79013, Львів, вул. Професорська, 1).

Автореферат розісланий "8" квітня 2021 р.

Вчений секретар спеціалізованої  
вченої ради Д 35.052.05, д.т.н., проф.



Р.А.Бунь

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** Сучасні тенденції розвитку інформаційних технологій передбачають використання інтелектуалізованих систем, орієнтованих на дані (data-driven). В Україні та світі на сьогодні існують різні типи таких систем, які спрощують процеси прийняття рішень у різних галузях, зокрема економіка, охорона здоров'я, охорона навколишнього середовища, розвиток промисловості тощо. Одним із засобів, який забезпечує розвиток таких систем, є математичне моделювання, що дає можливість створити ряд математичних моделей, які використовуються як в процесах прийняття рішень, так і в процесах підготовки рішень. На сьогодні існує два підходи до математичного моделювання – це дедуктивний та індуктивний. Дедуктивний підхід полягає у тому, що постулюють якусь гіпотезу про властивості моделі, формують модель, переважно у вигляді певних рівнянь або їх системи, далі розв'язують цю модель і розв'язки використовують у системах підтримки прийняття рішень. Але такий підхід важко застосовувати в сучасних інформаційних системах, орієнтованих на дані, оскільки переважно формуванням самої моделі та її розв'язком займаються фахівці з математичного моделювання і це віддаляє користувача від застосування цього апарату. Як доповнення до дедуктивного підходу використовують індуктивний, суть якого полягає у спостереженні та отриманні даних про той чи інший об'єкт та ідентифікації математичної моделі з наступною її верифікацією на даних з додаткових спостережень.

Такі моделі є достатньо простими і придатними для використання в інтелектуалізованих системах підтримки прийняття рішень та експертних системах. Разом з тим, використання методів ідентифікації ускладнено тим, що не існує єдиної методологічної бази для побудови як статичних, так і динамічних моделей. Розв'язувані задачі структурної та параметричної ідентифікації математичних моделей стосуються окремих типів моделей. Зокрема, найбільш значущі результати при розробці методів ідентифікації статичних моделей отримали українські та зарубіжні вчені Бакан Г.М., Воцінін А.П., Грановський В.А., Дивак М.П., Кунцевич В.М., Красовський М.М., Куржанський А.Б., Личак М.М., Пшеничний Б.М., Шарий С.П., Шокін Ю.І., Черноусько Ф.Л., Згуровський М.З., Мойсеєва М.М., Milanese M., Norton J.P., Pronzanto L., Schwepper F.S., Vicino E. та ін., а при дослідженні динамічних макромоделей у вигляді різницевого операторів – наукові школи таких українських та зарубіжних вчених: Ципкіна Я.З., Івахненко О.Г., Степашка В.С., Сеня П. С., Akaike H., Ljung L., Rissanen J., Pollard D. та ін. Разом з тим, існуючі методи мають недоліки, оскільки результати спостережень за тим чи іншим об'єктом або процесом є з похибками, які призводять до неточності побудованої моделі. Одним із підходів, який враховує межові значення похибок є теоретико-множинний інтервальний підхід, який дає можливість побудувати інтервальні моделі статичних та динамічних об'єктів з гарантованими прогностичними властивостями. Проте, застосування цього підходу призводить до суттєвого ускладнення методів структурної та параметричної ідентифікації у порівнянні із детермінованим чи стохастичним підходами. Таким чином, виникає протиріччя, яке полягає – з одного боку у необхідності побудови інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів з гарантованими прогностичними властивостями, а з іншого боку, це призводить до ускладнення методів структурної

та параметричної ідентифікації цих моделей та у більшості випадків до ускладнення самих моделей.

Таким чином, для розв'язування цього протиріччя виникає науково-прикладна проблема зниження обчислювальної складності процесів побудови математичних моделей характеристик складних об'єктів в умовах інтервальної невизначеності з одночасним забезпеченням гарантованої точності цих моделей в межах необхідних для розв'язування задач прийняття рішень.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дисертаційна робота виконана згідно з пріоритетним напрямом „Інформаційні та комунікаційні технології”, відповідно до закону України „Про пріоритетні напрями розвитку науки і техніки”, та безпосередньо пов'язана з планами наукових досліджень, які виконувалися за держбюджетною тематикою кафедри комп'ютерних наук Західноукраїнського національного університету, у яких автор був відповідальним виконавцем: НДР „Математичне та програмне забезпечення для ідентифікації та моніторингу особливо небезпечних джерел забруднення ґрунту та ґрунтових вод” (2020-2021, № держреєстрації 0120U102040); НДР „Математичне та програмне забезпечення для класифікації тканин хірургічної рани в процесі операції на органах ший” (2017-2018, № держреєстрації 0117U000410); НДР „Теорія побудови та методи реалізації в реальному часі міждисциплінарних математичних моделей зміни стану складних об'єктів” (2014-2015, № держреєстрації 0114U000569); НДР „Інформаційна технологія для ідентифікації і візуалізації зворотнього гортанного нерва в процесі хірургічної операції на щитовидній залозі” (2012-2013, № держреєстрації 0112U000078); НДР „Математичні методи, інтервальні моделі та інформаційні технології для контролю забруднення атмосфери автотранспортом” (2010-2011, № держреєстрації 0110U001125); НДР „Методи, апаратні та програмні засоби для дослідження та моделювання нестационарних розподілених об'єктів на основі інтервальних даних” (2006-2008, № держреєстрації 0106U000529).

Також робота пов'язана з госпдоговірною тематикою, у яких автор був керівником: НДР „Реінженерія веб-порталу підприємства та імплементація мобільного додатку до нього” (2020, № держреєстрації 0120U102833), НДР „Онлайн система „Терногаз” (2019, № держреєстрації 0119U102841); НДР „Модернізація програмної системи підтримки діяльності Центру надання адміністративних послуг Тернопільської міської ради” (2017, № держреєстрації 0117U003870); НДР „Розширення функціоналу програмної системи підтримки діяльності Центру надання адміністративних послуг Тернопільської міської ради” (2016, № держреєстрації 0116U008541); НДР „Веб-орієнтована програмна система підтримки діяльності Центру надання адміністративних послуг Тернопільської міської ради” (2015, № держреєстрації 0115U004825); НДР „Розподілена система контролю технологічного процесу виробництва гіпсокартону” (2012-2013, № держреєстрації 0112U003917).

**Мета і завдання дослідження.** Метою дисертаційного дослідження є зниження обчислювальної складності процесів моделювання статичних та динамічних об'єктів в умовах інтервальної невизначеності у спосіб розробки єдиного підходу до побудови їх моделей з гарантованими прогностичними властивостями на основі інтервального аналізу даних.

Для досягнення поставленої мети необхідно розв'язати такі завдання:

- провести аналіз відомих методів та алгоритмів ідентифікації моделей характеристик статичних та динамічних об'єктів в умовах невизначеності;

- розробити метод параметричної ідентифікації інтервальних моделей характеристик статичних та динамічних об'єктів на основі аналізу інтервальних даних, із самоорганізацією та самоадаптацією обчислювальних процедур за аналогією з поведінковими моделями бджолоїної колонії (ПМБК);

- розробити метод структурної ідентифікації інтервальних моделей характеристик статичних та динамічних об'єктів на основі аналізу інтервальних даних з процедурами самоорганізації та самоадаптації структур моделей;

- розробити цілісний підхід та комп'ютерне середовище для побудови інтервальних моделей характеристик статичних та динамічних об'єктів;

- удосконалити метод еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей характеристик статичних об'єктів з метою зниження його складності;

- провести апробацію нових й удосконалених методів та розробленого програмного середовища для розв'язування прикладних задач побудови моделей характеристик статичних та динамічних об'єктів в умовах інтервальної невизначеності.

*Об'єкт дослідження* – процес моделювання статичних та динамічних об'єктів в умовах інтервальної невизначеності.

*Предмет дослідження* – методи та засоби побудови математичних моделей характеристик складних об'єктів в умовах інтервальної невизначеності.

**Методи дослідження.** Для розв'язання задач моделювання статичних та динамічних об'єктів в умовах інтервальної невизначеності використано методи теорії систем, теорії ідентифікації, математичного моделювання, інтервальної математики, теорії ймовірності, математичної статистики та оптимізації; для розв'язання задач створення комп'ютерного середовища та прикладних програмних систем – методи об'єктно-орієнтованого аналізу, проектування та програмування, функціонального та комплексного тестування систем.

**Наукова новизна одержаних результатів** полягає у тому, що:

*вперше:*

- запропоновано та обґрунтовано метод параметричної ідентифікації інтервальних моделей характеристик статичних та динамічних об'єктів на основі аналізу інтервальних даних, який на відміну від існуючих ґрунтується на процедурах самоорганізації та самоадаптації обчислювальних процедур за аналогією з поведінковими моделями бджолоїної колонії, що дало можливість: створити цілісний підхід до побудови таких моделей з гарантованими прогностичними властивостями, знизити часову складність процедур побудови цих моделей і у цілому спростити процес їх побудови;

- запропоновано та обґрунтовано метод структурної ідентифікації інтервальних моделей характеристик статичних та динамічних об'єктів на основі аналізу інтервальних даних, який, на відміну від існуючих, ґрунтується на процедурах самоорганізації структур моделей з модифікованим оператором визначення найімовірніших структур моделей, ґрунтується на принципах функціонування колонії медоносних бджіл та не вимагає процесів редукації незначущих елементів структур моделей, що дало можливість: створити цілісний підхід до побудови структур моделей таких об'єктів; забезпечити, з одного боку – спрощення, за рахунок зниження часової складності реалізації методу, а з іншого – гарантовані прогностичні властивості цих моделей; спростити процес їх побудови;

– встановлено, що математичні задачі побудови інтервальних моделей характеристик статичних та динамічних систем, на відміну від детермінованого випадку, є подібними, оскільки сформульовані у вигляді задач знаходження хоча б одного розв'язку інтервальних систем алгебричних рівнянь, які, своєю чергою, є задачами оптимізації з дискретною та нелінійною цільовою функцією і лінійними обмеженнями, що дало можливість створити цілісний підхід для розв'язування цих задач і в сукупності спростити процес побудови цих моделей;

– розроблено архітектуру та алгоритмічну організацію програмної системи для інтервального моделювання характеристик статичних та динамічних об'єктів, яка, на відміну від існуючих, об'єднує методи структурної та параметричної ідентифікації, реалізовані на основі поведінкових моделей бджолиної колонії, що забезпечило уніфікований підхід до побудови моделей з гарантованою точністю в умовах інтервальної невизначеності і дало можливість спростити процес побудови цих моделей за рахунок використання розроблених уніфікованих засобів моделювання;

**удосконалено** метод еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей характеристик статичних систем на основі ітераційної обчислювальної схеми оптимального насиченого планування експерименту та розпаралелення обчислювальних процесів, який, на відміну від існуючого, ґрунтується на оптимізації процедури редукції інтервальних рівнянь, що забезпечило зниження обчислювальної складності, розширення функціоналу системи моделювання та спрощення її використання в прикладних задачах;

**набули подальшого розвитку:**

– інтервальні дискретні моделі динаміки концентрацій шкідливих викидів автотранспорту, які, на відміну від існуючих, за рахунок застосування нових методів структурної та параметричної ідентифікації мають простішу структуру, та придатні для використання у прикладних системах підтримки прийняття рішень у залежності від умов середовища їх застосування;

– інтервальні моделі характеристик сигналів-реакцій на подразнення тканин на хірургічній рані, які, на відміну від існуючих, шляхом застосування удосконаленого методу параметричної ідентифікації потребують менше часу на їх ідентифікацію, що, відповідно, зменшує витрати часу на моніторинг області локалізації зворотного гортанного нерва в процесі хірургічної операції;

– інтервальні моделі процесу анаеробного мікробіологічного бродіння в біогазових установках, які, на відміну від існуючих, у спосіб застосування нових методів структурної та параметричної ідентифікації отримали простіше представлення і можливість застосування в системах комп'ютерного моделювання для прийняття рішень та управління зазначеним процесом.

**Практичне значення одержаних результатів.** Практична значущість результатів дисертаційного дослідження полягає у створенні багатofункціонального програмного комплексу, який реалізує методологію побудови інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів у складі методів структурної та параметричної ідентифікації цих моделей на основі аналізу інтервальних даних, реалізованих на основі поведінкових моделей бджолиної колонії та удосконаленого методу еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем. Програмний комплекс використано при побудові широкого класу моделей в екології, медицині, промисловості та інженерії програмного забезпечення.

Результати дисертаційної роботи впроваджені: у Тернопільському міському відділі державної установи «Тернопільський обласний лабораторний центр МОЗ України» для підтримки прийняття рішень щодо забруднення атмосферного повітря у м.Тернопіль; у Тернопільській міській комунальній лікарні швидкої допомоги при проведенні операцій на щитоподібній залозі; у відділі «Центр надання адміністративних послуг» Тернопільської міської ради для прогнозування кількості запитів веб-ресурсу та оптимізації процесу надання адміністративних послуг; у ТзОВ «Топольки» (м. Бучач) для оцінювання потенційних можливостей використання наявних гідроресурсів та для збільшення кількості генерованої електроенергії малою гідроелектростанцією. На підставі проведених у дисертаційній роботі досліджень розроблено методичне забезпечення, яке використовують в освітньому процесі кафедри комп'ютерних наук Західноукраїнського національного університету при викладанні дисциплін для студентів спеціальності 121 «Інженерія програмного забезпечення». Акти використання результатів дисертаційного дослідження подано в додатках до дисертації.

**Особистий внесок здобувача.** Усі наукові результати дисертаційної роботи отримано автором самостійно. У працях, опублікованих у співавторстві, здобувачеві належить: [1, 6, 38, 41, 44] – метод ідентифікації параметрів інтервальної моделі статичного об'єкта на основі ПМБК; [2, 56, 57, 63] – реалізація алгоритму розпаралелення методу допускового еліпсоїдного оцінювання параметрів інтервальних моделей; [3-5, 14, 16, 22, 49-53, 59, 61, 64-68] – метод еліпсоїдного оцінювання параметрів інтервальної моделі статичного об'єкта; [7, 37, 48] – метод ідентифікації параметрів інтервальної моделі динамічного об'єкта на основі ПМБК; [8, 21, 39, 42, 47] – метод ідентифікації структури та параметрів інтервальної моделі динамічного об'єкта на основі ПМБК; [9] – порівняння інтервальних моделей ідентифікації зворотного гортанного нерва на області хірургічної рани, отриманих на основі нейронної мережі з радіально-базисними функціями та класичними методами; [10, 12, 13, 27, 30, 46, 60] – реалізація методу ідентифікації параметрів інтервальної моделі динамічного об'єкта; [15, 18, 31] – реалізація методів ідентифікації структури та параметрів інтервальної моделі динамічного об'єкта; [17, 19, 20, 73] – реалізація методів ідентифікації структури та параметрів інтервальної моделі розподіленого об'єкта; [23-26, 28, 29, 32, 33, 35, 36] – реалізація методу ідентифікації параметрів інтервальної моделі розподіленого об'єкта; [34] – постановка задачі моделювання динаміки концентрацій шкідливих викидів від автотранспорту; [40, 71, 75-77] – постановка задачі моделювання ефективності функціонування інформаційних веб-ресурсів; [43, 45, 72] – постановка задачі оптимізації динамічного об'єкта; [54] – постановка задачі екологічного моніторингу; [55, 58, 62, 70] – постановка задачі параметричної ідентифікації статичного об'єкта; [69] – постановка задачі ідентифікації моделі генерування електроенергії МГЕС; [74, 78] – постановка задачі ідентифікації зворотного гортанного нерва на області хірургічної рани.

**Апробація результатів дисертації.** Основні наукові, теоретичні положення та практичні результати дисертаційної роботи доповідалися і обговорювалися на: 31 міжнародній науково-технічній конференції: “The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics”, CADSM (Львів-Поляна, 2009, 2011, 2013, 2015, 2017, 2019); “Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science”, TCSET (Львів-Славсько, 2008, 2010, 2012, 2016, 2018, 2020); “IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications”, IDAACS (Dortmund, Germany, 2007; Prague,

Czech Republic, 2011); “Обчислювальні проблеми електротехніки” CPEE (Alushta, 2008; Waplewo, Poland, 2009; Lazne Kynzvalt, Czech Republic, 2010; Kostryna, 2011; Grybow, Poland, 2012; Roztoky u Krivoklatu, Czech Republic, 2013; Terchova-Vratna Dolina, Slovak Republic, 2014; Львів, 2015; Kutna Hora, Czech Republic, 2017; Lviv-Slavske, 2019); “Perspective Technologies and Methods in MEMS Design” MEMSTECH (Lviv-Polyana, 2018); “Data Stream Mining & Processing” DSMP (Lviv-Novoiavorivsk, 2018); “Inductive Modelling” IWIM (Prague, Czech Republic, 2007); “Advanced Computer Information Technologies” ACIT (Ceske Budejovice, Czech Republic, 2018, 2019; Deggendorf, Germany, 2020); “Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах” ВОТТП (Одеса, 2015); 13 Всеукраїнських науково-технічних конференціях: “Сучасні комп’ютерні інформаційні технології” ACIT (Тернопіль, 2010-2017); “Теоретичні та прикладні аспекти радіотехніки і приладобудування” (Тернопіль, 2011); “Комп’ютерні інформаційні технології” CIT (Тернопіль, 2019); “Інформаційні проблеми комп’ютерних систем, юриспруденції, економіки та моделювання” ПНМК (Бучач, 2008, 2009, 2010), а також наукових семінарах кафедри комп’ютерних наук Західноукраїнського національного університету (2007-2020).

**Публікації.** За результатами досліджень, які викладені в дисертації, опубліковано 78 наукових праць, зокрема 21 стаття [1-21] у наукових фахових періодичних виданнях, у тому числі 13 статей у наукових фахових виданнях України [1, 10-21] та 8 статей у закордонних періодичних виданнях [2-9] (з них 7 статей [2-7] включено в наукометричні бази Scopus та/або Web of Science [1-4]), та 56 публікацій у матеріалах міжнародних та всеукраїнських конференцій (з них 27 публікацій [22-48] включено в наукометричні бази Scopus та/або Web of Science), 1 патент на корисну модель. Загалом 35 публікацій включено до наукометричних баз Scopus та/або Web of Science.

**Структура та обсяг роботи.** Дисертаційна робота включає умовні скорочення, вступ, шість розділів, висновки, список використаних джерел та додатки. Загальний обсяг роботи складає 292 сторінки, із них 205 сторінок основного тексту, 48 рисунків, 21 таблиця, список використаних джерел із 269 найменувань.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дисертаційної роботи, показано зв’язок проблеми з науковими програмами, планами та темами, сформульовано мету і визначено задачі, наведено використані методи дослідження, подано наукову новизну та практичну цінність отриманих результатів. Наведено відомості про впровадження результатів роботи, їх апробацію, публікації та особистий внесок здобувача.

У **першому розділі** проведено аналіз існуючих методів та засобів параметричної та структурної ідентифікації математичних моделей характеристик складних об’єктів в умовах інтервальної невизначеності, зокрема для розв’язування таких задач: виявлення положення зворотного гортанного нерва на області хірургічного втручання при проведенні операції на щитоподібній залозі; генерування електроенергії малою гідроелектростанцією; анаеробного мікробіологічного бродіння в біогазових установках; ефективності функціонування інформаційних веб-ресурсів та моніторингу динаміки концентрацій забруднюючих речовин автотранспорту.



У другому розділі роботи удосконалено метод для розв'язування задачі еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем на основі ітераційної обчислювальної схеми оптимального насиченого планування експерименту та розпаралелення обчислювальних процесів.

Вказана задача зводиться до математичної задачі оцінювання розв'язків інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь (ІСЛАР).

Нехай для побудови інтервальних моделей маємо такі дані:

$$X = (\vec{x}_i); [\vec{Y}] = \left( \left[ y_i^-; y_i^+ \right] \right), \quad i = 1, \dots, N, \quad (1)$$

де  $y_i^-; y_i^+$  – нижня і верхня межі значень вихідної характеристики;  $\vec{x} \in R^n$  – вектор вхідних змінних.

Подаємо структуру моделі статичного об'єкта у вигляді лінійного, відносно параметрів рівняння

$$\hat{y}(\vec{x}) = b_0 + b_1 \cdot \varphi_1(\vec{x}) + \dots + b_m \cdot \varphi_m(\vec{x}), \quad (2)$$

де  $\hat{y}(\vec{x})$  – прогнозоване значення вихідної характеристики;  $\vec{b}$  – вектор невідомих параметрів моделі;  $\vec{\varphi}(\vec{x})$  – вектор відомих базисних функцій;  $\hat{y}(\vec{x}_i) \subset [y_i^-, y_i^+]$ .

Для побудови моделі потрібно оцінити параметри  $b_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ , тобто знайти розв'язки інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь (ІСЛАР)

$$y_i^- \leq b_1 \varphi_1(\vec{x}_i) + \dots + b_m \varphi_m(\vec{x}_i) \leq y_i^+, \quad i = 1, \dots, N. \quad (3)$$

У просторі параметрів, у випадку сумісності системи (3), розв'язком ІСЛАР є область значень параметрів у вигляді многогранника

$$\Omega = \left\{ \vec{b} \in R^m \mid y_i^- \leq \vec{b} \cdot \vec{\varphi}^T(\vec{x}_i) \leq y_i^+, i = 1, \dots, N \right\},$$

Для оцінювання області параметрів моделі використовуємо допусковий еліпсоїд у вигляді

$$Q_m = \left\{ \vec{b} \in R^m \mid (\vec{b} - \vec{\bar{b}})^T \cdot H \cdot (\vec{b} - \vec{\bar{b}}) \leq r \right\}, \quad (4)$$

де  $\vec{\bar{b}}$  – центр ваги;  $H$  – матриця, що задає конфігурацію еліпсоїда,  $r \leq 1$ . При цьому коридор інтервальних моделей, побудованих на основі допускової еліпсоїдної оцінки

(ДЕО) області параметрів,  $[\hat{y}(\vec{x}_i)]|_{\vec{b} \in Q_m}$  набуде вигляду:

$$[\hat{y}(\vec{x}_i)]|_{\vec{b} \in Q_m} = \left[ \vec{\varphi}^T(\vec{x}_i) \cdot \vec{\bar{b}} - \Delta_{\vec{y}(\vec{x}_i)}|_{\vec{b} \in Q_m} \cdot \vec{\varphi}^T(\vec{x}_i) \cdot \vec{\bar{b}} + \Delta_{\vec{y}(\vec{x}_i)}|_{\vec{b} \in Q_m} \right], \quad (5)$$

де  $\Delta_{\vec{y}(\vec{x})}|_{\vec{b} \in Q_m} = r^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\vec{\varphi}^T(\vec{x}_i) \cdot H^{-1} \cdot \vec{\varphi}(\vec{x}_i)}$ .

Тоді задачу знаходження ДЕО параметрів моделі (2) формулюємо у такому вигляді:

$$V(Q_m) \xrightarrow{Q_m} \max, Q_m \subseteq \Omega, \quad (6)$$

де  $V(Q_m)$  – об'єм допускового еліпсоїда (4), який пропорційний величині  $\det(r \cdot H^{-1})$ .

Задача допускового еліпсоїдного оцінювання є складною нелінійною задачею. Для її розв'язування запропоновано схему: 1 – пошук конфігурації ДЕО; 2 – пошук субоптимальної ДЕО із урахуванням всіх обмежень. Для реалізації 2 етапу схеми розроблено метод з розпаралеленням обчислювального процесу. Проте, ефективність реалізації зазначеної обчислювальної схеми в значній мірі залежить від порядку

вибору інтервальних рівнянь в схемі редукції ІСЛАР (3). Для розв'язування цієї задачі запропоновано використати метод планування послідовних  $I_G$ -оптимальних експериментів.

Аналіз системи рівнянь (3) виявив, що при заданих інтервальних похибках  $\Delta_i = 0,5 \cdot (y_i^+ - y_i^-)$  спостережень  $\vec{x}_i$ , розміри многогранника  $\Omega$  визначаються матрицею  $F$ . У роботі показано, що пошук конфігурації ДЕО є задачею планування оптимального експерименту, тобто в побудові такої матриці  $F$  в системі (3), що забезпечує мінімальні розміри множини  $\Omega$  і відповідно ДЕО.

Далі на основі проведених перетворень задачу (6) приведено до задачі планування послідовних  $I_G$ -оптимальних планів, коли  $N \gg m$ .

Синтез наближених (через локалізацію області параметрів  $\Omega$  інтервальних моделей еліпсоїдом) послідовних  $I_G$ -оптимальних планів розв'язуємо в два етапи: 1 – синтез спектру, тобто знаходження матриці  $F_m$ , яка означає пошук конфігурації ДЕО; 2 – знаходження точки  $\vec{x}_k$  серед точок усіх  $\vec{x}_k \in \{\vec{x}_i, i = m + 1, \dots, N - k\}$ , яка задає  $y_k^- \leq b_1 \varphi_1(\vec{x}_k) + \dots + b_m \varphi_m(\vec{x}_k) \leq y_k^+$  інтервальне рівняння в ІСЛАР (3), яке має бути першочергово редуковане із цієї ІСЛАР. Таким чином індекс  $k$  задає порядок вибору інтервальних рівнянь у схемі редукції ІСЛАР (3). На кожній із ітерацій реалізується відома схема розпаралелення обчислювального процесу. За рахунок встановлення порядку вибору рівнянь із ІСЛАР досягається у цілому зниження часової складності реалізації методу допускового еліпсоїдного оцінювання.

У **третьому розділі** запропоновано новий метод параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів на основі аналізу інтервальних даних, який на відміну від існуючих ґрунтується на процедурах самоорганізації та самоадаптації обчислювальних процедур за аналогією з поведінковими моделями бджолиної колонії.

Вихідну характеристику  $y_0$  статичного об'єкта подаємо у вигляді нелінійного алгебричного виразу

$$y_0 = \varphi_{m+1}(\vec{g})\varphi_1(\vec{x}) + \dots + \varphi_{2m}(\vec{g})\varphi_m(\vec{x}), \quad (7)$$

а результати експерименту подаємо в інтервальному вигляді (1).

Як бачимо з виразу (7), базисні функції  $\varphi_{m+1}(\vec{g}), \dots, \varphi_{2m}(\vec{g})$  стосуються невідомих параметрів моделі. Зважаючи на результати (1) експерименту, задачу параметричної ідентифікації в цьому випадку, за аналогією із лінійним випадком моделі, отримаємо у такому вигляді:

$$\begin{cases} y_1^- \leq \varphi_{m+1}(\vec{g})\varphi_1(\vec{x}_1) + \dots + \varphi_{2m}(\vec{g})\varphi_m(\vec{x}_1) \leq y_1^+; \\ \vdots \\ y_N^- \leq \varphi_{m+1}(\vec{g})\varphi_1(\vec{x}_N) + \dots + \varphi_{2m}(\vec{g})\varphi_m(\vec{x}_N) \leq y_N^+. \end{cases} \quad (8)$$

Таким чином, у цьому випадку отримали загальну форму задачі параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів у вигляді задачі розв'язування інтервальної системи нелінійних алгебричних рівнянь (ІСНАР).

Через нелінійність системи (8), застосування відомих методів у більшості випадків є неможливим. Тому, запропоновано новий метод оцінювання розв'язків ІСНАР (8). Обґрунтовано для побудови такого методу поведінкові моделі бджолиних колоній. Зазначимо, що у цьому випадку метод параметричної ідентифікації набуває

властивостей самоорганізації та самоадаптації.

Нехай, отримано розв'язок ІСНАР (8) у вигляді оцінок – деяких інтервалів  $[\hat{g}_1^-; \hat{g}_1^+], \dots, [\hat{g}_m^-; \hat{g}_m^+]$  – як множини розв'язків ІСНАР (8). Тоді отримуємо оцінку вихідної характеристики у вигляді інтервалів:

$$[\hat{y}^-(\bar{x}_i); \hat{y}^+(\bar{x}_i)] = \varphi_{m+1}([\hat{g}_1^-; \hat{g}_1^+])\varphi_1(\bar{x}_i) + \dots + \varphi_{2m}([\hat{g}_1^-; \hat{g}_1^+])\varphi_m(\bar{x}_i). \quad (9)$$

Таким чином, сумісність ІСНАР (8) означатиме належність інтервалів значень прогнозованої характеристики  $[\hat{y}^-(\bar{x}_i); \hat{y}^+(\bar{x}_i)]$  у точках експерименту  $\bar{x}_i$  до інтервалів  $[y_i^-; y_i^+], i=1, \dots, N$ , отриманих експериментально у тих же точках експерименту, тобто, коли виконуються такі умови:

$$[\hat{y}^-(\bar{x}_i); \hat{y}^+(\bar{x}_i)] \subset [y_i^-; y_i^+], i=1, \dots, N. \quad (10)$$

Ітераційна процедура для методу оцінювання розв'язку ІСНАР (8) повинна ґрунтуватися на оцінюванні на кожній ітерації «якості» оцінки параметрів математичної моделі, представленій алгебричним виразом (9). Наскільки якісною виявиться оцінка параметрів на кожній  $l$ -й ітерації можемо задати величиною  $\delta([\hat{g}_l^-; \hat{g}_l^+])$  у вигляді різниці центрів найбільш віддалених між собою прогнозного та експериментального інтервалів – у випадку, коли вони не перетинаються та найменшою шириною перетину серед прогнозних та експериментальних інтервалів – для випадку їх перетину. Спираючись на умови (10), вираз для функції  $\delta([\hat{g}_l^-; \hat{g}_l^+])$ , для вище зазначених обох випадків, представимо у такому вигляді:

$$\delta([\hat{g}_l^-; \hat{g}_l^+]) = \max_{i=1, \dots, N} \left\{ \text{mid}(\varphi_{m+1}([\hat{g}_l^-; \hat{g}_l^+])\varphi_1(\bar{x}_i) + \dots + \varphi_{2m}([\hat{g}_l^-; \hat{g}_l^+])\varphi_m(\bar{x}_i)) - \text{mid}([y_i^-; y_i^+]) \right\},$$

якщо  $[\hat{y}^-(\bar{x}_i); \hat{y}^+(\bar{x}_i)] \cap [y_i^-; y_i^+] = \emptyset, \exists i=1, \dots, N$  (11)

$$\delta([\hat{g}_l^-; \hat{g}_l^+]) = \max_{i=1, \dots, N} \left\{ \text{wid}(\varphi_{m+1}([\hat{g}_l^-; \hat{g}_l^+])\varphi_1(\bar{x}_i) + \dots + \varphi_{2m}([\hat{g}_l^-; \hat{g}_l^+])\varphi_m(\bar{x}_i)) - \text{wid}(\varphi_{m+1}([\hat{g}_l^-; \hat{g}_l^+])\varphi_1(\bar{x}_i) + \dots + \varphi_{2m}([\hat{g}_l^-; \hat{g}_l^+])\varphi_m(\bar{x}_i)) \cap [y_i^-; y_i^+] \right\},$$

якщо  $[\hat{y}^-(\bar{x}_i); \hat{y}^+(\bar{x}_i)] \cap [y_i^-; y_i^+] \neq \emptyset, \forall i=1, \dots, N$ . (12)

де  $\text{mid}(\bullet)$  та  $\text{wid}(\bullet)$  – операції визначення центру та ширини інтервалу, відповідно.

На рис. 1 проілюстровано спосіб обчислення значень цієї функції  $\delta([\hat{g}_l^-; \hat{g}_l^+])$  для обох випадків.

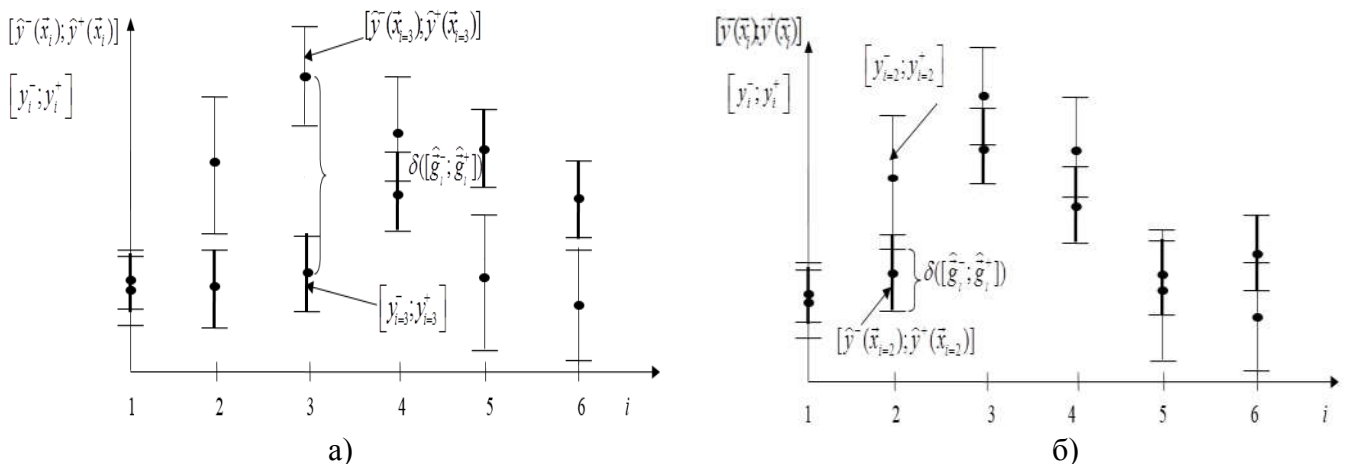


Рисунок 1 – Приклади обчислення функції  $\delta([\hat{g}_l^-; \hat{g}_l^+])$ : а) з використанням формули (11); б) з використанням формули (12), пов'язаний із уточненням інтервальних оцінок параметрів

Як бачимо із рис. 1,а у першому випадку (обчислення функції за формулою (11)) інтервальні оцінки прогнозованої характеристики та отримані із експерименту для шести спостережень суттєво відмінні одна від одної. Найбільше відхилення спостерігається між центрами інтервалів  $[\hat{y}^-(\bar{x}_{i=3}); \hat{y}^+(\bar{x}_{i=3})]$  та  $[y_{i=3}^-; y_{i=3}^+]$ , тобто для третього спостереження. Модуль відхилення центрів цих інтервалів і є значенням функції  $\delta([\hat{g}_l^-; \hat{g}_l^+])$ . Як тільки інтервальні оцінки параметрів моделі в процесі ітераційної процедури уточнюються, то інтервали значень прогнозованої характеристики та інтервали значень цієї ж характеристики, які отримано за результатами експерименту, перетинаються для кожного фіксованого вектора вхідних змінних  $\bar{x}_i$ . Вказаний приклад наведено на рис. 1,б. У цьому випадку функцію  $\delta([\hat{g}_l^-; \hat{g}_l^+])$  обчислюємо за формулою (12).

Задачу параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичного об'єкта, сформульовано у вигляді оптимізаційної задачі:

$$\delta([\hat{g}_l^-; \hat{g}_l^+]) \xrightarrow{[\hat{g}_l^-; \hat{g}_l^+]} \min, [\hat{g}_{jl}^-; \hat{g}_{jl}^+] \subset [g_{jl}^{low}; g_{jl}^{up}], j=1, \dots, m, l=1, \dots, S, \quad (13)$$

де  $g_{jl}^{low}$ ,  $g_{jl}^{up}$  – найменше та найбільше значення кожного параметра моделі, а значення функції мети  $\delta([\hat{g}_l^-; \hat{g}_l^+])$  обчислюємо за формулою (11) чи (12).

Спираючись на результати аналізу показано, що поведінкові моделі бджолиної колонії є одним із найефективніших інструментів організації розв'язування оптимізаційних задач за рахунок елементів самоорганізації та адаптації, особливо у випадку використання такої складної та дискретної функції мети, що задана формулою (11) чи (12). Тому на основі ПМБК розроблено новий метод розв'язування задачі (13), який складається із декількох фаз.

*Фаза ініціалізації.* Вектори, які визначають координати джерел нектару позначаємо за  $\hat{g}_l$ . Отже, це і є вектори параметрів моделі в контексті розв'язування задачі (13). Кожен вектор координат джерела нектару відповідає одній  $l$ -й бджолі, яка його досліджує. Позначимо чисельність усієї популяції за  $S$ . Всі вектори популяції ініціалізуються ( $l = 1, \dots, S$ ) бджолами-розвідниками. Кожен вектор параметрів містить  $n$  змінних  $g_{jl}$ ,  $j=1, \dots, m$ , які слід оптимізувати, щоб мінімізувати цільову функцію у задачі (13).

Для ініціалізації випадковим чином початкових джерел нектару використано таку формулу:

$$[\hat{g}_{jl}^-; \hat{g}_{jl}^+] = [g_{jl}^{low}] + rand(0,1) * (g_{jl}^{up} - g_{jl}^{low}), j=1, \dots, m, l=1, \dots, S, \quad (14)$$

де  $[g_{jl}^{low}] = [g_{jl}^{low-}; g_{jl}^{low+}]$  – деякий початковий інтервал значень параметрів на стадії ініціалізації (для спрощення в подальшому розгляді використано саме таке позначення інтервалів);  $rand(0,1)$  – випадкове дійсне число із діапазону  $[0;1]$ , яке згенеровано відповідно до рівномірного закону розподілу.

На цій фазі налаштовано усі параметри алгоритму, такі як  $mcp = 0$  – поточний номер ітерації та  $MCN$  – загальна кількість ітерацій,  $LIMIT$  – число, яке визначає вичерпність джерела та його поточне значення  $limit = 0$ .

*Фаза робочих бджіл.* Робочі бджоли шукають нові джерела, які містять більше нектару. В контексті оптимізаційної задачі (13) це означає пошук нових розв'язків з

меншими значеннями функції мети (11) чи (12). Отже, вони (робочі бджоли) шукають сусідні, по відношенню до поточних, джерела нектару та оцінюють їх «якість». Для обчислення сусідніх джерел нектару використовуємо такі формули:

$$[\hat{g}_{jl}^{mcn}] = [\hat{g}_{jl}] + \Phi_{jl} * (\hat{g}_{jl} - \hat{g}_{jp}), j = 1, \dots, m, p \neq l = 1, \dots, S, \quad (15)$$

де  $[\hat{g}_{jl}^{mcn}]$  – інтервал координати джерела нектару на поточній ітерації;  $\hat{g}_p$  – випадково обраний вектор координат джерела нектару із  $p \neq l = 1, \dots, S$ ;  $j = 1, \dots, m$  – випадково обраний індекс параметра;  $\Phi_{jl}$  – випадкове число із діапазону  $[-1, 1]$ .

Після обчислення координат нових джерел нектару  $\hat{g}_l^{mcn}$  проводиться попарна селекція між існуючими та поточними із застосуванням функції мети (11) чи (12):

$$[\hat{g}_l] = \left\{ [\hat{g}_l], \text{ якщо } \delta([\hat{g}_l]) \leq \delta([\hat{g}_l^{mcn}]) \right\} \text{ або } [\hat{g}_l] = \left\{ [\hat{g}_l^{mcn}], \text{ якщо } \delta([\hat{g}_l]) > \delta([\hat{g}_l^{mcn}]) \right\}. \quad (16)$$

*Фаза бджіл дослідників.* Згідно з поведінковою моделлю бджолоїної колонії, неробочі бджоли складаються з двох груп: дослідників та розвідників. Робочі бджоли прилітають до вулика і діляться своєю інформацією про джерела нектару з бджолами дослідниками цих джерел, які чекають їх у вулику. Останні вибирають (за ймовірністю) джерела нектару, залежно від отриманої інформації. Для цього для кожного поточного джерела нектару розраховуємо ймовірність  $P_l$  його вибору бджолами дослідниками:

$$P_l = \frac{1 - \delta([\hat{g}_l])}{\sum_{l=1}^S (1 - \delta([\hat{g}_l]))}. \quad (17)$$

На підставі розрахованих ймовірностей, бджоли розвідники обирають окіл джерел нектару  $\hat{g}_l$ , який складається з  $m_l$  точок, координати яких обчислені як центри інтервалів, вираховані за формулою (15). При цьому, кількість точок околу для кожного джерела обчислюємо за формулою:

$$m_l = \text{ToInt}(P_l \cdot S), l = 1, \dots, S, m_{l=1} = 0. \quad (18)$$

В контексті розв'язування оптимізаційної задачі такий підхід дає можливість більш детально досліджувати ділянки простору розв'язків цієї задачі, де більш ймовірно може знаходитися глобальний мінімум. Далі для кожного згенерованого джерела нектару обчислюємо функцію мети (11) чи (12) і знову проводимо попарну селекцію між існуючими та поточними джерелами нектару на основі виразу (16).

*Фаза бджіл розвідників.* Це фаза бджіл, які обирають нові джерела нектару випадковим чином. Тобто це означає, що на цій фазі параметри моделі обчислюємо із застосуванням виразу (14). Ця процедура відбувається наступним чином. Робочі бджоли, які продукують нові розв'язки задачі оптимізації, стають бджолами розвідниками, якщо ці розв'язки не покращуються протягом багатьох ітерацій. У контексті поведінкової моделі бджолоїної колонії це означає вичерпання поточних джерел нектару, коли лічильник *limit* перевищує його межове значення *LIMIT*.

В контексті розв'язування задачі параметричної ідентифікації (13) цей механізм означає можливість виходити із локальних мінімумів. Варто зазначити, що таких бджіл розвідників на цій фазі є дуже мало, усього декілька відсотків від усіх робочих бджіл.

У результаті виконання скінченної послідовності процедур (якщо ІСНАР (8) сумісна), отримаємо нульове значення функції якості оцінок параметрів, тобто  $\delta([\hat{g}_l^-; \hat{g}_l^+])=0$ , а отримані оцінки параметрів будуть розв'язками ІСНАР (8).

За аналогією до вище розглянутого методу, розроблено метод параметричної ідентифікації інтервальних моделей характеристик динамічних об'єктів.

Розглянуто математичну модель об'єкта у вигляді лінійного за параметрами різницевого рівняння:

$$v_k = \vec{f}^T(v_{k-d}, \dots, v_{k-1}, \vec{u}_0, \dots, \vec{u}_{d-1}, \vec{u}_k) \cdot \vec{g}, k = d, \dots, K, \quad (19)$$

де  $v_k$  – модельована характеристика динамічного об'єкта на часовій дискреті  $k = d, \dots, K$ ;  $\vec{u}_0, \dots, \vec{u}_k$  – вектори вхідних змінних (управлінь);  $d$  – порядок дискретної динамічної моделі (ДДМ);  $\vec{g}$  – вектор невідомих параметрів моделі;  $\vec{f}^T(\bullet)$  – вектор відомих базисних функцій.

Виразом (19) подано лінійне за параметрами різницеве рівняння. Результати експерименту подаємо у вигляді інтервалів можливих значень характеристики об'єкта:

$$[z_k^-; z_k^+], k = 0, \dots, K, \quad (20)$$

де  $z_k^-, z_k^+$  – відповідно, нижня та верхня межі інтервалу можливих значень характеристики, встановлених за результатами спостережень, у дискретах  $k = 0, \dots, K$ .

Виконання вимог забезпечення точності математичної моделі в межах точності інтервальних даних призводить до отримання такої інтервальної системи:

$$\left\{ \begin{array}{l} [\hat{v}_0^-; \hat{v}_0^+] \subseteq [z_0^-; z_0^+], \dots, [\hat{v}_{d-1}^-; \hat{v}_{d-1}^+] \subseteq [z_{d-1}^-; z_{d-1}^+]; \\ z_k^- \leq \vec{f}^T([\hat{v}_{k-d}^-], \dots, [\hat{v}_{k-1}^-], \vec{u}_0, \dots, \vec{u}_k) \cdot \hat{g} \leq z_k^+, k = d, \dots, K \end{array} \right. \quad (21)$$

у якій перша стрічка – початкові умови, а наступні – умови узгодження експериментальних даних та прогнозованих, які будемо обчислювати на основі математичної моделі, параметри якої потрібно розрахувати із системи (21). Спираючись на загальне представлення моделі об'єкта у вигляді різницевого рівняння (19), зазначену математичну модель, коли вже обчислено оцінки параметрів, подаємо таким виразом:

$$[\hat{v}_k] = [\hat{v}_k^-; \hat{v}_k^+] = \vec{f}^T([\hat{v}_{k-d}^-], \dots, [\hat{v}_{k-1}^-], \vec{u}_0, \dots, \vec{u}_{d-1}, \vec{u}_k) \cdot \hat{g}, k = d, \dots, K, \quad (22)$$

де  $[\hat{v}_k]$  – інтервальна оцінка модельованої характеристики динамічного об'єкта на часових дискретах  $k = d, \dots, K$ ;  $\hat{g}$  – вектор оцінок параметрів моделі.

Усі обчислення, як при побудові моделі (22), так і при її застосуванні проводимо із застосуванням інтервальної арифметики. Тому такі моделі називатимемо інтервальними дискретними моделями динамічних об'єктів (ІДМДО).

Як бачимо, як і у випадку параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів, маємо справу з однаковою математичною задачею, суть якої полягає у розв'язуванні або знаходженні хоча б одного розв'язку ІСНАР. Проте, у випадку динамічних об'єктів є певні особливості.

Сумісність ІСНАР (21) по аналогії із ІСНАР (8) означатиме належність інтервалів значень прогнозованої характеристики  $[\hat{v}_k]$  динамічного об'єкта на

часових дискретах  $k = 0, \dots, K$  до інтервалів  $[z_k^-; z_k^+]$ , отриманих експериментально у тих же дискретах, тобто, коли виконуються умови:

$$[\hat{v}_k] \subset [z_k^-; z_k^+], k = 0, \dots, K. \quad (23)$$

Отже, ітераційна процедура для методу оцінювання розв'язку ІСНАР (21) повинна ґрунтуватися на дослідженні на кожній ітерації «якості» оцінки параметрів математичної моделі, представлені різницеvim рівнянням (22). Вираз для функції  $\delta(\hat{g}_l)$ , для вище зазначених обох випадків, представимо у такому вигляді, відповідно:

$$\delta([\hat{g}_l^-; \hat{g}_l^+]) = \max_{i=1, \dots, N} \left\{ \text{mid}(\vec{f}^T([\hat{v}_{k-d}], \dots, [\hat{v}_{k-1}], \vec{u}_0, \dots, \vec{u}_{d-1}, \vec{u}_k) \cdot \hat{g}) - \text{mid}([z_k^-; z_k^+]) \right\},$$

якщо  $[\hat{v}_k] \cap [z_k^-; z_k^+] = \emptyset, \exists k = 0, \dots, K;$  (24)

$$\delta([\hat{g}_l^-; \hat{g}_l^+]) = \max_{i=1, \dots, N} \left\{ \text{wid}(\vec{f}^T([\hat{v}_{k-d}], \dots, [\hat{v}_{k-1}], \vec{u}_0, \dots, \vec{u}_{d-1}, \vec{u}_k) \cdot \hat{g}) - \text{wid}(\vec{f}^T([\hat{v}_{k-d}], \dots, [\hat{v}_{k-1}], \vec{u}_0, \dots, \vec{u}_{d-1}, \vec{u}_k) \cdot \hat{g}) \cap [z_k^-; z_k^+] \right\},$$

якщо  $[\hat{v}_k] \cap [z_k^-; z_k^+] \neq \emptyset, \forall k = 0, \dots, K.$  (25)

Отже, задачу параметричної ідентифікації інтервальних моделей динамічних об'єктів, сформулюємо у вигляді оптимізаційної задачі:

$$\delta([\hat{g}_l^-; \hat{g}_l^+]) \xrightarrow{[\hat{g}_l^-; \hat{g}_l^+]} \min, [\hat{g}_{jl}^-; \hat{g}_{jl}^+] \subset [g_{jl}^{low}; g_{jl}^{up}], j = 1, \dots, m, l = 1, \dots, S, \quad (26)$$

де значення функції мети  $\delta([\hat{g}_l^-; \hat{g}_l^+])$  обчислюватимемо за формулою (24) чи (25).

Як бачимо, задача (26) повністю еквівалентна задачі (13) за виключенням виразу для обчислення функції мети. Проте, це не впливає на реалізацію методу ідентифікації.

Спираючись на еквівалентність зазначених задач, для розв'язування останньої використовуємо вище описаний метод для ідентифікації статичних об'єктів.

Дослідження часової складності нового методу проведено на основі його порівняння із відомими. Серед таких методів виділено методи випадкового пошуку, серед яких: метод випадкового пошуку із лінійною тактикою (ВПЛТ); випадкового пошуку по найкращій спробі (ВПНС); випадкового пошуку із адаптацією розподілу випадкового кроку (ВПАК) та із застосуванням стохастичного пошуку на основі напрямного конуса Растрігіна (СПНКР). Переважні витрати для кожної ітерації таких методів визначаються обчисленням значення функції мети, в нашому випадку, за формулами (24) чи (25) Цей показник позначимо за  $N_F$ .

Враховуючи складність поверхні, яку задано функцією мети  $\delta(\hat{g})$  в задачі (26) параметричної ідентифікації ІДМДО, цей вплив можна дослідити виключно на конкретних прикладах. За основу таких досліджень було обрано два приклади: параметрична ідентифікація математичної моделі процесу поширення концентрацій окису вуглецю на прямолінійній ділянці вулиці внаслідок рівномірного руху транспортного потоку з постійною потужністю викидів та параметрична ідентифікація макромоделі процесу анаеробного мікробіологічного бродіння твердих органічних побутових відходів в біогазових установках із використанням мезофільних бактерій. Обидва процеси представлено різницеvim рівняннями, відповідно:

$$v_k = g_1 \cdot v_{k-1} + g_2 \cdot (v_{k-2} - v_{k-1}), k = 2, \dots, K, \quad (27)$$

$$v_k = v_{k-1} - h \cdot g_1 \cdot v_{k-1} \cdot (1 + h \cdot (g_2 \cdot v_{k-2} - g_3)) / (g_4 + v_{k-1}), \quad (28)$$

де  $h$  – крок дискретизації.

У табл. 1 наведено результати оцінювання обчислювальної складності з допомогою  $N_F$  кількості обчислень значення функції мети під час реалізації методу параметричної ідентифікації моделі у вигляді (27) із використанням процедур випадкового пошуку оптимальних параметрів та із використанням запропонованого методу на основі ПМБК.

Таблиця 1 – Результати оцінювання обчислювальної складності  $N_F$  реалізації методу параметричної ідентифікації математичної моделі процесу поширення концентрацій окису вуглецю

| Ідентифікація з процедурою ВПЛТ | Ідентифікація з процедурою ВПНС | Ідентифікація з процедурою СПНКР | Ідентифікація з процедурою ВПАК | Ідентифікація на основі ПМБК |
|---------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|------------------------------|
| $N_F$                           | $N_F$                           | $N_F$                            | $N_F$                           | $N_F$                        |
| 21456                           | 15763                           | 13389                            | 15987                           | 8784                         |

Як бачимо, найбільш ефективним для зазначеної задачі із заданою інтервальною дискретною моделлю другого порядку (27), є запропонований метод параметричної ідентифікації на основі ПМБК. Якщо обчислювальну складність існуючого найкращого методу прийняти за 1, то для розглянутої задачі застосування методу на основі ПМБК забезпечує зниження обчислювальної складності у  $13389/8784=1,52$  рази.

У табл. 2 наведено результати оцінювання обчислювальної складності  $N_F$  реалізації методу параметричної ідентифікації моделі у вигляді (28) із використанням процедур випадкового пошуку оптимальних параметрів та із використанням методу на основі ПМБК.

Таблиця 2 – Результати оцінювання обчислювальної складності  $N_F$  реалізації методу параметричної ідентифікації математичної моделі процесу анаеробного мікробіологічного бродіння в біогазових установках

| Ідентифікація з процедурою ВПЛТ | Ідентифікація з процедурою ВПНС | Ідентифікація з процедурою СПНКР | Ідентифікація з процедурою ВПАК | Ідентифікація на основі ПМБК |
|---------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|------------------------------|
| $N_F$                           | $N_F$                           | $N_F$                            | $N_F$                           | $N_F$                        |
| 2456563                         | 1560865                         | 1460261                          | 1904543                         | 621388                       |

Очевидно, що в цілому обчислювальна складність реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМДО для розглянутої складнішої задачі вища ніж для першої задачі. Проте, як і у першому випадку зберігаються виявлені тенденції щодо обчислювальної складності. Зокрема, найбільш ефективним (у сенсі обчислювальної складності) для зазначеної моделі, заданої нелінійним різницеvim оператором другого порядку (28), є метод параметричної ідентифікації на основі ПМБК.

При цьому вигреш у порівнянні із найкращим серед методів випадкового пошуку (із використанням направляючого конуса) складає  $1460261/621388=2,35$  раз.

Як бачимо, для обох задач найнижчою обчислювальною складністю відзначається реалізація запропонованого методу параметричної ідентифікації ІДМДО на основі ПМБК. Кількість ітерацій (звертань до процедури обчислення функції мети) у порівнянні із відомим найефективнішим методом (на основі прямого конуса Растрігіна) знижується від 1,51 раз до 2,35 рази, залежно від досліджених прикладів.



Отримані результати дають підстави стверджувати, що незалежно від розмірності математичної моделі у вигляді нелінійного алгебричного рівняння, чи у вигляді різницевого рівняння та кількості інтервальних даних у наборі для реалізації методу параметричної ідентифікації інтервальних моделей характеристик статичних та динамічних об'єктів доцільно застосовувати метод на основі ПМБК.

У **четвертому розділі** запропоновано та обґрунтовано новий метод структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів на основі аналізу інтервальних даних, який ґрунтується на процедурах самоорганізації структур моделей. Показано еквівалентність задач структурної ідентифікації інтервальних моделей для випадку статичних та динамічних об'єктів і на цій основі запропоновано і обґрунтовано спільний метод для їх розв'язування.

Спираючись на означений вище вираз (7) для представлення математичної моделі характеристики статичного об'єкта, уведемо поняття множини структурних елементів:

$$\lambda_s = \{\varphi_1^s(\vec{x}), \dots, \varphi_m^s(\vec{x}), \varphi_{m+1}^s(\vec{g}), \dots, \varphi_{2m}^s(\vec{g})\}, \quad (29)$$

де  $s$  – означає певний набір структурних елементів, на основі якого будують  $s$ -ту модель у вигляді (7), тобто як згортку цього набору елементів.

В подальшому розгляді, позначення  $\lambda_s$  означатиме  $s$ -ту структуру, оскільки усі моделі на основі зазначеного набору, будують на основі згортки цих елементів.

Для визначення структури  $\lambda_s$  (набору елементів), які забезпечать розробку адекватної моделі характеристики статичного об'єкта, необхідно розв'язувати задачу структурної ідентифікації із застосування результатів експерименту у вигляді інтервальних даних (1).

Математичні моделі, які розглядатимемо в процесі структурної ідентифікації, означимо як моделі-претенденти, а представлення їх структури із урахуванням зазначених вище позначень, матиме такий вигляд:

$$y_0(\lambda_s) = \varphi_{m+1}^s(\vec{g})\varphi_1^s(\vec{x}) + \dots + \varphi_{2m}^s(\vec{g})\varphi_m^s(\vec{x}). \quad (30)$$

Задаємо умови узгодженості моделі-претендента із експериментальними інтервальними даними, як це прийнято в інтервальному аналізі:

$$y_0(\lambda_s, \vec{x}_i) \in [y_i^-; y_i^+], \quad \forall i = 1, \dots, N, \quad (31)$$

де  $y_0(\lambda_s, \vec{x}_i)$  – істинне значення вихідної характеристики для фіксованого набору структурних елементів  $\lambda_s$  і для фіксованих значень вхідних змінних  $\vec{x}_i$ .

Невідомими в цьому випадку залишаються тільки значення параметрів  $g_1, \dots, g_m$  моделі. Приймаючи до уваги умови (31) із заміною в них замість  $y_0(\lambda_s, \vec{x}_i)$  на вираз (30) для фіксованих значень вхідних змінних  $\vec{x}_i$ , отримаємо таку систему:

$$\begin{cases} y_1^- \leq \varphi_{m+1}^s(\vec{g})\varphi_1^s(\vec{x}_1) + \dots + \varphi_{2m}^s(\vec{g})\varphi_m^s(\vec{x}_1) \leq y_1^+; \\ \vdots \\ y_N^- \leq \varphi_{m+1}^s(\vec{g})\varphi_1^s(\vec{x}_N) + \dots + \varphi_{2m}^s(\vec{g})\varphi_m^s(\vec{x}_N) \leq y_N^+. \end{cases} \quad (32)$$

Таким чином, отримали загальну форму задачі параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів у вигляді ІСНАР для окремої  $s$ -ї моделі-претендента. Проте, у випадку структурної ідентифікації, ІСНАР (32) може виявитися несумісною для поточної структури  $\lambda_s$  математичної моделі. Тому кожен раз, коли

структура  $\lambda_s$  виявиться такою, що ІСНАР (32) виявиться несумісною, доводиться формувати нову структуру, а на її основі – нову ІСНАР (32) і знову перевіряти сумісність останньої. Отже, задача структурної ідентифікації інтервальних моделей характеристики статичного об'єкта є задачею багаторазового розв'язування задач параметричної ідентифікації цієї моделі. При цьому необхідно забезпечити напрямлений перебір окресленої множини структур у такий спосіб, щоб цей перебір був оптимальним з обчислювальної точки зору.

Припустимо, що на якійсь ітерації напрямленого перебору структур  $\lambda_s$ , ІСНАР (32) виявилась сумісною і отримано її розв'язок у вигляді деяких інтервалів значень оцінок параметрів  $[\widehat{g}_1^-; \widehat{g}_1^+], \dots, [\widehat{g}_m^-; \widehat{g}_m^+]$  моделі. Підставимо отримані інтервальні оцінки  $[\widehat{g}_1^-; \widehat{g}_1^+], \dots, [\widehat{g}_m^-; \widehat{g}_m^+]$  у вираз (30) одночасно із зафіксованими значеннями вхідної змінної  $\bar{x}_i$  (у точках експерименту). В результаті цих підстановок, отримаємо оцінки вихідної характеристики у вигляді інтервалів:

$$[\widehat{y}^-(\lambda_s, \bar{x}_i); \widehat{y}^+(\lambda_s, \bar{x}_i)] = \varphi_{m+1}^s([\widehat{g}_1^-; \widehat{g}_1^+])\varphi_1^s(\bar{x}_i) + \dots + \varphi_{2m}^s([\widehat{g}_1^-; \widehat{g}_1^+])\varphi_m^s(\bar{x}_i), i=1, \dots, N. \quad (33)$$

Таким чином, сумісність ІСНАР (32) означає:

$$[\widehat{y}^-(\lambda_s, \bar{x}_i); \widehat{y}^+(\lambda_s, \bar{x}_i)] \subset [y_i^-; y_i^+], i=1, \dots, N. \quad (34)$$

Ітераційна процедура для методу формування та оцінювання розв'язків поточної ІСНАР (32) повинна ґрунтуватися на оцінюванні на кожній ітерації «якості» оцінки структури та параметрів математичної моделі (30). Наскільки якісною виявиться оцінка параметрів на кожній  $l$ -й ітерації можемо задати величиною  $\delta(\lambda_s)$ , по аналогії із задачею параметричної ідентифікації, у вигляді різниці центрів найбільш віддалених між собою прогнозного  $[\widehat{y}^-(\lambda_s, \bar{x}_i); \widehat{y}^+(\lambda_s, \bar{x}_i)]$  та експериментального інтервалів  $[y_i^-; y_i^+]$  – у випадку, коли вони не перетинаються, та найменшою шириною перетину серед прогнозних та експериментальних інтервалів – для випадку їх перетину. Вираз для функції  $\delta(\lambda_s)$ , для вище зазначених обох випадків, представимо у такому вигляді:

$$\delta(\lambda_s) = \max_{i=1, \dots, N} \left\{ \left| \text{mid}(\varphi_{m+1}^s([\widehat{g}_1^-; \widehat{g}_1^+])\varphi_1^s(\bar{x}_i) + \dots + \varphi_{2m}^s([\widehat{g}_1^-; \widehat{g}_1^+])\varphi_m^s(\bar{x}_i)) - \text{mid}([y_i^-; y_i^+]) \right| \right\}, \text{ якщо:} \\ (\varphi_{m+1}^s([\widehat{g}_1^-; \widehat{g}_1^+])\varphi_1^s(\bar{x}_i) + \dots + \varphi_{2m}^s([\widehat{g}_1^-; \widehat{g}_1^+])\varphi_m^s(\bar{x}_i)) \cap [y_i^-; y_i^+] = \emptyset, \exists i=1, \dots, N; \quad (35)$$

$$\delta(\lambda_s) = \max_{i=1, \dots, N} \left\{ \text{wid}(\varphi_{m+1}^s([\widehat{g}_1^-; \widehat{g}_1^+])\varphi_1^s(\bar{x}_i) + \dots + \varphi_{2m}^s([\widehat{g}_1^-; \widehat{g}_1^+])\varphi_m^s(\bar{x}_i)) - \text{wid}(\varphi_{m+1}^s([\widehat{g}_1^-; \widehat{g}_1^+])\varphi_1^s(\bar{x}_i) + \dots + \varphi_{2m}^s([\widehat{g}_1^-; \widehat{g}_1^+])\varphi_m^s(\bar{x}_i)) \cap [y_i^-; y_i^+] \right\}, \text{ якщо:} \\ (\varphi_{m+1}^s([\widehat{g}_1^-; \widehat{g}_1^+])\varphi_1^s(\bar{x}_i) + \dots + \varphi_{2m}^s([\widehat{g}_1^-; \widehat{g}_1^+])\varphi_m^s(\bar{x}_i)) \cap [y_i^-; y_i^+] \neq \emptyset, \forall i=1, \dots, N. \quad (36)$$

Спираючись на вище викладене, задачу структурної ідентифікації інтервальних моделей статичного об'єкта сформулюємо у вигляді оптимізаційної задачі:

$$\delta(\lambda_s) \xrightarrow{\lambda_s = \{\varphi_1^s(\bar{x}), \dots, \varphi_m^s(\bar{x}), \varphi_{m+1}^s(\widehat{g}), \dots, \varphi_{2m}^s(\widehat{g})\}, [\widehat{g}_l^-; \widehat{g}_l^+]} \min, \quad (37)$$

$m_s \in [I_{\min}; I_{\max}]$ ,  $\varphi_1^s(\bar{x}), \dots, \varphi_m^s(\bar{x}), \varphi_{m+1}^s(\widehat{g}), \dots, \varphi_{2m}^s(\widehat{g}) \in F$ ,  $[\widehat{g}_{jl}^-; \widehat{g}_{jl}^+] \subset [g_{jl}^{low}; g_{jl}^{up}]$ ,  $j=1, \dots, m$ ,  $l=1, \dots, S$ , де  $m_s \in [I_{\min}; I_{\max}]$  – кількість структурних елементів  $s$ -ї структури інтервальної моделі;  $F = \{ \varphi_1(\bar{x}), \dots, \varphi_m(\bar{x}), \varphi_{m+1}(\widehat{g}), \dots, \varphi_{2m}(\widehat{g}) \}$  – множина потенційних структурних елементів моделі;  $[\widehat{g}_l^-; \widehat{g}_l^+]$ ,  $[\widehat{g}_{jl}^-; \widehat{g}_{jl}^+]$  – інтервальний вектор параметрів

$s$ -ї структури моделі-претендента та його компоненти, відповідно;  $g_{jl}^{low}$ ,  $g_{jl}^{up}$  – найменше та найбільше значення кожного параметра моделі.

Як було показано вище, ПМБК є одним із найефективніших інструментів організації розв'язування складних оптимізаційних задач за рахунок елементів самоорганізації та адаптації. Тому цей підхід використано для побудови методу структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів.

Тепер розглянемо за аналогією із задачею параметричної ідентифікації основні фази методу структурної ідентифікації.

На *фазі ініціалізації* задаємо основні параметри методу:  $LIMIT$ ;  $S$ ;  $[I_{min}; I_{max}]$ ;  $m_{cn} = 0$  – поточний номер ітерації;  $M_{CN}$  – загальна кількість ітерацій та множину структурних елементів  $F = \{ \varphi_1(\bar{x}), \dots, \varphi_m(\bar{x}), \varphi_{m+1}(\bar{g}), \dots, \varphi_{2m}(\bar{g}) \}$ , а також випадковим чином формуємо початкову множину  $\Lambda_0$  (з потужністю  $S$ ) структур  $\lambda_s$  із набору структурних елементів  $F$ .

На *фазі робочих бджіл* використовуємо оператор  $P(\Lambda_{m_{cn}}, F)$ , який здійснює перетворення структури інтервальної моделі у вигляді (30), відповідно до процедури дослідження робочими бджолами околу відомого джерела нектару. Це означає, що на поточній ітерації реалізації методу структурної ідентифікації, цей оператор  $P(\Lambda_{m_{cn}}, F)$  на основі кожної з поточних структур  $\lambda_s$  математичної моделі формує по одній «новій» структурі  $\lambda'_s$ , яка є «околом». Це означає, що сформована структура  $\lambda'_s$  дуже близька до поточної  $\lambda_s$ .

Таким чином, оператор  $P(\Lambda_{m_{cn}}, F)$  здійснює перетворення множини  $\Lambda_{m_{cn}}$  поточних структур  $\lambda_s$ , згенерованих на  $m_{cn}$ -й ітерації у множину  $\Lambda'_{m_{cn}}$  структур  $\lambda'_s$ . При цьому, «нову» структуру  $\lambda'_s$  для кожної поточної формуємо у спосіб випадкового вибору із множини  $F$  та заміни частини елементів поточної структури  $\lambda_s$ . Тут важливим питанням є: скільки елементів у поточній структурі необхідно замінити? Для цього уводимо змінну цілого типу  $n_s$ , значення якої визначає кількість елементів у поточній структурі  $\lambda_s$ , яку необхідно замінити. Чим більше це значення  $\delta(\lambda_s)$  – тим гірша поточна структура  $\lambda_s$ , отже тим більше елементів потрібно в ній замінити. При обчисленні значення змінної  $n_s$  необхідно також враховувати загальну кількість елементів у поточній структурі.

З урахуванням вище зазначеного, змінну  $n_s$  обчислюємо за такою формулою:

$$n_s = \begin{cases} \text{int} \left( \left( 1 - \frac{\min \{ \delta(\lambda_s) | s = 1 \dots S \}}{\delta(\lambda_s)} \right) \cdot m_s \right), \\ \text{if } \delta(\lambda_s) \neq \min \{ \delta(\lambda_s) | s = 1 \dots S \} \text{ and } n_s \neq 0; \\ 1, \text{ if } \delta(\lambda_s) = \min \{ \delta(\lambda_s) | s = 1 \dots S \} \text{ or } n_s = 0. \end{cases} \quad (38)$$

На цій же фазі проводимо попарну селекцію, для вибору кращої структури з поточної та згенерованої. Для цього використовуємо оператор попарної селекції «кращої» із пари структур  $\lambda_s$ ,  $\lambda'_s$ :

$$D_1(\lambda_s, \lambda'_s) : \lambda_s^1 = \begin{cases} \lambda_s, & \text{якщо } \delta(\lambda_s) \leq \delta(\lambda'_s); \\ \lambda'_s, & \text{якщо } \delta(\lambda_s) > \delta(\lambda'_s). \end{cases} \quad (39)$$

Оператор  $D_1(\lambda_s, \lambda'_s)$  реалізує процес синтезу множини «кращих» структур  $\Lambda_{mcs}^1$  із поточних множин  $\Lambda_{mcs}$ ,  $\Lambda'_{mcs}$ . Таким чином, отримуємо множину структур першого ряду формування  $\lambda_s^1 \in \Lambda_{mcs}^1$ ,  $s=1 \dots S$ .

*Фаза бджіл дослідників.* Бджоли-дослідники обирають (за ймовірністю) нові джерела нектару в околі поточних. У контексті задачі структурної ідентифікації це означає визначення кількості структур, які будуть згенеровані на основі  $\lambda_s^1$  структури  $\lambda_s^1$  із множини  $\Lambda_{mcs}^1$ , відповідно до процедури вибору відомого джерела нектару бджолами-дослідниками. Зазначений показник  $R_s$  у контексті поведінкової моделі бджолоїної колонії означає кількість бджіл-дослідників, які обрали відоме джерело-нектару з координатами  $\lambda_s^1$ .

Його значення обчислюватимемо на основі припущення: кількість бджіл-дослідників, що летять в окіл джерела нектару, про яке повідомила робоча бджола, прямопропорційно залежить від його якості.

Обчислювати ймовірність  $P_s(\lambda_s^1)$  синтезу на основі поточної структури  $S$  новосформованих будемо таким чином:

$$P_s(\lambda_s^1) = \frac{1}{\delta(\lambda_s^1) \cdot \sum_{s=1}^S \frac{1}{\delta(\lambda_s^1)}}, s=1 \dots S-1. \quad (40)$$

Далі знаходимо точні значення кількості «нових» структур моделей, які потрібно сформулювати на основі кожної поточної (відомої) структури за такою формулою:

$$R_s = ToInt(P_{s-1}(\lambda_{s-1}^1) \cdot S), s=2 \dots S, R_1 = 0. \quad (41)$$

На цій фазі також використаємо оператор  $P_\delta(\Lambda_{mcs}, F)$ , який здійснює перетворення структури відповідно до процедури дослідження околу відомого джерела нектару бджолами-дослідниками, подібно як на фазі робочих бджіл. Тільки на відміну від зазначеної фази, де формувалася одна структура в околі поточної, в цьому випадку кількість структур навколо поточної визначається виразом (41).

Отже, оператор  $P_\delta(\Lambda_{mcs}, F)$  означає перетворення кожної структури  $\lambda_s^1$  з множини структур  $\lambda_s^1 \in \Lambda_{mcs}^1$  першого ряду формування, згенерованих на ітерації алгоритму  $mcs$ , у множини структур  $\Lambda'_s$  (де  $s=1, \dots, S$ ). При цьому, по аналогії із фазою робочих бджіл, «нові» структури  $\lambda'_s$  (як зазначено вище, в цьому випадку кількість «нових» структур для поточної структури обчислюємо за формулою (41)) для кожної поточної  $\lambda_s^1$  формуємо у спосіб випадкового вибору та заміни частини елементів поточної структури  $\lambda_s^1$ . При цьому, заміну проводимо також випадково обраними елементами із множини  $F$ . Кількість елементів для кожної структури, які потрібно замінити, визначаємо за формулою (38).

Далі на цій фазі проводимо групову селекцію  $D_2 Limit_s$  «кращої» структури із поточної  $\lambda_s^1$  та сформованої в її околі множини  $\Lambda'_s = \{\lambda_1, \dots, \lambda_r, \dots, \lambda_R\}$  за значеннями

функції мети. Оператор групової селекції  $D_2(\lambda_s^1, \Lambda_s^1)$  реалізує процес синтезу множини «кращих» структур ІДМ  $\Lambda_{mcn}^2$  із поточних множин  $\Lambda_{mcn}^1$  та  $\Lambda_{mcn}''$  у спосіб селекції структур  $\lambda_s^2$  за показниками якості, де  $\Lambda_{mcn}'' = \{\Lambda_1^1 \cup \Lambda_2^1 \dots \cup \dots \cup \Lambda_s^1 \dots \cup \Lambda_S^1\}, s=1..S$ . Таким чином отримуємо множину структур ІДМ другого ряду формування  $\Lambda_{mcn}^2$ .

Для виходу із локальних мінімумів функції мети задачі (37) запропоновано використовувати *фазу бджіл розвідників*. Це фаза бджіл, які обирають нові джерела нектару випадковим чином, тобто це означає, що на цій фазі необхідно випадковим чином сформувати нові структури у спосіб, описаний на фазі ініціалізації. Для цього для кожної поточної структури  $\lambda_s$  вводимо лічильник  $Limit_s$ . Таким чином, кожна структура  $\lambda_s^2$  моделі другого ряду формування, для якої виконується умова  $Limit_s \geq LIMIT$ , вважатиметься локальним мінімумом.

У такому випадку використовуємо оператор  $P_N(F, I_{\min}, I_{\max})$ , який випадковим чином генерує «нову» структуру  $\lambda_s^2$  з множини  $F$  всіх структурних елементів, де кількість структурних елементів для цієї структури визначається випадково на інтервалі  $m_s \in [I_{\min}; I_{\max}]$ , відповідно до процедури випадкового пошуку нового джерела нектару.

Варто зазначити, що таких структур, згенерованих на цій фазі, є усього декілька відсотків від значення  $S$  (усіх робочих бджіл).

Тепер розглянемо задачу структурної ідентифікації інтервальних моделей динамічних об'єктів. Як і у попередньому випадку, спочатку зробимо припущення щодо структури математичної моделі. Спираючись на результати у першому розділі, для моделювання динамічних об'єктів використовуємо диференціальні рівняння, а в нашому випадку їх дискретні аналоги, тобто різницеві рівняння.

Отже, розглянемо математичну модель об'єкта у вигляді такого різницевого рівняння (19):

$$v_k = \vec{f}^T(v_{k-d}, \dots, v_{k-1}, \vec{u}_0, \dots, \vec{u}_{d-1}, \vec{u}_k) \cdot \vec{g}, k = d, \dots, K.$$

На відміну від випадку задачі параметричної ідентифікації, вектор відомих базисних функцій  $\vec{f}^T(\bullet)$  в цьому випадку є невідомим.

Спираючись на означений вище вираз (19), для представлення математичної моделі характеристики динамічного об'єкта уведемо поняття множини структурних елементів:

$$\lambda_s = \{f_1^s(v_{k-d}, \dots, v_{k-1}, \vec{u}_0, \dots, \vec{u}_k) \cdot g_1^s, f_2^s(v_{k-d}, \dots, v_{k-1}, \vec{u}_0, \dots, \vec{u}_k) \cdot g_2^s, \dots, f_m^s(v_{k-d}, \dots, v_{k-1}, \vec{u}_0, \dots, \vec{u}_k) \cdot g_m^s\}. \quad (42)$$

Для спрощення подальшого розгляду, позначимо вектор

$$\vec{V} = (v_{k-d}, \dots, v_{k-1}, \vec{u}_0, \dots, \vec{u}_k)^T, \quad (43)$$

і перепишемо вираз (42) із урахуванням уведеного позначення

$$\lambda_s = \{f_1^s(\vec{V}) \cdot g_1^s, f_2^s(\vec{V}) \cdot g_2^s, \dots, f_m^s(\vec{V}) \cdot g_m^s\}. \quad (44)$$

У виразі (44)  $s$  означає певний набір структурних елементів, на основі якого будуюмо  $s$ -ту модель у вигляді (20), тобто як згортку цього набору елементів. Як і для випадку структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів, позначення  $\lambda_s$  використовуватимемо для позначення  $s$ -ї структури.

Для визначення структури  $\lambda_s$  (набору елементів), які забезпечать розробку адекватної моделі характеристики динамічного об'єкта, необхідно розв'язувати задачу структурної ідентифікації із застосування результатів експерименту у вигляді інтервальних даних. У цьому випадку, результати експерименту подаємо у вигляді інтервалів можливих значень характеристики об'єкта:

$$[z_k^-; z_k^+], \quad k=0, \dots, K, \quad (45)$$

де  $z_k^-, z_k^+$  – відповідно, нижня та верхня межі інтервалу можливих значень характеристики, встановлених за результатами спостережень, у часових дискретах  $k=0, \dots, K$ .

Математичні моделі-претенденти, які розглядатимемо в процесі структурної ідентифікації із урахуванням зазначених вище позначень, матимуть такий вигляд:

$$v_k(\lambda_s) = f_1^s(\vec{V}) \cdot g_1^s + f_2^s(\vec{V}) \cdot g_2^s + \dots + f_m^s(\vec{V}) \cdot g_m^s, \quad k=d, \dots, K. \quad (46)$$

Задаємо умови узгодженості моделі-претендента із експериментальними інтервальними даними:

$$v_k(\lambda_s, \vec{V}_k) \in [z_k^-; z_k^+], \quad \forall k=0, \dots, d-1, d, \dots, K, \quad (47)$$

де  $v_k(\lambda_s, \vec{V}_k)$ ,  $k=0, \dots, K$  – означає істинне значення вихідної характеристики для фіксованого набору структурних елементів  $\lambda_s$  і для фіксованих значень вектора  $\vec{V} = (v_{k-d}, \dots, v_{k-1}, \vec{u}_0, \dots, \vec{u}_k)^T$ , представленого (43) для усіх дискрет  $k=0, \dots, K$ .

Невідомими в цьому випадку залишаються лише значення параметрів  $g_1^s, \dots, g_m^s$  моделі-претендента. Приймаючи до уваги умови (47), отримуємо таку систему:

$$\begin{cases} [v_0^-; v_0^+] \subseteq [z_0^-; z_0^+], \dots, [v_{d-1}^-; v_{d-1}^+] \subseteq [z_{d-1}^-; z_{d-1}^+]; \\ \vdots \\ z_k^- \leq f_1^s(\vec{V}_k) \cdot g_1^s + f_2^s(\vec{V}_k) \cdot g_2^s + \dots + f_m^s(\vec{V}_k) \cdot g_m^s \leq z_k^+, \quad k=d, \dots, K, \end{cases} \quad (48)$$

у якій перша стрічка – початкові умови, а наступні – умови узгодження експериментальних даних та прогнозованих, які будемо обчислювати на основі математичної моделі, параметри якої потрібно обчислити із системи (48).

Таким чином, після проведених перетворень, отримали загальну форму задачі параметричної ідентифікації інтервальних моделей динамічних об'єктів у вигляді ІСНАР для окремої  $s$ -ї моделі-претендента.

Спираючись на загальне представлення моделі об'єкта у вигляді різницевого рівняння (46), коли вже обчислено значення параметрів, зазначену математичну модель подаємо таким виразом:

$$\begin{aligned} [\hat{v}_k(\lambda_s, [\vec{V}_k])] = [\hat{v}_k^-(\lambda_s, [\vec{V}_k]); \hat{v}_k^+(\lambda_s, [\vec{V}_k])] = f_1^s([\vec{V}_k]) \cdot \hat{g}_1^s + f_2^s([\vec{V}_k]) \cdot \hat{g}_2^s + \\ + \dots + f_m^s([\vec{V}_k]) \cdot \hat{g}_m^s, \quad k=d, \dots, K, \end{aligned} \quad (49)$$

де  $[\hat{v}_k(\lambda_s, [\vec{V}_k])]$  – інтервальна оцінка модельованої характеристики динамічного об'єкта на часових дискретах  $k=d, \dots, K$ ;  $\hat{g}_l^s = (g_{1l}^s, \hat{g}_{2l}^s, \dots, \hat{g}_{ml}^s)^T$  – вектор-стовпчик оцінок параметрів моделі-претендента зі структурою  $\lambda_s$ , обчислений на  $l$ -й ітерації;

$[\vec{V}_k] = ([\hat{v}_{k-d}], \dots, [\hat{v}_{k-1}], \vec{u}_0, \dots, \vec{u}_k)^T$  – вектор з інтервальними компонентами значень характеристики об'єкта, обчислених на попередніх дискретах із використанням виразу (49), причому  $[\hat{v}_0^-; \hat{v}_0^+] \subseteq [z_0^-; z_0^+], \dots, [\hat{v}_{d-1}^-; \hat{v}_{d-1}^+] \subseteq [z_{d-1}^-; z_{d-1}^+]$ .

Отже, задача структурної ідентифікації інтервальних моделей характеристик динамічного об'єкта є задачею багаторазового розв'язування задач параметричної ідентифікації цієї моделі, тобто ІСНАР (48).

По аналогії із попереднім випадком задачі структурної ідентифікації, вираз для функції  $\delta(\lambda_s)$ , що задає якість структури має такий вигляд:

$$\delta(\lambda_s) = \max_{i=1, \dots, N} \left\{ \text{mid}(f_1^s([\vec{V}_k]) \cdot \vec{g}_1^s + f_2^s([\vec{V}_k]) \cdot \vec{g}_2^s + \dots + f_m^s([\vec{V}_k]) \cdot \vec{g}_m^s) - \text{mid}([z_k^-; z_k^+]) \right\},$$

$$\text{якщо } [\hat{v}_k^-(\lambda_s, [\vec{V}_k]); \hat{v}_k^+(\lambda_s, [\vec{V}_k])] \cap [z_k^-; z_k^+] = \emptyset, \exists k = d, \dots, K; \quad (50)$$

$$\delta(\lambda_s) = \max_{i=1, \dots, N} \{ \text{wid}(f_1^s([\vec{V}_k]) \cdot \vec{g}_1^s + f_2^s([\vec{V}_k]) \cdot \vec{g}_2^s + \dots + f_m^s([\vec{V}_k]) \cdot \vec{g}_m^s) - \text{wid}(f_1^s([\vec{V}_k]) \cdot \vec{g}_1^s + f_2^s([\vec{V}_k]) \cdot \vec{g}_2^s +$$

$$+ \dots + f_m^s([\vec{V}_k]) \cdot \vec{g}_m^s) \cap [z_k^-; z_k^+] \}, \text{якщо } [\hat{v}_k^-(\lambda_s, [\vec{V}_k]); \hat{v}_k^+(\lambda_s, [\vec{V}_k])] \cap [z_k^-; z_k^+] \neq \emptyset, \forall k = d, \dots, K.$$

Спираючись на вище проведені перетворення, задачу структурної ідентифікації інтервальних моделей динамічних об'єктів сформулюємо у вигляді оптимізаційної задачі (за аналогією, як це представлено у випадку постановки задачі структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем):

$$\delta(\lambda_s) \xrightarrow{\lambda_s = \{f_1^s(\vec{V}) \cdot g_{1l}^s, f_2^s(\vec{V}) \cdot g_{2l}^s, \dots, f_{m_s}^s(\vec{V}) \cdot g_{l m_s}^s\}} \min, \quad (52)$$

$$m_s \in [I_{\min}; I_{\max}], f_1^s(\vec{V}), f_2^s(\vec{V}), \dots, f_{m_s}^s(\vec{V}) \in F, \hat{g}_{jl}^s \in [g_{jl}^{low}; g_{jl}^{up}], j = 1, \dots, m, l = 1, \dots, S, \quad (53)$$

де  $m_s \in [I_{\min}; I_{\max}]$  – кількість структурних елементів  $s$ -ї структури інтервальної моделі;  $F = \{f_1(\vec{V}), f_2(\vec{V}), \dots, f_m(\vec{V})\}$  – множина потенційних структурних елементів моделі.

Таким чином, показано еквівалентність задач структурної ідентифікації інтервальних моделей для випадку статичних та динамічних об'єктів і на цій основі запропоновано і обґрунтовано спільний метод для їх розв'язування.

Далі у цьому розділі досліджено обчислювальну складність реалізації методу структурної ідентифікації. Як вже зазначалося вище, задачі структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів, як і задачі параметричної ідентифікації моделей цих об'єктів, відносяться до задач комбінаторної складності. Тому дослідження обчислювальної складності методів їх розв'язування оцінюємо на застосуванні до розв'язування прикладних задач.

Для дослідження ефективності запропонованих інновацій щодо методу структурної ідентифікації, побудуємо модель динаміки концентрацій  $\text{NO}_2$ .

У процесі досліджень було проведено кілька серій експериментів.

Під час проведення усіх експериментів із серії було отримано адекватні структури ІДДМ:

$$\hat{v}_k = 0,124 - 0,5764\hat{v}_{k-2} + 0,7078\hat{v}_{k-3} + 0,0473\hat{v}_{k-1} / \hat{v}_{k-4} + 0,0159\hat{v}_{k-1}\hat{v}_{k-2} / \hat{v}_{k-1}, k=4, \dots, 18; \quad (54)$$

$$\hat{v}_k = 0,0149 - 0,5788\hat{v}_{k-2} + 0,7425\hat{v}_{k-3} + 0,046\hat{v}_{k-1} / \hat{v}_{k-4}, k=4, \dots, 18. \quad (55)$$

Зокрема, структура (54) – отримана у ході першого експерименту із серії, на основі відомого методу та (55) – другого експерименту, на основі запропонованого методу.

Зафіксовані значення обчислювальної складності методу структурної ідентифікації, отримані у ході усіх обчислювальних експериментів відрізнялися. Зокрема, використання нового методу для визначення інтенсивності дослідження

поточних структур, забезпечило зниження обчислювальної складності застосування методу в середньому на 8% (за результатами усіх проведених серій експериментів). Зауважимо, що отриманий результат не враховує зменшення обчислювальних витрат, за рахунок застосування у цьому новому методі структурної ідентифікації також нової схеми розв'язування задачі параметричної ідентифікації, яку представлено в третьому розділі.

Варто також зазначити, що запропонований метод дозволив отримати інтервальну модель з простішою структурою. Підсумовуючи результати цього розділу, варто зазначити, що запропонований новий метод структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів на основі аналізу інтервальних даних з обчислювальними процедурами самоорганізації та самоадаптації за аналогією з поведінковими моделями бджолоїної колонії, дає можливість: створити єдиний підхід до побудови таких моделей з гарантованими прогностичними властивостями; знизити обчислювальну складність процедур побудови цих моделей, а також отримувати моделі простіші, у порівнянні з використанням відомого методу.

У **п'ятому розділі** дисертаційної роботи представлено програмну систему для інтервального моделювання статичних та динамічних об'єктів, яка, на відміну від існуючих, об'єднує методи структурної та параметричної ідентифікації, реалізовані на основі поведінкових моделей бджолоїної колонії, що забезпечило уніфікований підхід до побудови моделей з гарантованою точністю в умовах інтервальної невизначеності.

Розглянемо особливості сервіс-орієнтованої архітектури програмної системи та специфіку її реалізації на мові програмування.

Побудова інтервальних моделей характеристик статичних та динамічних об'єктів на основі методів аналізу інтервальних даних призводить до формування спільних структурних елементів, виходячи із специфіки їх використання для описаних вище предметних областей. Використання спільних структурних елементів при їх програмній реалізації неодмінно призводить до дублювання та надлишковості програмного коду. Цю проблему можна вирішити шляхом створення єдиного програмного комплексу для комп'ютерного моделювання статичних та динамічних об'єктів, реалізованих на алгоритмах бджолоїної колонії із забезпеченням гарантованої точності.

Програмний продукт є об'єктно-орієнтованою системою, розробленою за допомогою технології .NET на мові програмування C#. Загальну архітектуру системи представлено на рис. 2.

З архітектури розробленого програмного комплексу можна виділити декілька основних модулів: головний модуль, створення моделі, обробка даних, опрацювання моделі, методи для вирішення задачі структурної та параметричної ідентифікації. Окрім основних компонентів до програмної системи підключено два локальних сховища. Перше призначене для зберігання експериментальних даних, а друге – для збережених структур моделей.

Для підвищення ефективності процесу проектування цієї програмної системи у роботі створено UML діаграми, зокрема діаграму варіантів використання, діаграму послідовності виконання дій, діаграму компонентів системи, діаграму класів та сутнісно-реляційну модель бази даних. Діаграма варіантів використання системи відображає можливість вибору типу ідентифікації між параметричною та структурною. При виборі параметричної ідентифікації надається вибір між методом



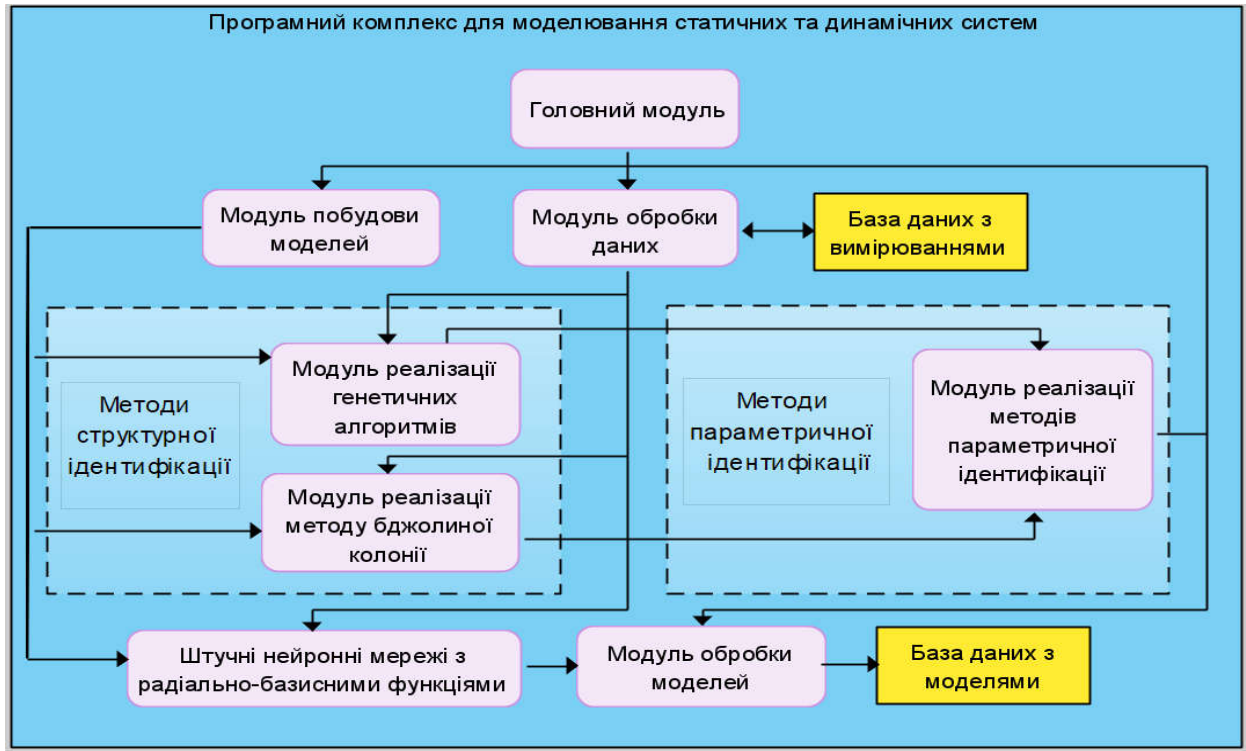


Рисунок 2 – Загальна архітектура системи

випадкового пошуку з використанням направляючого конуса та методом заснованим на апараті штучних нейронних мереж із радіально-базисними функціями; системний адміністратор має можливість здійснювати конфігурацію системи, генерувати різні форми звітів, а також здійснювати операції, які пов'язані із оновленням системних програмних модулів; звичайний користувач системи, який через використання різноманітних сервісів може працювати із базою даних напрацьованих моделей, яка також включає обробку даних та аналіз використання результатів моделювання. В ролі СУБД було обрано MySQL, оскільки поряд із збереженням даних про перебіг моделювання та даних експериментальних досліджень виникає також проблема налагодження взаємодії із іншими інформаційними системами, які використовуються в досліджуваних предметних областях. У роботі спроектовано ER-діаграму бази даних з використанням MySQL WorkBench. База даних сформована як із основних, так і допоміжних таблиць. Також спроектовано відношення, оскільки на їх основі сформовано логіку управління даними різноманітних сервісів, які використовуються для комунікації із системою. У додатку роботи представлено повний опис DDL відношень реалізованої підсистеми зберігання та опрацювання інформації.

На основі описаної вище архітектури, програмно реалізовано систему для моделювання характеристик статичних та динамічних об'єктів використовуючи сервіс-орієнтований підхід для організації взаємодії з інформаційними системами досліджуваних предметних областей.

Для спрощення використання програмного комплексу було запропоновано реалізувати підсистему взаємодії у вигляді окремого Application Programming Interface (API). Використання власного API дозволяє реалізувати закладені в роботі принципи реалізації сервіс-орієнтованого програмного забезпечення. Ця функціональність використовується для реалізації програмних модулів, які необхідні в процесі взаємодії з інформаційними системами предметних суб'єктів, що використовують основну функціональність розробленого програмного комплексу.

Використання проміжного програмного забезпечення є доцільним для організацій, що впроваджують нові рішення та які не хочуть докорінно переналаштовувати власні системи. Вони можуть реалізувати свої бізнес-функції та базові дані за допомогою внутрішнього API та інтегруватися з новими системами управління. Таким чином використання рішення в рамках запропонованого програмного комплексу інтегруються в існуючі системи та можуть виконувати власні додаткові бізнес-функції та працювати в рамках застосування smart-технологій. На рис. 3 представлено архітектуру системи із використанням сервера API доступу до середовища моделювання та засобів взаємодії із зовнішніми інформаційними системами, які використовують в своїй роботі побудовану базу даних моделей.

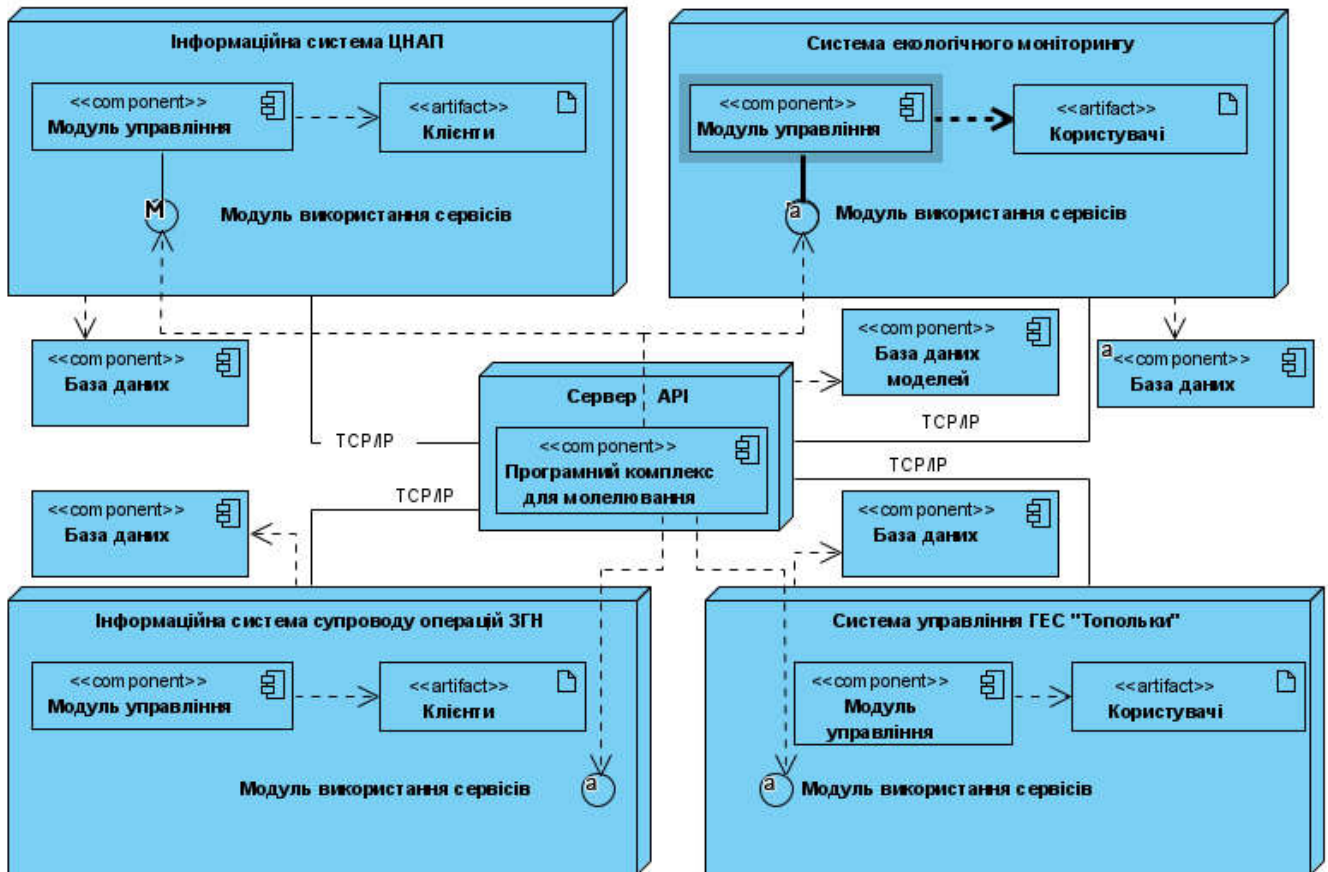


Рисунок 3 – Архітектура системи із використанням API сервера

Центральна база даних з моделями працює як репозиторій і дозволяє базам даних підсистем отримувати актуальні дані та здійснювати обмін між собою. Взаємодія із програмним комплексом здійснюється засобами API, яке призначене для конкретної задачі. У системі перевіряються зміни в базі даних на сервісі, і якщо отримано новий запит (оновлені дані), то відкривається доступ до сервісу і відправляються запити на оновлення своєї конкретної бази даних. Для цього підсистема відкриває доступ до сервісу збереження відповідних математичних моделей, бази даних експериментів, через HTTP клієнт та починає роботу з ними. У цей час центральна база даних здійснює перевірку коректності формування запитів та дозволяє або блокує доступ.

У шостому розділі на підставі результатів, отриманих у попередніх розділах, зокрема на основі розроблених методів параметричної та структурної ідентифікації побудовано ряд математичних моделей, які, на відміну від існуючих, є простішими та

забезпечують гарантовані прогностичні властивості для характеристик об'єктів. У цьому розділі також наведено прикладні аспекти застосування розроблених моделей.

*Математична модель для виявлення положення зворотного гортанного нерва (ЗГН) на області хірургічного втручання при проведенні операції на щитоподібній залозі.* Відзначимо, що ця модель розглядається як відображення характеристики статичного об'єкта.

У хірургічній рані (середовище хірургічного втручання) подразнюють тканину, електродом під'єднаним до генератора змінного струму, за допомогою мікрофона (сенсора реакції на подразнення) вставленого в гортань фіксують звук, який утвориться в наслідок проходження потоку повітря пацієнта через гортань та натягу голосових зв'язок при подразненні змінним струмом ділянки хірургічного втручання. Приймач фіксує амплітуду отриманого сигналу, або амплітуду основної спектральної складової (отриманої внаслідок застосування перетворення Фур'є) сигналу-реакції на подразнення. Чим більше отримане значення амплітуди, тим ближче точка подразнення до ЗГН. Таким чином, хірург здійснює моніторинг ділянки хірургічного втручання, щоб уникнути подразнення ЗГН. Проте, для пришвидшення операційного втручання, хірургу необхідно скоротити час моніторингу розміщення ЗГН.

Отже, в результаті серії подразнень тканин хірургічної рани і опрацювання сигналу – реакції на подразнення, отримаємо такі результати в інтервальному вигляді, враховуючи похибки технічних засобів

$$\vec{x}_i, [A_i^-; A_i^+], A_0(\vec{x}_i) \in [A_i^-; A_i^+], i = 1, \dots, N, \quad (56)$$

де  $A_i^-, A_i^+$  – відповідно, нижня і верхня межі інтервалу для амплітуди чи для амплітуди основної спектральної складової;  $\vec{x}_i$  – вектор координат на площині хірургічної рани;  $A_0(\vec{x}_i)$  – істинне невідоме значення амплітуди інформаційного сигналу, отримане внаслідок опрацювання реакції на подразнення тканин хірургічної рани в точці з координатами  $\vec{x}_i$ .

Шукану модель подаємо у вигляді

$$A_0 = \varphi_{m+1}(\vec{g})\varphi_1(\vec{x}) + \dots + \varphi_{2m}(\vec{g})\varphi_m(\vec{x}). \quad (57)$$

Розглянемо побудову зазначеної моделі на прикладі для конкретного пацієнта. Отже, в процесі попереднього моніторингу хірургічної рани, отримали результати досліджень. Далі, сформувавши набори структурних елементів на основі поліноміальних базисних функцій (табл. 3).

Таблиця 3 – Множина усіх потенційних структурних елементів моделі

| № | Структурний елемент | №  | Структурний елемент | №  | Структурний елемент |
|---|---------------------|----|---------------------|----|---------------------|
| 1 | $x$                 | 7  | $xy^2$              | 13 | $xy^3$              |
| 2 | $y$                 | 8  | $x^2y^2$            | 14 | $x^2y^3$            |
| 3 | $xy$                | 9  | $x^3$               | 15 | $x^3y^3$            |
| 4 | $x^2$               | 10 | $y^3$               | 16 | $x^4$               |
| 5 | $y^2$               | 11 | $x^3y$              | 17 | $y^4$               |
| 6 | $x^2y$              | 12 | $x^3y^2$            | 18 | $x^4y^4$            |

Із використанням методу структурної та параметричної ідентифікації, отримуємо таку інтервальну модель розподілу максимальної амплітуди інформаційного сигналу на хірургічній рані:

$$[\hat{A}^-; \hat{A}^+] = [\hat{g}_1] + [\hat{g}_2]y + [\hat{g}_3]x^2 + [\hat{g}_4]\sin(xy[\hat{g}_5]), \quad (58)$$

де  $x, y$  – нормовані координати хірургічної рани;  $[g_1]=[6,87; 6,91]$ ;  $[g_2]=[-0,85; -0,84]$   $[g_3]=[0,174; 0,178]$ ;  $[g_4]=[45,43; 45,44]$ ;  $[g_5]=[0,082; 0,083]$ .

Отримана інтервальна модель (58), яка представляє розподіл амплітуди інформаційного сигналу на хірургічній рані, є простішою, з точки зору обчислень на її основі, у порівнянні із відомими моделями цього об'єкта і придатна для моніторингу зворотного гортанного нерва без додаткових досліджень області хірургічного втручання. У ділянці, де найбільше значення у розподілі цієї амплітуди ймовірно знаходиться ЗГН. Якщо визначити точку на хірургічній рані, то завжди на основі формули (58) обчислимо інтервал для амплітуди інформаційного сигналу, тобто без потреби подразнення у цій точці. Такий підхід візуалізації розміщення ЗГН на ділянці хірургічного втручання використано у пристрої моніторингу ЗГН, авторське право якого захищено патентом.

*Інтервальна модель генерованої електроенергії малою гідроелектростанцією (МГЕС).* Завдання відновлення існуючих та створення нових МГЕС є нагальними, враховуючи потенціал гідроресурсів в Україні. У той же час доцільно розробити математичні моделі характеристик гідроелектростанції з метою дослідження та забезпечення максимальної ефективності використання гідроенергетичних ресурсів. За приклад таких досліджень обрано МГЕС «Топольки», яку побудовано на річці Стрипа в Тернопільській області. Зазначена МГЕС має дві турбіни, які з'єднано з генераторами з потужністю 70 та 90 кВт. Робота генераторів у системі вимагає постійної оцінки стану характеристик гідроресурсів та прогнозування можливої генерованої електроенергії з метою заощадливого використання обладнання станції. Зокрема, необхідним є прогнозування кожен раз при зміні погодних умов та сезонних коливань наявних гідроресурсів, з метою прийняття рішень про доцільність використання двох турбін одночасно, або використання якої з двох турбін є доцільним. У такому випадку, одну із турбін можна виводити на ремонт. Таким чином виникає необхідність розробки та використання моделі, яка пов'язує кількість потенційно можливої згенерованої електроенергії у залежності від характеристик гідротехнічного обладнання та наявних гідроресурсів. Спираючись на попередні дослідження, в яких визначалися характеристики цієї МГЕС, модель генерованої електроенергії подаємо у вигляді

$$y_0 = \varphi_{m+1}(\vec{g})\varphi_1(\vec{x}) + \dots + \varphi_{2m}(\vec{g})\varphi_m(\vec{x}), \quad (59)$$

де  $y_0$  – обсяг генерованої електроенергії за добу;  $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$  складається з трьох компонент:  $x_1$  – реактивна потужність,  $x_2$  – напір води,  $x_3$  – рівень води на гідропості.

Із використанням методу структурної та параметричної ідентифікації, отримано таку інтервальну модель щодобової генерованої електроенергії:

$$[\hat{y}^-(\vec{x}); \hat{y}^+(\vec{x})] = [\hat{g}_1]x_1 + [\hat{g}_2]x_1x_3 + [\hat{g}_3]x_1^2 + [\hat{g}_4]x_3, \quad (60)$$

де  $[g_1]=[4,787; 5,344]$ ;  $[g_2]=[0,048; 0,054]$ ;  $[g_3]=[0,003; 0,004]$ ;  $[g_4]=[-0,217; -0,242]$ .

Відома інтервальна модель має такий вигляд:  

$$[\hat{y}(\vec{x})] = [5,5996; 5,6001]x_1 + [0,0937; 0,0941] \cdot x_1x_3 + [-5,7855; -5,7851] \cdot \sin(x_3) +$$

$$+ [-0,0077; -0,0073] \cdot x_1x_2^2.$$

Як бачимо, отримана модель (60) є простішою, з точки зору обчислень на її основі, у порівнянні із відомою. Тому використання розробленої інтервальної моделі є доцільним для моделювання та прогнозування кількості генерованої електроенергії кожен раз при зміні погодних умов та сезонних коливань наявних гідроресурсів, з метою прийняття рішень про доцільність використання двох турбін одночасно, або використання однієї з двох.

*Моделювання процесів у біогазових установках.* Розглянемо процес ідентифікації інтервальної моделі процесу анаеробного мікробіологічного бродіння в біогазових установках (БГУ).

Як відомо, процеси у БГУ не є детермінованими і суттєвим чином залежать як від структури біосировини, так і від параметрів технологічного процесу (температури та кислотності середовища зброджування). Урахування неоднорідності середовища зброджування описано з використанням методів аналізу інтервальних даних.

Отже, характеристики процесу анаеробного мікробіологічного бродіння в біогазових установках встановимо за результатами структурної та параметричної ідентифікації у вигляді ДДМ. Використання зазначених моделей у процесі прийняття рішень дасть можливість адаптивно налаштувати технологічні параметри БГУ під конкретні тип та структуру біосировини.

Отже, структуру ІДМ для опису динаміки залишкової маси органічних відходів у реакторі БГУ в процесі бродіння визначено як нелінійну дискретну модель.

У результаті процесу структурної ідентифікації із використанням розробленого методу із використанням ПМБК отримали наступну дискретну модель:

$$[\hat{v}_k] = [\hat{v}_{k-1}] - h \cdot \hat{g}_1 \cdot [\hat{v}_{k-1}] \cdot (1 + h \cdot (\hat{g}_2 \cdot [\hat{v}_{k-2}] - \hat{g}_3)) / (\hat{g}_4 + [\hat{v}_{k-1}]), \quad (61)$$

де  $v_0, v_k$  – початкова та залишкова маса органічних відходів у реакторі БГУ на  $k$ -й дискреті процесу бродіння;  $[\hat{v}_0^-; \hat{v}_0^+] = [((z_0^- + z_0^+) \cdot 0,5) \cdot (1 - 0,01); ((z_0^- + z_0^+) \cdot 0,5) \cdot (1 + 0,01)] \subset [9,3; 10,7]$ ;  $[\hat{v}_1^-; \hat{v}_1^+] = [((z_1^- + z_1^+) \cdot 0,5) \cdot (1 - 0,01); ((z_1^- + z_1^+) \cdot 0,5) \cdot (1 + 0,01)] \subset [9,42; 10,41]$ ;  $h=0,2$ ;  $\hat{g}_1 = 8,7807$ ;  $\hat{g}_2 = 0,0470$ ;  $\hat{g}_3 = -10,0145$ ;  $\hat{g}_4 = 88,5431$ .

У табл. 4 наведено результати оцінювання обчислювальної складності  $N_F$  у процесі реалізації методу структурної ідентифікації вище зазначеної моделі із використанням процедур випадкового пошуку оптимальних параметрів та із використанням методу на основі ПМБК.

Таблиця 4 – Результати оцінювання обчислювальної складності  $N_F$  реалізації методу структурної ідентифікації математичної моделі процесу анаеробного мікробіологічного бродіння в БГУ

| № | Метод   | $N_F$   |
|---|---|---------|
| 1 | Структурна ідентифікація із використанням ВПЛТ                | 2456563 |
| 2 | Структурна ідентифікація із використанням ВПНС                | 1560865 |
| 3 | Структурна ідентифікація із використанням СПНКР               | 1460261 |
| 4 | Структурна ідентифікація із використанням ВПАК                | 1904543 |
| 5 | Запропонований метод структурної ідентифікації на основі ПМБК | 18795   |

Очевидно, що в цілому обчислювальна складність реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ із застосуванням розробленого методу структурної ідентифікації нижча у порівнянні із існуючими методами. При цьому вираш у порівнянні із існуючим методом складає  $1460261/18795 = 77,69$  раз.

*Інтервальна модель ефективності функціонування інформаційних веб-ресурсів.*

Однією із задач моделювання ефективності інформаційних веб-ресурсів є моделювання й оптимізація веб-ресурсу центру надання адміністративних послуг. Часто надання адміністративних послуг населенню та юридичним особам виконується за попереднього консультування з адміністраторами через веб-ресурс, зокрема чат або особистий кабінет користувача. Щоб замовити ту чи іншу послугу, користувачу потрібно спочатку знайти необхідну послугу у наявному переліку, ознайомитись зі списком необхідних документів та проконсультуватись, у разі потреби, з адміністратором. Зібравши повний пакет документів для отримання певної послуги, наприклад екологічної експертизи, людина може прийти і замовити дану послугу. Планування такої роботи забезпечить оптимальне використання ресурсів Центру надання адміністративних послуг (ЦНАП). Реєстрація на прийом до адміністраторів ЦНАП здійснюється через електронну чергу на сайті та через термінали безпосередньо у приміщенні центру в єдину базу. Проте, такий спосіб оптимізації роботи ЦНАП не завжди забезпечує рівномірний розподіл навантаження на адміністраторів у силу наявності «живої» черги у приміщенні центру. Для вирішення цієї задачі запропоновано створити математичну модель, яка б показувала тенденції використання веб-сервісів ЦНАП, і на цій основі оптимізувати роботу адміністраторів центру, а саме при збільшенні навантаження на певні послуги чи їх групи перерозподілити послуги між відділами або перерозподілити адміністраторів між відділами.

Для побудови такої моделі було зібрано дані використання веб-сервісів ЦНАП за певний період, а саме один рік, на основі GOOGLE ANALYTIC та Google API (Analytics Reporting 4). На отриманих даних встановлено наявність певних циклів відвідуваності, які повторюються щотижнево. Узагальнивши статистичні дані, отримано межові значення, тобто максимальне та мінімальне значення відвідуваності для кожного дня тижня протягом року.

Для побудови математичної моделі ефективності функціонування веб-ресурсу ЦНАП використано метод параметричної ідентифікації інтервальних моделей динамічних об'єктів та метод структурної ідентифікації інтервальних моделей динамічних об'єктів.

Результуюча математична модель для прогнозування активності користувачів (математична модель динамічного об'єкта) цього веб-ресурсу знайдена у нелінійному вигляді:

$$\hat{v}_k = g_0 + g_1 \cdot \frac{1}{\hat{v}_{k-1}} + g_2 \cdot \hat{v}_{k-1} \cdot \hat{v}_{k-1} + g_3 \cdot \frac{\hat{v}_{k-1}}{\hat{v}_{k-2}}, k = 2, \dots, 6, \quad (62)$$

де  $g_0 = -0,2954$ ;  $g_1 = 0,1549$ ;  $g_2 = 0,0042$ ;  $g_3 = -3,3365$ .

Отримана математична модель активності користувачів web-ресурсу центру надання адміністративних послуг Тернопільської міської ради може бути поширена на інші подібні web-ресурси. При цьому потрібне незначне її налаштування. Застосування такої моделі дає можливість оптимізувати бізнес-процеси персоналу, планувати протягом тижня щоденну завантаженість виконавців послуг та оптимально розподіляти ресурси організації.

Варто зазначити, що усі представлені математичні моделі відрізняються або простішою структурою порівняно із відомими моделями, або характеризуються зниженням обчислювальної процедури їх побудови (зменшенням часової складності) за рахунок використання розроблених у дисертації методів.

## ВИСНОВКИ

Отримані у дисертації наукові результати у сукупності вирішують науково-прикладну проблему зниження обчислювальної складності процесів побудови математичних моделей складних об'єктів в умовах інтервальної невизначеності з одночасним забезпеченням гарантованої точності цих моделей у межах необхідних для розв'язування задач прийняття рішень.

При цьому, отримано такі наукові та практичні результати.

1. Проведено аналіз відомих методів та алгоритмів ідентифікації моделей характеристик статичних та динамічних об'єктів в умовах невизначеності і сформульовано можливі напрями розвитку цих методів. Встановлено, що у випадку обмежених за значеннями вимірювальних похибок доцільно використовувати методи аналізу інтервальних даних. Обґрунтовано для моделювання певних складних систем і процесів використання методу структурної ідентифікації на основі поведінкової моделі бджолиної колонії. Показано основні недоліки цього методу, зокрема, висока обчислювальна складність реалізації.

2. Розроблено метод параметричної ідентифікації інтервальних моделей характеристик статичних та динамічних об'єктів на основі аналізу інтервальних даних, який ґрунтується на процедурах самоорганізації та самоадаптації обчислювальних процедур за аналогією з поведінковими моделями бджолиної колонії. Ітераційна процедура для методу оцінювання розв'язку ІСНАР, на основі якої отримують параметри моделі, ґрунтується на оцінюванні на кожній ітерації «якості» оцінки параметрів математичної моделі. Вказана процедура реалізується згідно з поведінковою моделлю бджолиної колонії і є фактично подібною для ідентифікації моделей статичних та динамічних об'єктів. Проте, відмінними є критерії оцінювання, які представлені цільовими функціями  $\delta([\hat{g}_i^-, \hat{g}_i^+])$ . Ефективність розробленого методу досліджена на основі оцінювання обчислювальної складності його реалізації на прикладі двох задач: ідентифікації математичної моделі процесу поширення окису вуглецю від автомобільного транспорту та ідентифікації математичної моделі анаеробного мікробіологічного бродіння у біогазових установках. У результаті порівняння з відомими методами параметричної ідентифікації встановлено, що розроблений метод параметричної ідентифікації інтервальних моделей характеристик статичних та динамічних об'єктів ефективніший у 1,52 – 2,35 рази при невеликих розмірностях задачі, а саме 2-4 параметри моделі.

3. Розроблено метод структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів на основі аналізу інтервальних даних з процедурами самоорганізації та самоадаптації структур моделей. Показано еквівалентність задач структурної ідентифікації інтервальних моделей характеристик статичних та динамічних об'єктів, яка також базується на застосуванні поведінкових моделей бджолиної колонії, для пошуку адекватних структур та параметрів моделей, а саме при оцінюванні на кожній ітерації «якості» оцінки структури  $\delta(\lambda_s)$  та параметрів математичної моделі по аналогії із задачею параметричної ідентифікації,

що задається у вигляді різниці центрів найбільш віддалених між собою прогнозного та експериментального інтервалів – у випадку, коли вони не перетинаються та найменшою шириною перетину серед прогнозних та експериментальних інтервалів – для випадку їх перетину. Різними є критерії оцінювання, які представлені цільовими функціями  $\delta(\lambda_s)$ . Ефективність розробленого методу структурної ідентифікації показана та досліджена базуючись на оцінці обчислювальної складності розв'язування прикладних задач, зокрема ідентифікації математичної моделі динаміки концентрацій  $\text{NO}_2$ . У результаті порівняння з відомими методами структурної ідентифікації встановлено, що розроблений метод структурної ідентифікації інтервальних моделей характеристик статичних та динамічних об'єктів ефективніший у середньому на 8% без врахування зменшення обчислювальних витрат, за рахунок застосування такої нової схеми розв'язування задачі параметричної ідентифікації при невеликих розмірностях задачі, а саме 4 параметри моделі.

4. Створено комп'ютерне середовище для побудови інтервальних моделей характеристик статичних та динамічних об'єктів, яке, на відміну від існуючих, об'єднує методи структурної та параметричної ідентифікації, реалізовані на основі поведінкових моделей бджолиної колонії, що забезпечило цілісний підхід до побудови моделей з гарантованою точністю в умовах інтервальної невизначеності та суттєво спростило використання засобів моделювання для користувача. Запропоновано сервіс-орієнтовану архітектуру такого середовища та показано специфіку його реалізації на основі об'єктно-орієнтованого підходу за допомогою технології .NET на мові програмування C#. Створене комп'ютерне середовище інтегрується в існуючі прикладні програмні системи за допомогою внутрішнього API і може виконувати власні додаткові бізнес-функції та працювати в рамках застосування smart-технологій.

5. Удосконалено метод еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей характеристик статичних систем на основі ітераційної обчислювальної схеми оптимального насиченого планування експерименту та розпаралелення обчислювальних процесів. Задача допускового еліпсоїдного оцінювання є складною нелінійною задачею, для розв'язування якої запропоновано відому схему – це пошук конфігурації ДЕО та пошук субоптимальної ДЕО із урахуванням всіх обмежень з розпаралеленням обчислювального процесу. Запропоновано оптимізувати порядок вибору інтервальних рівнянь в схемі редукції ІСЛАР на основі методу планування послідовних  $I_G$ -оптимальних експериментів, що забезпечило підвищення ефективності реалізації зазначеної обчислювальної схеми.

6. Апробовано нові й удосконалені методи та розробленого програмного середовища для розв'язування прикладних задач побудови моделей характеристик статичних та динамічних об'єктів в умовах інтервальної невизначеності, зокрема для моніторингу забруднень атмосфери автотранспортом на прикладі м. Тернополя; ідентифікації зворотного гортанного нерва в процесі хірургічної операції на щитоподібній залозі; моделювання і прогнозування потужності малої гідроелектростанції «Топольки»; моделювання відвідування веб-сервісів надання адміністративних послуг Центру надання адміністративних Тернопільської міської ради.

Ефективність запропонованих алгоритмів підтверджено результатами обчислювальних експериментів та впровадженням на підприємствах.



## СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

*Наукові праці, в яких опубліковано основні наукові результати дисертації*

1. Дивак М. П., Порплиця Н. П., Масляк Ю. Б., Пукас А. В., Мельник А. М. Метод ідентифікації моделей об'єктів із розподіленими параметрами з просторово розподіленим керуванням на основі аналізу інтервальних даних // *Радіоелектроніка, інформатика, управління*, 2017. № 2. С.150–159.
2. Dyvak M., Stakhiv P., Pukas A. Algorithms of parallel calculations in task of tolerance ellipsoidal estimation of interval model parameters // *Bulletin of the Polish Academy of Sciences – Technical Sciences*. 2012. Vol. 60, Is. 1. P. 159–164.
3. Dyvak M., Yaskiv V., Pukas A. Interval estimation of weight–dimensional characteristics of high–frequency magnetic amplifier of pulse power supplies // *Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*. 2009. №4. P. 92–94.
4. Pukas A., Dyvak M., Kozak O. Interval model for identification of laryngeal nerves // *Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*. 2010. Vol. 86, Is.1. P. 139–140.
5. Dyvak M., Kasatkina N., Padletska N., Pukas A. Spectral analysis the information signal in the task of identification the recurrent laryngeal nerve in thyroid surgery // *Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*. 2013. – Vol. 89, Is. 6. P. 275–277.
6. Dyvak M., Pukas A., Melnyk A., Klos-Witkowska A., Karpinski M. Mathematical model in task of recurrent laryngeal nerve identification by electrophysiological method // *Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*. 2017. Vol. 93, Is. 12. P. 266–270.
7. Dyvak M., Papa O., Melnyk A., Pukas A., Porplytsya N., Rot A. Interval model of the efficiency of the functioning of information web resources for services on ecological expertise // *Mathematics*. 2020. Vol. 8(12). P. 1–12.
8. Dyvak M., Stakhiv P., Pukas A., Voytyuk I., Porplytsya N., Maslyiak Y. Interval model of dynamics of dispersion of harmful pollution from vehicular traffic // *Journal of Applied Computer Science*. 2016. Vol. 24, No. 4. P. 49–60.
9. Savka N., Dyvak M., Pukas A., Nemish V. Intelligent classifier based on radial basis function network for the task of identification the recurrent laryngeal nerve in a surgical wound // *Journal of Applied Computer Science*. 2014. Vol. 22, No. 2. P. 55–64.
10. Дивак М. П., Пукас А. В., Марценюк Є. О., Войтюк І. Ф. Моделювання лінійних динамічних систем із заданою структурою каналу вимірювання методами аналізу інтервальних даних // *Моделювання та керування станом еколого-економічних систем регіону. Збірник праць*. К.: МННЦ ІТiС, 2008. Вип. 4. С. 79–90.
11. Пукас А. Інтервальна модель для задач екологічного контролю // *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах*. 2008. № 1. С. 210–217.
12. Дивак М. П., Пукас А. В., Дивак Т. М. Ідентифікація параметрів різницевого оператора в задачах моделювання процесів поширення забруднень методами аналізу інтервальних даних // *Збірник наукових праць Донецького національного технічного університету: Серія «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка»*. 2009. Вип. 10 (153). С. 224–229.
13. Дивак М. П., Марценюк Є. О., Пукас А. В. Інтервальні дискретні динамічні моделі виробництва біогазу з побутових органічних відходів // *Праці Інституту електродинаміки Національної академії наук України*. 2010. Спец. випуск. С. 179–184.

14. Козак О. Л., Дивак М. П., Пукас А. В. Застосування методів допускового еліпсоїдного оцінювання параметрів інтервальних моделей для задачі візуалізації гортанних нервів // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Радіоелектроніка та телекомунікації. 2010. № 680. С. 196–206.

15. Войтюк І. Ф., Дивак Т. М., Дивак М. П., Пукас А. В. Застосування інтервального різницевого оператора для апроксимації полів концентрацій шкідливих викидів автотранспорту // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. 2011. № 1. С. 44–52.

16. Пукас А., Рудяк Р., Сівер Д. Генерування та каталогізація оптимальних планів для побудови інтервальних моделей статичних систем // Відбір і обробка інформації. 2012. Вип. 36. С. 63–68.

17. Дывак Н. П., Дывак Т. Н., Пукас А. В., Манжула В. И. Макромодель распределения влажности в листе гипсокартона в процессе его сушения на основе интервального разностного оператора // Управляющие системы и машины. 2013. № 2. С. 72–78.

18. Дивак М. П., Олійник І. С., Пукас А. В. Особливості комп'ютерної реалізації методу локалізації параметрів інтервальних моделей із виділенням «насиченого блоку» // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. 2014. № 2. С. 59–71.

19. Дивак М. П., Падлецька Н. І., Пукас А. В., Гордієвич Ю. А., Вальчишин С. П. Програмна система для дослідження процесів ідентифікації зворотного гортанного нерва // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. 2015. №3(52). С. 131–138.

20. Веремчук А. В., Пукас А. В., Войтюк І. Ф. Проектування програмного забезпечення для ідентифікації інтервальних моделей об'єктів з розподіленими параметрами // Відбір і обробка інформації. 2016. Вип. 44 (120). С. 97–103.

21. Дивак М. П., Масляк Ю. Б., Пукас А. В., Порплиця Н. П., Войтюк І. Ф., Тимчишин В. С. Архітектура системи екологічного моніторингу та приклад її застосування для моделювання концентрацій шкідливих викидів автотранспорту // Індуктивне моделювання складних систем. Збірник наукових праць. Київ: Міжнар. наук.-навч. Центр інформ. технологій та систем НАН та МОН України, 2017. Вип. 9. С. 69–84.

*Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації*

22. Dyvak M., Stakhiv P., Pukas A. Design of sequential experiment for creating of interval model for ecological monitoring systems // Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications: Proceedings of the IV International Workshop. Dortmund, Germany, 2007. P. 286–289.

23. Dyvak M., Pukas A., Kozak O. Tolerance estimation of parameters set of models created on experimental data // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science: Proceedings of the VIII International Conference 'TCSET'2008'. Lviv–Slavsko: Lviv Polytechnic National University, 2008. P. 24–26.

24. Dyvak M., Pukas A., Dyvak T. Method of parametric identification of difference functional based on the interval data analysis // The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics: Proceedings of the X International

Conference 'CADSM'2009'. Polyana–Svalyava, Ukraine: Lviv Polytechnic National University, 2009. P. 85–88.

25. Pukas A., Dyvak T. Features of solving of the task of parameter identification of linear interval difference functional // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science: Proceedings of the Xth International Conference 'TCSET'2010'. Lviv–Slavske: Lviv Polytechnic National University, 2010. P. 42.

26. Pukas A., Dyvak M., Kozak O. Features of information signal selection for visualization of laryngeal nerves location // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science: Proceedings of the Xth International Conference 'TCSET'2010'. Lviv–Slavske: Lviv Polytechnic National University, 2010. P. 142.

27. Pukas A., Kozak O., Rudyak R., Siver D. Information technology for the time complexity estimation of the parameters identification algorithm by interval approach // The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics: Proceedings of the XI International Conference 'CADSM'2011'. Polyana–Svalyava, Ukraine: Lviv Polytechnic National University, 2011. P. 256–258.

28. Dyvak M., Komar M. Pukas A. Methods and tools for reducing the risk of damage the reverse laryngeal nerve during the surgical operation on a thyroid // Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications: Proceedings of the VI International Conference. Prague, Czech Republic, 2011. Vol. 2. P. 604–607.

29. Dyvak M., Pukas A., Padletska N., Kozak O. Information technology for implementing the electrophysiological method of identifying the reverse laryngeal nerve during surgery on thyroid // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science: Proceedings of the XIth International Conference 'TCSET'2012'. Lviv–Slavske: Lviv Polytechnic National University, 2012. P. 232.

30. Brushnicka A., Pukas A., Shpintal M., Manzhula V. Formalization the task of increasing the Websites attendance based on management the dynamics of their characteristics // The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics: Proceedings of the XIII International Conference 'CADSM'2015'. Polyana–Svalyava, Ukraine: Lviv Polytechnic National University, 2015. P. 263–265.

31. Dyvak M., Pukas A., Oliynyk I. Macromodel of dynamics of the electric power generated by small hydroelectric power station based on interval data analysis // Computational Problems of Electrical Engineering: Proceedings of abstracts of the 16<sup>th</sup> International Conference 'CPEE'2015'. Lviv, Ukraine, 2015. P. 32–35.

32. Maslyiak Y., Dyvak M., Porplytsya N., Pukas A., Dyvak T. Drywall humidity modeling during its drying process under condition of changing the temperature fields based on interval difference operator // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science: Proceedings of the XIIIth International Conference 'TCSET'2016'. Lviv–Slavske: Lviv Polytechnic National University, 2016. P. 136–139.

33. Veremchuk A., Pukas A., Voytyuk I., Spivak I. Mathematical and software tools for modeling objects with distributed parameters // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science: Proceedings of the XIIIth International Conference 'TCSET'2016'. Lviv–Slavske: Lviv Polytechnic National University, 2016. P. 149–152.

34. Voytyuk I., Porplytsya N., Pukas A., Dyvak T. Identification the interval difference operators based on artificial bee colony algorithm in task of modeling the air pollution from vehicular traffic // The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics: Proceedings of the XIV International Conference ‘CADSM’2017’. Polyana–Svalyava, Ukraine: Lviv Polytechnic National University, 2017. P. 58–62.

35. Pukas A., Dyvak M., Padletska N., Shidlovsky V., Dyvak A. Mathematical models of informative characteristic of tissues in surgical wound at monitoring the recurrent laryngeal nerve by electrophysiological method // The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics: Proceedings of the XIV International Conference ‘CADSM’2017’. Polyana–Svalyava, Ukraine: Lviv Polytechnic National University, 2017. P. 8–12.

36. Dyvak M., Pukas A., Maslyiak Y., Stakhiv P., Cegielski M. Using a neural network with radial basis functions for task of recurrent laryngeal nerve monitoring based on electrophysiological approach // Computational Problems of Electrical Engineering: Proceedings of 18<sup>th</sup> International Conference ‘CPEE’2017’. Kutna Hora, Czech Republic, 2017. P. 1–4.

37. Dyvak M., Voytyuk I., Porplytsya N., Pukas A. Modeling the process of air pollution by harmful emissions from vehicles // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science: Proceedings of the XIVth International Conference ‘TCSET’2018’. Lviv–Slavske: Lviv Polytechnic National University, 2018. P. 1272–1276.

38. Dyvak M., Oliynyk I., Maslyiak Y., Pukas A. Static interval model of air pollution by motor vehicles and its identification method // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science: Proceedings of the XIVth International Conference ‘TCSET’2018’. Lviv–Slavske: Lviv Polytechnic National University, 2018. P. 859–863.

39. Maslyiak Y., Pukas A., Voytyuk I., Shynkaryk M. Environmental monitoring system for control of air pollution by motor vehicles // Perspective Technologies and Methods in MEMS Design: Proceedings of the XIV-th International Conference ‘MEMSTECH’2018’. – Lviv – Polyana: Lviv Polytechnic National University, 2018. P. 250–254.

40. Papa O., Kedrin Y., Pukas A., Avhustyn R. Visitors queue management optimization using Web system for activity support of the administrative services center // Advanced Computer Information technologies: International Conference Proceedings. Ceske Budejovice, Czech Republic, 2018. P. 187–190.

41. Dyvak M., Pukas A., Oliynyk I., Melnyk A. Selection the “saturated” block from interval system of linear algebraic equations for recurrent laryngeal nerve identification // Proceedings of the 2018 IEEE Second International Conference on Data Stream Mining & Processing ‘DSMP’. Lviv–Novoiavorivsk, Ukraine, 2018. P. 444–448.

42. Dyvak M., Maslyiak Y., Pukas A. Information technology for modeling of atmosphere pollution processes by motor vehicle harmful emissions // 2019 IEEE 15th International Conference on the Experience of Designing and Application of CAD Systems ‘CADSM’: Proceedings. Polyana–Lviv, 2019. P. 1–5.

43. Holubiev V., Voytyuk I., Pukas A., Simashko V., Shpak Y., Snihur K. Implementing cloud technologies to optimize customer contact centers operation // 2019 9<sup>th</sup>

International Conference on Advanced Computer Information Technologies ‘ACIT’2019’, Ceske Budejovice, Czech Republic. Lviv, 2019. P. 308–311.

44. Dyvak M., Oliinyk I., Pukas A. Design of saturated interval experiments for modeling of recurrent laryngeal nerve identification process // 2019 9<sup>th</sup> International Conference on Advanced Computer Information Technologies ‘ACIT’2019’, Ceske Budejovice, Czech Republic. Lviv, 2019. P. 29–34.

45. Kedrin Y., Dyvak M., Pukas A., Voytyuk I. System for visualization the map of air pollution by vehicles // 2019 IEEE 20<sup>th</sup> International Conference on Computational Problems of Electrical Engineering ‘CPEE’2019’. Lviv-Slavskie, 2019. – P. 1–4.

46. Dyvak M., Maslyiak Y., Voytyuk I., Pukas A. Information technology for monitoring and modeling the atmospheric pollution by harmful emissions from vehicles // 15<sup>th</sup> International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering ‘TCSET’2020’: Proceedings. Lviv–Slavske, 2020. P. 903–909.

47. Dyvak M., Porplytsya N., Pukas A., Voytyuk I., Huliiev N., Pryvrotsky V. Artificial bee colony algorithm with modified operators of determining the profitable food sources for identification the models of atmospheric pollution by nitrogen dioxide // 2020 10<sup>th</sup> International Conference on Advanced Computer Information Technologies ‘ACIT’. Deggendorf, Germany, 2020. P. 122–125.

48. Kedrin Y., Dyvak M., Pukas A., Voytyuk I., Maslyiak Y., Papa O. Features of artificial bee colony based algorithm realization for parametric identification method of the interval discrete dynamic models // 2020 10<sup>th</sup> International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT). Deggendorf Germany, 2020. P. 239–245.

49. Pukas A., Dyvak M., Manzhula V., Stakhiv P. Structural identification of interval models of the static systems // International Workshop on Inductive Modelling: Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International Workshop. Prague, Czech Republic, 2007. P.172–179.

50. Пукас А. В., Олійник І. С. Перевірка ефективності методу Іg–оптимального послідовного планування експерименту для різних законів розподілу похибки в даних // Проблемно-наукова міжгалузева конференція “Інформаційні проблеми комп’ютерних систем, юриспруденції, економіки та моделювання (ПНМК – 2008)”. Бучач, 2008. С. 151–154.

51. Пукас А. В., Романюк П. Р. Математичне моделювання фонових рівнів концентрацій шкідливих речовин на прикладі СЕС м. Тернополя // Проблемно-наукова міжгалузева конференція “Інформаційні проблеми комп’ютерних систем, юриспруденції, економіки та моделювання (ПНМК – 2008)”. Бучач, 2008. С. 158–160.

52. Dyvak M., Pukas A., Yaskiv V. Interval estimation of weight-dimensional characteristics of high-frequency magnetic amplifier of pulse power supplies // Computational Problems of Electrical Engineering: Proceedings of the IX International Workshop. Alushta, 2008. P. 14–16.

53. Пукас А. В., Олійник І. С. Оптимізація обчислювальної процедури реалізації методу послідовного ІG–оптимального планування експерименту // Проблемно-наукова міжгалузева конференція “Інформаційні проблеми комп’ютерних систем, юриспруденції, економіки та моделювання (ПНМК–2009)”. Бучач, 2009. С. 225–228.

54. Пукас А. В., Максимова С. Я., Хмурич І. М. Web-орієнтована підсистема збору даних для контролю забруднення атмосфери автотранспортом // Проблемно-

наукова міжгалузева конференція “Інформаційні проблеми комп’ютерних систем, юриспруденції, енергетики, економіки, моделювання та управління (ПНМК–2010)”. Бучач, 2010. С. 295–298.

55. Пукас А. В., Ковалишин А. Б., Гальчак Р. В. Особливості послідовного планування багатофакторного експерименту в тригонометричному базисі // Проблемно–наукова міжгалузева конференція “Інформаційні проблеми комп’ютерних систем, юриспруденції, енергетики, економіки, моделювання та управління (ПНМК–2010)”. Бучач, 2010. С. 284–287.

56. Dyvak M., Pukas A. Parallelism in algorithms of interval model parameters identification by the methods of tolerance ellipsoidal estimation // Computational Problems of Electrical Engineering: Proceedings of the XI-th International Workshop. Lázně Kynžvart, Czech Republic, 2010. P. 81.

57. Новіцький О. П., Пукас А. В. Організація кластерних обчислень для розв’язування задач параметричної ідентифікації інтервальних моделей // Сучасні комп’ютерні інформаційні технології: Матеріали I Всеукраїнської школи–семінару молодих вчених та студентів ‘АСІТ’2011’. Тернопіль: ТНЕУ, 2011. С. 101–103.

58. Рудяк Р. О., Сівер Д. В., Пукас А. В. Програмне забезпечення для генерування тестових даних для різних структур інтервальних математичних моделей // Сучасні комп’ютерні інформаційні технології: Матеріали I Всеукраїнської школи–семінару молодих вчених та студентів ‘АСІТ’2011’. Тернопіль: ТНЕУ, 2011. С. 16–17.

59. Пукас А. В., Масляк Ю. Б. Програмне забезпечення для моделювання енергетичних характеристик високочастотних магнітних підсилювачів // Теоретичні та прикладні аспекти радіотехніки і приладобудування: Матеріали I науково–технічної конференції. Тернопіль: ТНТУ, 2011. С. 82 – 84.

60. Хоптій С., Войтюк І., Пукас А. Імітаційна система для оцінки якості структури інтервальних різницевих операторів // Теоретичні та прикладні аспекти радіотехніки і приладобудування: Матеріали I науково–технічної конференції. Тернопіль: ТНТУ, 2011. С. 80–81.

61. Dyvak M., Pukas A. Electrophysiological method and interval model for identification the distance to reverse laryngeal nerve during surgery operation on the thyroid // Computational Problems of Electrical Engineering: Proceedings of the XII International Workshop, Kostryna, Trans – Carpathian region, Ukraine. Lviv, 2011. P. 65.

62. Пукас А. В., Рудяк Р. О., Сівер Д. В., Серета Р.Р. Електронний каталог оптимальних планів інтервальних експериментів // Сучасні комп’ютерні інформаційні технології: Матеріали II Всеукраїнської школи–семінару молодих вчених та студентів ‘АСІТ’2012’. Тернопіль: ТНЕУ, 2012. С. 60–61.

63. Пукас А.В., Зайко Ю.О. Удосконалений метод послідовного Іg–оптимального планування експерименту на основі розпаралелення обчислень // Сучасні комп’ютерні інформаційні технології: Матеріали II Всеукраїнської школи–семінару молодих вчених та студентів АСІТ’2012. Тернопіль: ТНЕУ, 2012. С. 138 –139.

64. Dyvak M., Pukas A., Kasatkina N., Padletska N. Spectral analysis the information signal in the task of identification the recurrent laryngeal nerve in thyroid surgery // Computational Problems of Electrical Engineering: Proceedings of the XIII International Workshop. Grybow, Poland, 2012. P. 55.

65. Dyvak M., Padletska N., Pukas A., Kozak O. Identification the recurrent laryngeal nerve by the autocorrelation function of signal as reaction on the stimulation of tissues in surgical wound // The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics: Proceedings of the XII International Conference 'CADSM'2013'. Polyana–Svalyava, Ukraine: Lviv Polytechnic National University, 2013. P. 89–92.

66. Дивак М. П., Пукас А. В. Застосування інтервальних різницевих операторів у задачі візуалізації зворотнього гортанного нерва // Сучасні комп'ютерні інформаційні технології: Матеріали III Всеукраїнської школи-семінару молодих вчених та студентів 'АСІТ'2013'. Тернопіль: ТНЕУ, 2013. С. 24–25.

67. Dyvak M., Pukas A., Padletska N. An algorithm of receiving the interval characteristics of information signal in the task of identification the recurrent laryngeal nerve // Computational Problems of Electrical Engineering and Advanced Methods of the Theory of Electrical Engineering: Proceedings of the Joint Conference CPEE – AMTEE 2013. Roztoky u Křivoklátu, Czech Republic, 2013. VII – 1.

68. Пукас А. В., Гордієвич Ю. А., Ленцик І. Ю. Науково-навчальна web-орієнтована система для дослідження та ідентифікації зворотних гортанних нервів // Сучасні комп'ютерні інформаційні технології: Матеріали IV Всеукраїнської школи-семінару молодих вчених та студентів 'АСІТ'2014'. Тернопіль: ТНЕУ, 2014. С. 150–152.

69. Dyvak M., Oliynyk I., Pukas A., Manzhula V. Interval model for description the small hydroelectric power station and method of its construction // Computational Problems of Electrical Engineering: Proceedings of abstracts of the 15<sup>th</sup> International Conference 'CPEE'2014'. Terchova–Vratna Dolina, Slovak Republic, 2014. – P. 38.

70. Ганущак В. М., Пукас, А. В. Програмна система оптимізації вимірювань на основі планування експерименту // Сучасні комп'ютерні інформаційні технології: Матеріали V Всеукраїнської школи-семінару молодих вчених та студентів 'АСІТ'2015'. Тернопіль: ТНЕУ, 2015. С. 123–124.

71. Кедрін Є. С., Пукас, А. В., Папа О. А. Веб-орієнтована програмна система підтримки діяльності центру надання адміністративних послуг Тернопільської міської ради // Сучасні комп'ютерні інформаційні технології: Матеріали V Всеукраїнської школи-семінару молодих вчених та студентів 'АСІТ'2015'. Тернопіль: ТНЕУ, 2015. С. 94–96.

72. Дивак М. П., Пукас А. В. Концепція побудови міждисциплінарних математичних моделей системних характеристик складних об'єктів в умовах інтервальної невизначеності // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах: Матеріали XIV міжнародної науково-технічної конференції 'ВОТТП-14-2015'. Одеса, 2015. С. 23–25.

73. Веремчук А. В., Пукас А. В., Порплиця Н. П., Папа О. А. Програмна система для моделювання об'єктів з розподіленими параметрами на основі інтервальних різницевих операторів // Сучасні комп'ютерні інформаційні технології: Матеріали V Всеукраїнської школи-семінару молодих вчених та студентів 'АСІТ'2016'. Тернопіль: ТНЕУ, 2016. С. 100–102.

74. Гордієвич Ю. А., Падлецька Н. І., Пукас, А. В., Войтюк І. Ф. Інтерфейс програмної системи для експериментального дослідження тканин хірургічної рани на органах шиї // Сучасні комп'ютерні інформаційні технології: Матеріали V

Всеукраїнської школи-семінару молодих вчених та студентів 'АСІТ'2016'. Тернопіль: ТНЕУ, 2016. С. 117–119.

75. Папа О. А., Пукас А. В., Кедрін Є. С., Веремчук А. В. Розширення функціоналу програмної системи підтримки діяльності центру надання адміністративних послуг Тернопільської міської ради // Сучасні комп'ютерні інформаційні технології: Матеріали V Всеукраїнської школи-семінару молодих вчених та студентів 'АСІТ'2016'. Тернопіль: ТНЕУ, 2016. – С. 143–144.

76. Папа О. А., Кедрін Є. С., Пукас А. В. Особливості реалізації веб-орієнтованої системи підтримки діяльності центру надання адміністративних послуг // Сучасні комп'ютерні інформаційні технології: Матеріали Всеукраїнської конференції з міжнародною участю 'АСІТ'2017'. – Тернопіль: ТНЕУ, 2017. С. 168–170.

77. Пукас А. В., Жук О. О., Кедрін Є. С., Папа О. А. Інформаційна система підтримки надання послуг ЦНАП // Комп'ютерні інформаційні технології: Матеріали школи-семінару молодих вчених і студентів 'СІТ'2019'. Тернопіль: ТНЕУ, 2019. С. 30–31.

*Наукова праця, яка додатково відображає наукові результати дисертації*

78. Патент на корисну модель «Спосіб ідентифікації гортанного нерва з інших тканин хірургічної рани при проведенні хірургічних операцій на щитоподібній залозі» / М. П. Дивак, А. В. Пукас, В. І. Тимець, А. М. Дивак : пат. 124989 Україна; заявл. 04.12.2017; опубл. 25.04.2018 р., Бюлетень №8. 4 с.

## АНОТАЦІЇ

**Пукас А.В. Методи та засоби побудови математичних моделей характеристик складних об'єктів в умовах інтервальної невизначеності.** – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. Національний університет «Львівська політехніка», Міністерство освіти і науки України, Львів, 2021.

У дисертаційній роботі вирішено науково-прикладну проблему зниження обчислювальної складності процесів побудови математичних моделей характеристик складних об'єктів в умовах інтервальної невизначеності з одночасним забезпеченням гарантованої точності цих моделей у межах необхідних для розв'язування задач прийняття рішень. Розроблено метод параметричної ідентифікації інтервальних моделей характеристик статичних та динамічних об'єктів на основі аналізу інтервальних даних, який ґрунтується на процедурах самоорганізації та самоадаптації обчислювальних процедур за аналогією з поведінковими моделями бджолоїної колонії. Розроблено метод структурної ідентифікації інтервальних моделей характеристик статичних та динамічних об'єктів на основі аналізу інтервальних даних з процедурами самоорганізації та самоадаптації структур моделей. Удосконалено метод еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей характеристик статичних об'єктів на основі ітераційної обчислювальної схеми оптимального насиченого планування експерименту, який ґрунтується на розпаралеленні процедур обчислень. Створено програмну систему для побудови інтервальних моделей характеристик статичних та динамічних об'єктів, яка об'єднує методи структурної та параметричної ідентифікації, реалізовані на основі поведінкових моделей бджолоїної колонії, що забезпечило цілісний підхід до



побудови моделей з гарантованою точністю в умовах інтервальної невизначеності та суттєво спростило використання засобів моделювання. Апробовано нові й удосконалені методи та розроблену програмну систему для розв'язування прикладних задач побудови моделей характеристик статичних та динамічних об'єктів в умовах інтервальної невизначеності, зокрема для моніторингу забруднень атмосфери автотранспортом на прикладі м. Тернополя; ідентифікації зворотного гортанного нерва в процесі хірургічної операції на щитоподібній залозі; моделювання і прогнозування потужності малої гідроелектростанції «Топольки»; моделювання відвідування веб-сервісів надання адміністративних послуг.

*Ключові слова:* математичне моделювання, інтервальна дискретна динамічна модель, структурна ідентифікація, параметрична ідентифікація, інтервальна система алгебричних рівнянь, метод еліпсоїдного оцінювання, планування експерименту.

**Пукас А.В. Методы и средства построения математических моделей характеристик сложных объектов в условиях интервальной неопределенности. – На правах рукописи.**

Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. Национальный университет «Львівська політехніка», Министерство образования и науки Украины, Львов, 2021.

В диссертационной работе решена научно-прикладная проблема снижения вычислительной сложности процессов построения математических моделей характеристик сложных объектов в условиях интервальной неопределенности с одновременным обеспечением гарантированной точности этих моделей в пределах необходимых для решения задач принятия решений. Разработан метод параметрической идентификации интервальных моделей характеристик статических и динамических объектов на основе анализа интервальных данных, основанный на процедурах самоорганизации и самоадаптации вычислительных процедур по аналогии с поведенческими моделями пчелиной колонии. Разработан метод структурной идентификации интервальных моделей характеристик статических и динамических объектов на основе анализа интервальных данных с процедурами самоорганизации и самоадаптации структур моделей. Усовершенствован метод эллипсоидного оценивания множества значений параметров интервальных моделей характеристик статических объектов на основе итерационной вычислительной схемы оптимального насыщенного планирования эксперимента, основанный на распараллеливании процедур вычислений. Создано программную систему для построения интервальных моделей характеристик статических и динамических объектов, которая объединяет методы структурной и параметрической идентификации, реализованные на основе поведенческих моделей пчелиной колонии, что обеспечило целостный подход к построению моделей с гарантированной точностью в условиях интервальной неопределенности и существенно упростило использование средств моделирования. Апробированы новые и усовершенствованные методы и разработанная программная среда для решения прикладных задач построения моделей характеристик статических и динамических объектов в условиях интервальной неопределенности, в частности для мониторинга загрязнения атмосферы автотранспортом на примере г. Тернополя; идентификации обратного гортанного нерва в процессе хирургической операции на

щитовидной железе; моделирования и прогнозирования мощности малой гидроэлектростанции «Топольки»; моделирования посещения веб-сервисов предоставления административных услуг.

*Ключевые слова:* математическое моделирование, интервальная дискретная динамическая модель, структурная идентификация, параметрическая идентификация, интервальная система алгебраических уравнений, метод эллипсоидного оценивания, планирование эксперимента.

**Pukas A.V. Methods and tools for building the mathematical models of complex objects characteristics in conditions of interval uncertainty.** – On the rights of the manuscript.

Thesis for the doctor of technical science degree, specialty 01.05.02 – mathematical modeling and numerical methods. – Lviv Polytechnic National University of Ministry of Science and Education of Ukraine, Lviv, 2021.

In the thesis, the scientific and applied problem of reduction the computational complexity of processes for construction the mathematical models of complex objects characteristics in the conditions of interval uncertainty with simultaneous maintenance of guaranteed accuracy of these models within the limits necessary for decision making is solved.

A method of parametric identification of interval models of characteristics of static and dynamic objects based on the analysis of interval data based on procedures of self-organization and self-adaptation of computational procedures by analogy with behavioral models of bee colony is created.

The method of structural identification of interval models of characteristics of static and dynamic objects on the basis of the analysis of interval data with procedures of self-organization and self-adaptation of structures of models is developed.

The method of ellipsoid estimation of the set of values of parameters of interval models of characteristics of static objects on the basis of the iterative computational scheme of optimum saturated planning of experiment based on parallelization of computational procedures is improved.

A software system for constructing interval models of static and dynamic object characteristics has been created, which combines structural and parametric identification methods based on behavioral models of the bee colony, which provided a holistic approach to building models with guaranteed accuracy in interval uncertainty and greatly simplified the use of modeling tools.

New and improved methods and the developed software environment for solving the applied problems of construction the models of characteristics of static and dynamic objects in the interval uncertainty conditions, in particular for monitoring the pollution of the atmosphere by motor transport on an example of Ternopil; identification of the reverse laryngeal nerve during thyroid surgery; modeling and forecasting the capacity of the small hydroelectric power station "Topolki"; modeling the visiting web services of providing administrative services, were approved.

*Keywords:* mathematical modeling, interval discrete dynamic model, structural identification, parametric identification, interval system of algebraic equations, ellipsoid estimation method, design of experiment.

Підписано до друку 7.04.2021 р.  
Формат 60x90/16. Гарнітура Times.  
Папір офсетний. Друк на дублюкаторі.  
Умов. друк. арк. 1,9. Обл.-вид. арк. 2,0.  
Зам. № А022-21. Тираж 110 прим.

Видавець та виготовлювач  
Західноукраїнський національний університет  
вул. Львівська, 11, м. Тернопіль 46009

*Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи  
до Державного реєстру видавців ДК № 7284 від 18.03.2021 р.*

Видавничо-поліграфічний центр «Університетська думка»  
вул. Бережанська, 2, м. Тернопіль 46009  
тел. (0352) 47-58-72  
E-mail: [edition@wunu.edu.ua](mailto:edition@wunu.edu.ua)