

П. В. Тимошук

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра систем автоматизованого проектування

ПАРАЛЕЛЬНЕ ФІЛЬТРУВАННЯ РАНГУ НА ОСНОВІ ІМПУЛЬСНОЇ НЕЙРОННОЇ МЕРЕЖІ ТИПУ “K-WINNERS-TAKE-ALL”

© Тимошук П. В., 2017

Представлено нейронну мережу (НМ) неперервного часу типу “K-winners-take-all” (KWTA), яка ідентифікує K найбільші з-поміж N входів, де керуючий сигнал $1 \leq K < N$. Мережа описується рівнянням стану з розривною правою частиною і вихідним рівнянням. Рівняння стану містить шлейф імпульсів, які описуються сумою дельта-функцій Дірака. Головною перевагою мережі порівняно з іншими близькими аналогами є відсутність обмежень на швидкість збіжності. Описано застосування мережі для паралельного фільтрування рангу. Отримані теоретичні результати проілюстровано прикладом комп’ютерного моделювання, який демонструє ефективність мережі.

Ключові слова: мережа неперервного часу, нейронна мережа (НМ) типу “K-winners-take-all” (KWTA), рівняння стану з розривною правою частиною, шлейф імпульсів, дельта-функція Дірака, паралельне фільтрування рангу.

P. V. Tymoshchuk

Lviv Polytechnic National University,
Department of Computer Aided Design Systems

PARALLEL RANK-ORDER FILTERING BASED ON IMPULSE K-WINNERS-TAKE-ALL NEURAL NETWORK

© Tymoshchuk P., 2017

A continuous-time K-winners-take-all (KWTA) neural network (NN) which is capable of identifying the largest K of N inputs, where a command signal $1 \leq K < N$ has presented. The network is described by a state equation with a discontinuous right-hand side and by an output equation. The state equation contains an impulse train defined by a sum of Dirac delta functions. The main advantage of the network is not subject to the intrinsic convergence speed limitations of comparable designs. Application of the network for parallel rank-order filtering has described. Theoretical results are derived and illustrated with computer simulation example that demonstrates the network’s performance.

Key words: continuous-time network, K-winners-take-all (KWTA) neural network (NN), state equation with a discontinuous right-hand side, impulse train, Dirac delta function, parallel rank-order filtering.

Вступ

Штучні нейронні мережі (НМ), які ще називають штучними нейронними системами, нейрокомп’ютерами, паралельно розподіленими процесорами або моделями зв’язків, є спробою хоча б частково змоделювати структуру та функції мозку та нейронних систем живих створінь. У

загальному випадку штучна НМ є інформаційною або такою, що обробляє сигнали, системою, яка складається з великої кількості простих оброблювальних елементів. Ці елементи називають штучними нейронами, або просто вузлами. Вони взаємно з'єднуються за допомогою ланок або зв'язків і кооперуються для виконання паралельно розподіленого оброблення даних для розв'язання певної обчислювальної задачі. НМ здатна адаптуватись до умов задачі зміною ваг зв'язків або своєї структури.

НМ типу “*K*-winners-take-all” (KWTA) призначені для вибору *K* більших серед *N* входів, де $1 \leq K < N$ – позитивне ціле число [1–3]. У частковому випадку, коли $K = 1$, KWTA зводиться до “winner-takes-all” (WTA) [4, 5]. WTA- і KWTA-властивості є частковими випадками властивостей так званих одночасних рекурентних НМ [6]. Такі мережі у загальному випадку потребують навчання і функціонування у режимі, в якому для збіжності необхідне виконання ітерацій.

Огляд літературних джерел

KWTA-нейронні мережі мають багато застосувань, зокрема, в обробленні даних і сигналів, прийнятті рішень, для розпізнавання образів, у конкурентному навчанні та сортуванні [7]. KWTA-мережі використовують у телекомунікаціях [8], системах технічного бачення [9], для фільтрування [10], декодування [11], обробки зображень [12], кластеризації [13], класифікації [14], навігації мобільних роботів і розпізнавання ознак [15]. KWTA-механізми використовуються для розпізнавання явищ та в імпульсних НМ [16].

Запропоновано багато НМ для розв'язання WTA- і KWTA-задач [1–5]. Так, наприклад, опис проектування, виготовлення і тестування WTA-функції на основі серійних КМОН-інтегральних схем можна знайти в [17]. KWTA НМ неперервного часу, реалізовані в аналоговому апаратному забезпеченні, мають вищу швидкодію, є компактнішими й енергоефективнішими порівняно з цифровими реалізаціями [18].

Мета роботи

У цій статті в KWTA НМ неперервного часу необхідно використати шлейф імпульсів, що визначається сумою дельта-функцій Дірака. В результаті цього, на відміну від інших аналогів, для яких траєкторія змінної стану мережі до KWTA-режиму має неперервну лінійну, кусково-лінійну або нелінійну форму, траєкторія змінної стану такої мережі до KWTA-режиму повинна мати ступінчасту форму. Тому, коли період формування імпульсів прямуватиме до нуля, теоретична швидкість збіжності траєкторій змінної стану мережі до WTA-режиму має прямувати до нескінченності. Це означає, що мережа здатна миттєво, без перехідної динаміки ідентифікувати *K* найбільших серед *N* входів. Це має бути головною перевагою мережі. Отриману мережу необхідно застосувати для паралельного фільтрування рангу. Потрібно подати результати комп'ютерного моделювання, яке підтверджує й ілюструє теоретичні положення.

Постановка задачі проектування мережі

Розглянемо вхідний вектор $\mathbf{a} = (a_{n_1}, a_{n_2}, \dots, a_{n_N})^T \in \mathfrak{R}^n$, $1 < N < \infty$ з невідомими елементами зі скінченними значеннями. Входи є такими, що їх можна розрізнити і впорядкувати за зменшенням значення згідно з такими нерівностями:

$$\infty > a_{n_1} > a_{n_2} > \dots > a_{n_N} > -\infty, \quad (1)$$

де n_1, n_2, \dots, n_N – невідомі номери першого найбільшого входу, другого найбільшого входу і т. д. аж до *N*-го найбільшого входу. Необхідно спроектувати таку НМ, яка здатна миттєво, без перехідної динаміки ідентифікувати *K* найбільших з цих входів, які називаються переможцями. Спроекована мережа повинна обробляти вхідний вектор \mathbf{a} так, щоб отримувати такий вихідний вектор $\mathbf{b} = (b_{n_1}, b_{n_2}, \dots, b_{n_N})^T$, щоб задовольнялась KWTA-властивість [1]:

$$b_{n_i} > 0, i = 1, 2, \dots, K; \quad b_{n_j} < 0, j = K + 1, K + 2, \dots, N. \quad (2)$$

Крім цього, має бути можливість одержання вихідних сигналів НМ у такій формі [19]:

$$d_{n_i} = 1, i = 1, 2, \dots, K; d_{n_j} = 0, j = K + 1, K + 2, \dots, N. \quad (3)$$

Необхідно дослідити стабільність і збіжність траєкторій змінної стану мережі до КWТА-режиму.

Зауважимо, що у випадку використання вихідних сигналів мережі (3) будуть ідентифікуватись лише K переможців серед N входів. Інформації стосовно впорядкування входів за величиною, яка може бути використана надалі, наприклад, для розв'язання задач класифікації, кластеризації тощо, отримано не буде [20].

Імпульсна мережа неперервного часу

Спростимо аналогову КWТА-мережу неперервного часу, запропоновану в [2], і введемо до її правої частини імпульси у формі дельта-функцій Дірака [21], описавши таку мережу рівнянням стану:

$$\frac{dx}{dt} = rD(x) \sum_{l=0}^m d(t - t_l) \quad (4)$$

і вихідним рівнянням

$$b_{n_k} = a_{n_k} - x, k = 1, 2, \dots, N, \quad (5)$$

де

$$D(x) = \sum_{k=1}^N S_k(x) - K \quad (6)$$

– функція різниці між отриманою і необхідною кількістю позитивних виходів,

$$S_k(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } a_{n_k} - x > 0; \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

– ступінчаста функція,

$$d(t - t_l) = \begin{cases} +\infty, & \text{if } t = t_l; \\ 0, & \text{if } t \neq t_l \end{cases} \quad (8)$$

– імпульс у формі дельта-функції Дірака; $\sum_{l=1}^m d(t - t_l)$ – шлейф імпульсів; t_l – стала часу формування імпульсів; m – кількість імпульсів, необхідних для досягнення збіжності пошукового процесу до КWТА-режиму; r – роздільна здатність мережі.

На відміну від аналогів [3] з неперервною нелінійною траєкторією змінної стану x , мережа має ступінчасту траєкторію змінної стану x . Тому вона спроможна досягати теоретично будь-якої скінченної швидкості обробки входів, яка визначається періодом формування імпульсів. Якщо цей період прямує до нуля, час оброблення мережею входів також прямує до нуля. Це – головна перевага мережі. Практична швидкість обробки входів такою мережею обмежується її програмною або апаратною реалізацією. Зокрема, програмна реалізація мережі характеризується обмеженою точністю обчислень. У випадку апаратної реалізації обмеженнями є скінченна швидкодія компаратора, неідеальності інтегратора, неузгодженість тощо [22].

Паралельне фільтрування рангу

Надалі посилатимемось на мережу зі шлейфом імпульсів з частковими значеннями K . Тому використовуватимемо терміни № WТА-мережа для $K = N$ для довільного часткового значення №. Фільтри рангу (ФР) відомі як нелінійні фільтри, що ідентифікують у часовій та просторовій областях сигнали K -го рангу серед елементів N -вимірному вектора сигналів. ФР застосовуються у багатьох сферах, зокрема, для оброблення зображень, сигналів і мови, видалення шуму, в комп'ютерній томографії, для розпізнавання образів, кодування, у цифровому телебаченні тощо. Запропоновано різні методи проектування ФР [3]. Зокрема, аналоговий ФР, побудований на ВІС за допомогою двох так званих “multiple-winners-take-all”-блоків, які функціонують паралельно,

описано в [10]. В [3] для вибору входу K -го порядку використовується КВТА-мережа з K переможцями паралельно з іншою $(K-1)$ ВТА-мережею з $K-1$ переможцями.

Вихідний сигнал ФР g_k , $k = 1, 2, 3, \dots, N$ можна отримати за допомогою системи алгебраїчних рівнянь

$$c_1 = a^T S^1, \quad c_{K+1} = a^T (S^{K+1} - S^K), \quad (9)$$

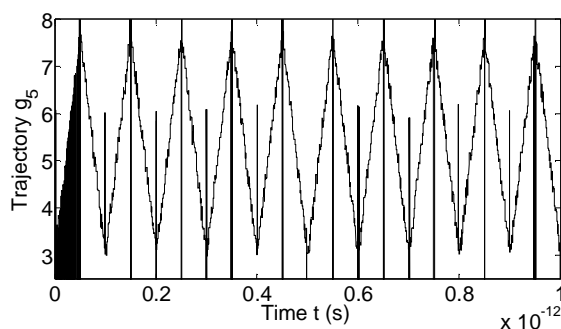
де елементи K -го стовпчика $S^K = [S_1^K, S_2^K, \dots, S_N^K]^T$, $K=1, 2, \dots, N-1$ сортувальної матриці визначаються ступінчастими функціями (7), з використанням рівняння станів (4) КВТА-мережі. Однак, якщо ФР, описаний за допомогою (9), застосовується для оброблення нестационарних сигналів, його вихідні сигнали у часових точках, де порушується умова (1), можуть демонструвати так звані “вібрації”. Тому для підвищення ефективності ФР необхідно розглянути випадок рівності двох або більшої кількості входів. Якщо такі входи належать до K переможців або до $N-K$ переможених, тоді виходи мережі прямують до КВТА-режиму. Однак у випадку, коли мережа має розрізняти вхідні сигнали з рівними максимальними значеннями і розщеплювати їх у позитивну і негативну площини, якщо K найбільших входів не існують, тоді отримують вихідні сигнали мережі, які не мають КВТА-властивості. Зокрема, виходи мережі осцилюють у часових точках, у яких порушуються нерівності (1), тобто у яких входи дорівнюють один одному. Для видалення таких осциляцій вираз (9) можна узагальнити на випадок оброблення змінних у часі вхідних сигналів, які дорівнюють один одному у деяких часових точках. Тому для підвищення ефективності ФР узагальнимо вираз (9) до такої форми:

$$\begin{aligned} g_1 &= a^T S^1, \quad \text{якщо } D^1(x) = 0, \\ dg_1/dt &= 0, \quad g_1(0) = 0 \quad \text{інакше;} \\ g_{K+1} &= a^T (S^{K+1} - S^K), \quad \text{якщо } D^{K+1}(x) = 0, \quad D^K(x) = 0, \\ dg_{K+1}/dt &= 0, \quad g_{K+1}(0) = 0 \quad \text{інакше,} \end{aligned} \quad (10)$$

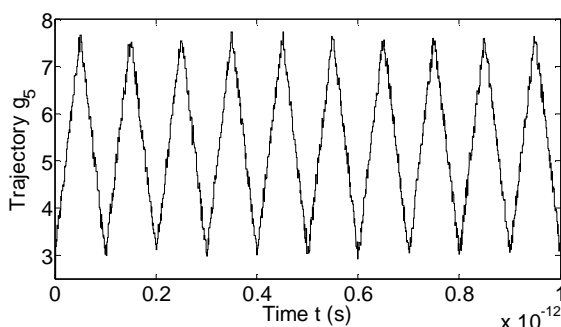
де $D^K(x)$ – різницеве рівняння (6) при K переможцях і $K=1, 2, 3, \dots, N-1$, $g_k(0)=0$, $g_{k+1}(0)=0$ – початкові умови. У встановленому КВТА-режимі система алгебро-диференціальних рівнянь (10) зводиться до системи алгебраїчних рівнянь (9), яка є її частковим випадком. Для визначення першого найбільшого вхідного сигналу використовується 1ВТА-мережа. $(K+1)$ ВТА-мережа і КВТА-мережа паралельно застосовуються для ідентифікації $K+1$ максимальних вхідних сигналів. Для визначення N -го найбільшого вхідного сигналу використовувати НВТА-мережі не потрібно, оскільки можна задати $S^N = [1, 1, \dots, 1]^T$. У перехідному режимі вихідні сигнали ФР визначають за допомогою виродженого диференціального рівняння системи (10).

Приклад. Продемонструємо ефективність описаного ФР, використавши систему алгебро-диференціальних рівнянь (10) і рівняння станів (4). Використаємо множину неперервних у часі входів $a_{n_k} = A \sin(\omega t + k\varphi) + d + c$ ($k=1, 2, \dots, N$), де ω – кутова частота; φ – зсув фази; d – нахил; c – адитивний шум для $r=0.05$, $A=15$, $\omega = 2\pi \times 10^{12}$, яка є дуже високою кутовою частотою, $\varphi = 0.2\pi$, $d=3$, $x_0 = 0$, $t = 5 \times 10^{-5}$ ps, випадкових сигналів c , однорідно розподілених з максимальним і мінімальним значеннями 0.2 і -0.2 відповідно і нульовим розкидом для непарних входів і нормально розподілених з нульовим середнім і дисперсією, яка дорівнює 0.01, для парних входів. Джерело імпульсів реалізуємо за допомогою послідовного сполучення генератора імпульсів, диференціатора і блоків абсолютного значення. Динаміка відфільтрованого вхідного сигналу g_5 , обчисленого за допомогою системи алгебраїчних рівнянь (9) і системи алгебро-диференціальних рівнянь (10), з використанням ODE1 з автоматичним вибором фіксованого розміру кроку, зображена на рисунку а і б відповідно. Як можна побачити з цих рисунків, вихідні сигнали ФР, що описується системою алгебраїчних рівнянь (9) і рівнянням стану (4), демонструють “вібрації” у часових точках рівних входів, тобто у яких нерівності (1) не задовольняються. Виходи ФР, описаного системою алгебро-диференціальних рівнянь (10) і рівнянням станів (4), коректно ідентифікують п’ятий вхід високої частоти без будь-якої вібрації. Зауважимо, що кутова частота

змінних у часі сигналів, оброблених за допомогою цього ФР, на дев'ять порядків вище від частоти сигналів аналога з [3].



a



b

Ілюстрація до прикладу: a – динаміка відфільтрованого вихідного сигналу g_5 ФР, що описується системою алгебраїчних рівнянь (9) і рівнянням станів (4); b – траєкторія виходу g_5 ФР, який описується системою алгебро-диференціальних рівнянь (10) і рівнянням станів (4)

Висновки

У статті описано аналогову імпульсну КВТА НМ неперервного часу. Мережа вибирає K максимальних серед будь-яких N невідомих входів зі скінченними значеннями, які можна розрізнити, розміщеними у невідомому діапазоні, де $1 \leq K < N$. На відміну від інших аналогів, траєкторії змінної станів мережі мають кусково-постійну, тобто ступінчасту форму. Тому встановлені КВТА-режими у мережі можуть отримуватись теоретично миттєво, якщо період формування імпульсів прямує до нуля. Отже, така мережа може ідентифікувати K найбільших серед N входів без перехідної динаміки. Подано результати застосування мережі для паралельного фільтрування рангу, які свідчать про його високу ефективність.

1. Majani E., Erlanson R., and Abu-Mostafa Y. On the k -winners-take-all network I // in *Advances in Neural Information Processing Systems 1*, R. P. Lippmann, J. E. Moody, and D. S. Touretzky, Eds. San Mateo, CA: Morgan Kaufmann, 1989, pp. 634–642. 2. Tymoshchuk P. A dynamic K -winners take all analog neural circuit // in *Proc. IVth Int. Conf. "Perspective technologies and methods in MEMS design"*, Lviv-Polyana, Ukraine, 2008, pp. 13–18. 3. Wang J. Analysis and design of a k -winners-take-all network with a single state variable and the Heaviside step activation function // *IEEE Trans. Neural Netw.*, vol. 21, no. 9, P. 1496–1506, Sept. 2010. 4. Lippmann R. P. An introduction to computing with neural nets // *IEEE Acoustics, Speech and Signal Processing Magazine*, vol. 3, no. 4, pp. 4–22, Apr. 1987. 5. Tymoshchuk P. and Kaszkurewicz E. A winner-take all circuit using neural networks as building blocks // *Neurocomputing*, vol. 64, pp. 375–396, Mar. 2005. 6. Wunsch D. C. The cellular simultaneous recurrent network adaptive critic design for the generalized maze problem has a simple closed-form solution // in *Proc. Int. Joint Conf. Neural Netw.*, Jul. 2000, P. 79–82. 7. Atkins M. Sorting by Hopfield nets, in *Proc.*

Int. Joint Conf. Neural Netw., Jun. 1989, – P. 65–68. 8. Binh L. N. and Chong H. C. A neural-network contention controller for packet switching networks // *IEEE Trans. Neural Netw.* vol. 6, no. 6, P. 1402–1410, Nov. 1995. 9. Itti L., Koch C., and Niebur E. A network of saliency-based visual attention for rapid scene analysis // *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 20, no. 11, P. 1254 – 1259, Nov. 1998. 10. Cilingiroglu U. and Dake T. L. E. Rank-order filter design with a sampled-analog multiple-winners-take-all core // *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 37, no. 2, pp. 978-984, Aug. 2002. 11. Erlanson R. and Abu-Mostafa Y. Analog neural networks as decoders // in *Advances in Neural Information Processing Systems*, vol. 1, R. P. Lippmann, J. E. Moody, and D. S. Touretzky, Eds. San Mateo, CA: Morgan Kaufmann, 1991. 12. Fish A., Akselrod D., and Yadid-Pecht O. High precision image centroid computation via an adaptive k-winner-take-all circuit in conjunction with a dynamic element matching algorithm for star tracking applications // *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, vol. 39, no. 3, P. 251–266, Jun. 2004. 13. Jain B. J. and Wysotzki F. Central clustering of attributed graphs // *Machine Learning*, vol. 56, no. 1, pp. 169–207, Jul. 2004. 14. Chartier S., Giguere G., Langlois D. and Sioufi R. Bidirectional associative memories, self-organizing maps and k-winners-take-all; uniting feature extraction and topological principles // in *Proc. Int. Joint Conf. Neural Netw.*, Jun. 2009, pp. 503–510. 15. G. N. DeSouza and A. C. Zak, “Vision for mobile robot navigation: a survey,” *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 24, no. 2, p. 237–267, Feb. 2002. 16. O’Reilly R. C. and Munakata Y. *Computational Explorations in Cognitive Neuroscience: Understanding the Mind by Simulating the Brain*. Cambridge, MA: MIT Press, 2000. 17. Lazzaro J., Ryckebusch S., Mahowald M. A., and Mead C. A. Winner-take-all networks of $O(N)$ complexity // in *Advances in Neural Information Processing Systems 1*, R. P. Lippmann, J. E. Moody, and D. S. Touretzky, Eds. San Mateo, CA: Morgan Kaufmann, 1989, pp. 703-711. 18. Sekerkiran B. and Cilingiroglu U. A CMOS K-winners-take-all circuits with $O(N)$ complexity // *IEEE Trans. Circuits Syst. II*, vol. 46, no. 1, p. 1–5, Jan. 1999. 19. Maass W. Neural computation with winner-take-all as the only nonlinear operation // in *Advances in Information Processing Systems*, vol. 12, S. A. Solla, T. K. Leen, and K.-R. Mueller, Eds. Cambridge, MA: MIT Press, 2000, pp. 293–299. 20. Calvert B. D. and Marinov C. A. Another K-winners-take-all analog neural network // *IEEE Trans. Neural Netw.*, vol. 4, no. 1, P. 829–838, Jul. 2000. 21. Wang J. Analogue winner-take-all neural networks for determining maximum and minimum signals,” *Int. J. Electron.*, vol. 77, no. 3, p. 355–367, Mar. 1994. 22. Cichocki A. and Unbehauen R. *Neural Networks for Optimization and Signal Processing*. New York, NY, USA: Wiley, 1993.