

Ю. Сінчук, Н. Притула, М. Притула
ТОВ “Математичний центр”,
Центр математичного моделювання ІППММ
ім. Я.С. Підстригача НАН України

МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ КРАНІВ НА МАГІСТРАЛЬНИХ ГАЗОПРОВОДАХ

© Сінчук Ю., Притула Н., Притула М., 2010

Проаналізовано моделі роботи кранів при їх закритті та відкритті. Робота крану представляється як зміна площі прохідного перетину трубопроводу за часом. Досліджено газодинамічні процеси в області зміни площі перетину та вплив параметрів методу знаходження на його стійкість. Досліджено нестационарну модель роботи крану і побудовано різницеву схему, що забезпечує стійке знаходження розподілу параметрів газодинамічних процесів.

The models of work of taps is analysed at their closing and opening. Tap operation is represented as change of the area of crossing of the pipeline through passage on time. It is investigated gazo-dynamic processes in the field of change of the crossing area and influence of parametres of a method on its stability. The non-stationary model of eap operation is offered and the difference scheme which provides a finding of distribution of parametres gazo-dynamic processes is investigated.

Вступ

Технологія транспорту і розподілу газу вимагає постійної зміни станів (закриття/відкриття) великої кількості різного типу кранів. Значна частина кранів оснащена приводами зміни їх стану.

Зміна станів кранів зумовлює в газопроводах істотні нестационарні процеси, які впливають на режим руху газу і параметри роботи газотранспортної системи. Проблеми моделювання таких газодинамічних процесів пов'язані зі швидкою зміною зосереджених параметрів (діаметра поперечного перетину труби) і нестійкістю газодинамічних процесів, які відбуваються в області таких змін. Подібні процеси відбуваються також при ввімкненні/вимкненні газоперекачуючих агрегатів. І тому нестационарна модель ГТС вимагає побудови стійкої числової моделі роботи кранів і відповідно кранових площадок.

Аналіз публікацій і досліджень

Кількість робіт за вказаним напрямом є доволі обмеженою. Найглибші і апробовані результати представлені в роботі [1]. Задовільні результати показала модель крана з миттєвим перекриттям поперечного перетину. При цьому просторово-часова сітка скінченно-різницевого аналогу системи рівнянь в частинних похідних з константними граничними умовами, побудована за інтегро-інтерполяційним методом, мала параметри: просторова сітка крок 900 м і 0.4 с за часом. При моделюванні газотранспортних систем великої розмірності такий часовий крок є незадовільним. І тому доцільно побудувати метод знаходження параметрів потоків при зміні станів кранів як найшвидше. При цьому можна знехтувати точністю знаходження таких параметрів, оскільки через їх короткотермінованість незначно (у межах точності вимірювання) впливають на режимні параметри роботи ГТС.

Розраховуючи параметри газових мереж, ми стикаємося з різними типами звужувальних пристроїв (крани, дроселі, короткі міжсистемні перемички тощо). Звужувальним пристроєм інтерпретують витік газу через свічний кран, можливі щілини. Проаналізуємо існуючі результати.

Розглянемо витік газу через звужувальний пристрій [2]. Масова витрата газу G , яка проходить через звуження площею S , дорівнюватиме

$$G = k_q S \sqrt{2 \frac{k}{k-1} P_1 r_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]},$$

де k_q – коефіцієнт врахування впливу багатьох факторів і відома емпірична формула його розрахунку, k – показник адіабати, P_1, r_1 – тиск і густина газу справа, а P_2 – тиск зліва. Тут $P_2 / P_1 \leq 1$.

Інший підхід до моделі звужувального пристрою полягає в наступному. Розглядаємо три зони: 1-ша – стиснення, 2-га – стиснена, 3-тя – розширення.

У всіх зонах повинен виконуватися закон збереження маси газового потоку $\rho u S = const$ за рівнянням місцевих втрат тиску ΔP , який розраховується за формулою Вейсбаха

$$\Delta P = r \frac{u^2}{2} z, \quad (1)$$

де z – коефіцієнт місцевого гідравлічного опору, u – швидкість газового потоку та рівняння збереження енергії. Враховуючи невелику протяжність крану, найбільший вплив на температуру має ефект Джоуля–Томпсона. Тоді розрахункову формулу можна записати так

$$T_2 = T_1 - D_i (P_1 - P_2),$$

де D_i – коефіцієнт Джоуля–Томпсона.

Якщо врахувати, що $P r^{-k} = const$ і $P = z r R T$, отримаємо

$$T_2 = T_1 \frac{z_1}{z_2} \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}.$$

Рівняння місцевих втрат тиску матиме вигляд

$$\Delta P = z \frac{r_c^2 R T_2 z_2}{2 F_2^2 P_2} Q_1^2,$$

де z – сумарний коефіцієнт опору потоку газу в перетині F_2 ; r_c – густина газу в стандартних умовах.

Всі попередні підходи до моделі звужувального пристрою ґрунтуються на стаціонарних моделях. Розглянемо підхід до визначення втрат на основі використання квазістаціонарної моделі руху газу, яка ґрунтується на засадах витоку газу через свічу: за кожний елементарний проміжок часу рух вважається стаціонарним як в трубопроводі, так і в свічі; рух газу приймається одномірним; можна знехтувати швидкістю руху газу в трубі порівняно зі швидкістю руху газу в свічі і довжиною свічі; нехтується ефект тертя і теплообміну в процесі витоку газу через свічу; параметри газу в трубопроводі в процесі витоку газу змінюються за адіабатичним законом; газ є термодинамічно ідеальним.

При таких припущеннях математична модель витоку містить такі рівняння.

Термічне рівняння стану

$$P = r R T, \quad R = c_p - c_v. \quad (2)$$

Рівняння ізоентропи як для трубопроводу, так і для свічі

$$(P / P_0) = (r / r_0)^k. \quad (3)$$

Рівняння Бернуллі

$$v_c^2 / 2 + k p_c / (k-1) r_c = k p / (k-1) r. \quad (4)$$

Рівняння нерозривності

$$L S d r + r_c v_c S_c dt = 0. \quad (5)$$

У формулах (2)–(5) позначено p – тиск газу, r – густина газу, dr – диференціал густини, T – температура газу, L – довжина трубопроводу, S – площа поперечного перерізу трубопроводу, S_c – характерна сумарна площа поперечного перерізу свічей, t – часова координата, dt – диференціал часової координати, v_c – швидкість газу на виході із свічі, p_0 , r_0 – відповідно тиск і густина газу в деякому проміжному стані, R – газова стала, c_p , c_v – питомі теплоємності при сталому тиску та об'ємі, k – показник адиабати ($k = c_p / c_v$), індекс "с" належить до параметрів виходу газу на свічі.

Враховуючи наведені вище залежності, отримуємо формулу для визначення масової витрати газу від часу

$$G = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \frac{k P_H S_c}{a_H} \left\{ 1 + \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \frac{k-1}{2} \frac{S_c a_H}{LS} t \right\}^{\frac{k+1}{k-1}} \quad (6)$$

В останній формулі

$$a_i = \sqrt{kRT_{щ}}.$$

У формулі (6) всі величини, за винятком S_c , можна обчислити на основі відомих геометричних або газодинамічних параметрів. Якщо мікротріщини труби еквівалентувати деякою свічею з невідомим поперечним перерізом, то остання формула дасть можливість визначити кількість газу, що витікає через мікротріщини. Очевидно, що площу поперечного перерізу еквівалентованої свічі визначають експериментально. У формулі (6) $P_{щ}$ – початковий тиск у трубопроводі. Очевидно, що якщо мікротріщини еквівалентувати свічею, довільно розміщеною по довжині труби, то за початковий тиск необхідно брати середній тиск у трубі.

Моделювати кран можна як і місцевий опір. Перепад тиску на місцевих опорах визначається формулою (1), де x – коефіцієнт місцевого опору, який обчислюють за формулою

$$x = \frac{A}{Re} + x_{KB},$$

де A – коефіцієнт, залежний від виду місцевого опору, Re – число Рейнольдса; x_{KB} – коефіцієнт місцевого опору у квадратичній зоні, яка визначається за формулою

$$Q \geq Q_{nep} = 0.4 D^{2.5} \frac{m}{\Delta},$$

де D – діаметр трубопроводу.

Коефіцієнти місцевих опорів визначають експериментально і при розрахунках беруть з відповідних таблиць і графіків.

Визначаючи значення за емпіричними формулами, вважають, що місцеві опори розміщені на значній відстані один від одного, тобто їх взаємний вплив виключався. Взаємний вплив відсутній при великих числах Рейнольдса на відстані:

$$l = (30 \div 40)D.$$

Довжину ділянки газопроводу, на якій опори взаємно впливають один на одний, з врахуванням параметра подібності і шороховатості можна визначити за формулою Альтшуля:

$$l_B = 0,5D \frac{x_{KB}}{l}.$$

Значення коефіцієнтів місцевих опорів A та x_{KB} , визначені експериментально, наведені в таблицях, а Δ – відносна густина газу за повітрям.

Нестационарна модель

Розглянемо дві ділянки газопроводу, що об'єднуються (роз'єднуються) краном (див. рис. 1).



Рис. 1. Схема трубопроводу з краном

Моделлю руху газу на кожній з ділянок є система взаємопов'язаних диференціальних рівнянь у частинних похідних з початково - граничними умовами. Ця система містить такі рівняння

$$\begin{cases} \frac{\partial(rv)}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + ar \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v^2}{2} \right) + rg \frac{dh}{dx} + \frac{Irv^2}{2S} = 0, \\ \frac{\partial r}{\partial t} + \frac{\partial(rv)}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} (rE) + \frac{\partial}{\partial x} rv \left(E + \frac{P}{r} \right) = \frac{4K(T_{gr} - T)}{D} - rvg \frac{dh}{dx} \end{cases} \quad (7)$$

та замикається рівнянням стану газу $P = zrRT$. Тут r, v, P невідомі густина, швидкість руху, температура і тиск газу; a – коефіцієнт Коріоліса, g – прискорення вільного падіння; h – висота залягання труби; I – коефіцієнт гідравлічного опору; K – коефіцієнт теплопередачі від труби до ґрунту; T_{gr} – температура ґрунту; h – висота залягання труби; E – повна енергія одиниці маси;

$$E = i - \frac{P}{r} + \frac{v^2}{2},$$

де i – ентальпія, для якої справедливо [4]

$$di = \frac{\partial i}{\partial T} dT + \frac{\partial i}{\partial P} dP = C_p dT + \left[\frac{1}{r} - T \left(\frac{\partial(1/r)}{\partial T} \right)_P \right] dP, \quad C_p = \left(\frac{\partial i}{\partial T} \right)_r.$$

Для обчислення коефіцієнта стисливості z , який описує відмінність реального газу від ідеального, застосовують емпіричну формулу

$$z = (1 + (24 - 0.21t^{\circ}C)p)^{-1} 10^{-4}, \quad (8)$$

де $t^{\circ}C$ – температура газу за Цельсієм.

В ізотермічному випадку, нехтуючи силами Коріоліса після лінеаризації квадратичного доданка, маємо [5]

$$\begin{cases} \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + C_w w + C_p P = 0; \\ \frac{\partial P}{\partial t} + c^2 \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \end{cases} \quad (9)$$

де c – швидкість звуку в газі, $w = rv$, $C_w = \frac{Iv_c}{2S}$, $C_p = \frac{g}{zRT} \frac{dh}{dx}$.

Просторово-часова дискретизація

Провівши дискретизацію в часі на наборі вузлів t^k з постійним кроком $\Delta t = t^{k+1} - t^k$, отримуємо Θ -схему вигляду

$$\mathbf{A} \mathbf{u}^{k+1} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{u}^{k+\Theta}}{\partial x} + \mathbf{M} \mathbf{u}^{k+\Theta} = \mathbf{0}, \quad \Theta \in [0, 1], \quad k = 1, 2, \dots, \quad (10)$$

де

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(t, x) = \begin{pmatrix} \omega(t, x) \\ P(t, x) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{u}^k = \mathbf{u}(t^k, \cdot), \quad \mathbf{u}^{k+\Theta} = \Theta \mathbf{u}^{k+1} + (1 - \Theta) \mathbf{u}^k, \quad \mathbf{u}^{k+1} = \mathbf{u}^{k+\frac{1}{2}}, \quad \mathbf{u}^{k+\frac{1}{2}} = \frac{\mathbf{u}^{k+1} - \mathbf{u}^k}{\Delta t},$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ c^2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{M} = \begin{pmatrix} C_w & C_p \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Покриємо відрізок $[0, L]$ набором вузлів $x_i, i = \overline{0, N}$ з рівномірним кроком $\Delta x = x_i - x_{i-1}$. Дискретизуючи похідну за x на заданому наборі вузлів, отримаємо систему рівнянь для знаходження вузлових значень $\mathbf{u}_i^k = \mathbf{u}(t^k, x_i)$.

$$\mathbf{A}\mathbf{u}_i^{k+1} + \frac{\mathbf{B}}{2\Delta x}(\mathbf{u}_{i+1}^{k+\Theta} - \mathbf{u}_{i-1}^{k+\Theta}) + \mathbf{M}\mathbf{u}_i^{k+\Theta} = \mathbf{0}, \quad i = \overline{0, N},$$

або

$$-\frac{\Theta\mathbf{B}}{2\Delta x}\mathbf{u}_{i-1}^{k+1} + \left[\frac{\mathbf{A}}{\Delta t} + \Theta\mathbf{M}\right]\mathbf{u}_i^{k+1} + \frac{\Theta\mathbf{B}}{2\Delta x}\mathbf{u}_{i+1}^{k+1} = \mathbf{F}^k, \quad i = \overline{0, N}, \quad (11)$$

де

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{N+1}^k &:= 2\mathbf{u}_N^k - \mathbf{u}_{N-1}^k, \quad \mathbf{u}_{-1}^k := 2\mathbf{u}_0^k - \mathbf{u}_1^k, \\ \mathbf{F}^k &= \frac{\mathbf{A}}{\Delta t}\mathbf{u}_i^k - (1 - \Theta) \left[\frac{\mathbf{B}}{2\Delta x}(\mathbf{u}_{i+1}^k - \mathbf{u}_{i-1}^k) + \mathbf{M}\mathbf{u}_i^k \right]. \end{aligned}$$

Для відшукування розв'язку системи (11) доповнюємо її відповідними крайовими умовами на швидкість і/або на тиск газу.

Зауваження 1. При відкритті крану в результаті різкої зміни швидкості v може виникнути значна похибка лінеаризації, тому доцільно уточнювати коефіцієнти C_w та C_p , наприклад, за схемою Предиктор–Корректор або проводити ітераційну процедуру.

Зауваження 2. При $\Theta = 1$ та $\Theta = 0.5$ отримаємо неявну схему Ейлера та схему Кранка–Ніколсона відповідно. Схема Кранка–Ніколсона має другий порядок збіжності, але, на жаль, для цього типу задач (під час відкриття крана) можуть виникати неприродні осциляції при її застосуванні. Для їх усунення необхідно вводити відповідні стабілізуючі множники. У нашій роботі для обчислень було використано неявну схему Ейлера. На рис. 4 зображено графіки швидкостей для відкриття крана під високим тиском, обчислені при $\Theta = 1$ та $\Theta = 0.5$.

Закриття крана

Здійснюючи обчислення на великих ділянках газопроводів протягом тривалого періоду, доцільно використовувати миттєве закриття крана. Модель такого закриття є адекватною, алгоритмічно простою і стійкою в обчислювальному сенсі. Для її реалізації з певного моменту часу (закриття) роз'єднуємо відповідну ділянку газопроводу, накладаючи нульові крайові умови на швидкість газу. Тому з моменту закриття тиски до і після крана обчислюємо незалежно.

Приклад 1. Щоб продемонструвати ефективність миттєвого закриття, розглянемо ділянку газопроводу з одним краном, схему якого зображено на рис. 1. Стрілками позначено напрям руху газу. Відстані від джерела надходження до крана і від крана до точки відбору дорівнює 40 тис. м.; товщина труб 1368 мм.; тиск, заданий у точці надходження, 50 атм.; у точках надходження та відбору задана постійна об'ємна швидкість 900 млн. м³/добу.; розрахований тиск в точці відбору дорівнює 34.676 атм.; кран повністю відкритий в періоди $t \in (0, 100) \cup (300, 500)$; кран повністю закритий $t \in (100, 180)$; кран відкривається протягом 120 секунд, $t \in (180, 300)$.

Розв'язок системи (9) було апроксимовано за схемою (11) протягом 500 с. з кроком $\Delta t = 10$ с., при $\Theta = 1$, $N = 6$. Динаміку зміни в часі тисків та швидкостей в точці після та перед краном (за напрямком руху газу) зображено на рис. 2, відповідно праворуч та ліворуч.

З графіків видно, що швидкість в обох точках однакова, тоді як тиск після закриття крана спадає протягом 180 с. в точці після крана і відповідно зростає в точці перед краном.

Тут масові витрати обчислювалися за формулою

$$Q_c(t) = \frac{\omega(t)S}{\rho_c},$$

де $\rho_c \approx 0.682$ м³/с – густина газу в стандартних умовах.

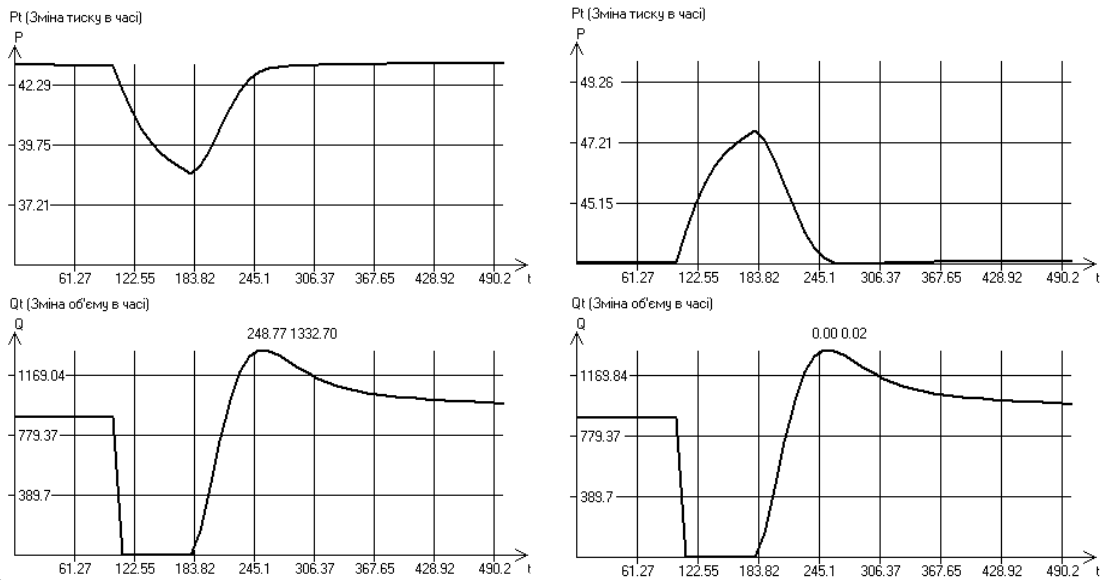


Рис. 2. Динаміка зміни тисків та швидкостей після та перед краном

Відкриття крана

У прикладі 1 кран відкривається протягом часу $t_s = T_{open} - t_{open} = 120$ с. з моменту часу $t_{open} = 280$. Щоб забезпечити гладке врівноваження тисків протягом часу відкриття, на кожному з ділянок трубопроводу накладаємо крайові умови вигляду

$$\begin{aligned} w_{in}^j &= w_{out}^j, \\ P_{in}^j - P_{out}^j &= (1 - k_s)(P_{in}^{j-1} - P_{out}^{j-1}), \end{aligned} \quad (12)$$

де j – часовий вузол, індекси in, out позначають точку перед і після крана в напрямку потоку газу, k_s – ступінь відкритості крана

$$k_s = \frac{t_s - (t^j - t_{open})}{t_s}.$$

І з моменту часу $T_{open} = 300$ вважаємо кран повністю відкритим, і ділянки газопроводу об'єднуються (до наступного закриття) накладанням умов

$$w_{in}^j = w_{out}^j, \quad P_{in}^j = P_{out}^j, \quad \forall t^j > T_{open}. \quad (13)$$

Алгоритмічно простим і придатним для обчислень реальних моделей магістральних трубопроводів є **миттєве відкриття**. При цьому ми вважаємо, що з заданого моменту часу дві (роз'єднані при закритті) ділянки трубопроводу об'єднуються в одну трубу умовами (13). Така модель є адекватною, оскільки час відкриття є малим порівняно з періодом всього розрахунку. І різкий стрибок швидкості та тиску, що при цьому спостерігається, помітно не впливає на загальну точність розрахунків.

Приклад 2. На рис. 3. зображено результати обчислень задачі прикладу 1 з миттєвим відкриттям крана. Графіки з правого боку показують зміну (згори) та об'ємів (внизу) перед краном і з лівого – після крана. Відкриття почалося в момент часу $T_{open} = 300$, і за 120 с різниця вхідних та вихідних тисків зростає приблизно на 4 атм.

Згладження неприродного стрибка тиску і швидкостей можна досягнути регулюванням крайових умов в період $t^j \in [t_{open}, T_{open}]$. Наприклад, шляхом підбору функцій f_w та f_p

$$\begin{aligned} w_{in}^j &= w_{out}^j = f_w, & f_p P_{in}^j - P_{out}^j &= 0, \\ f_w &= f_w[k_s, w(t), P(t)], & f_p &= f_p[k_s, w(t), P(t)], \quad t < t^j. \end{aligned} \quad (14)$$

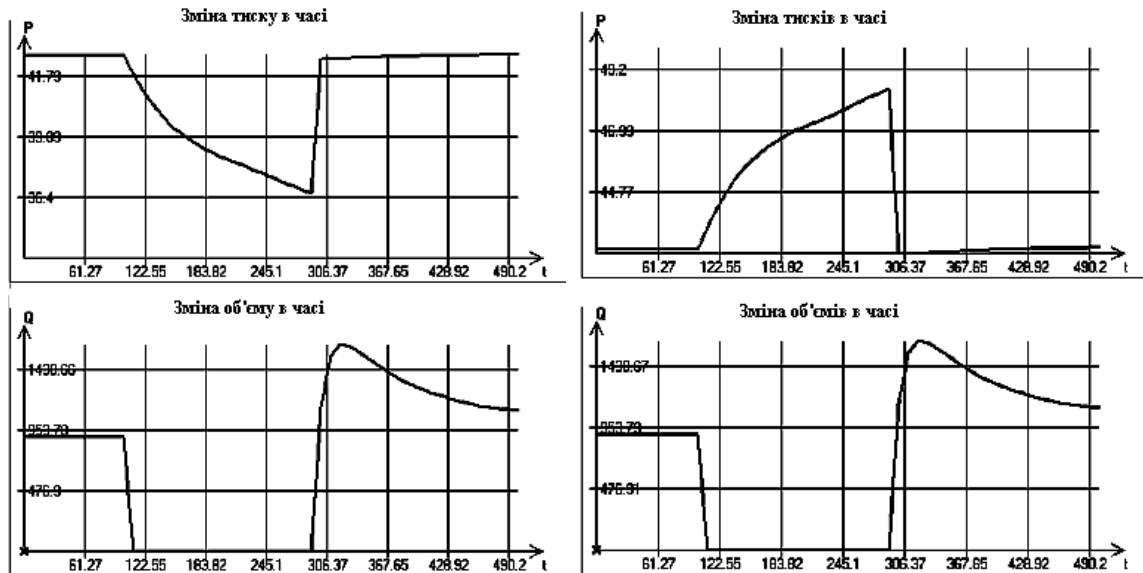


Рис. 3. Миттєве відкриття

Приклад 3. На рис. 4 зображено графік швидкості вихідної ділянки обчислень задачі з даними прикладу 2, де $T_{open} = 1300$, $\Delta t = 50$ с. за схемою Кранка–Ніколсона (ліворуч) та неявною схемою Ейлера (праворуч).

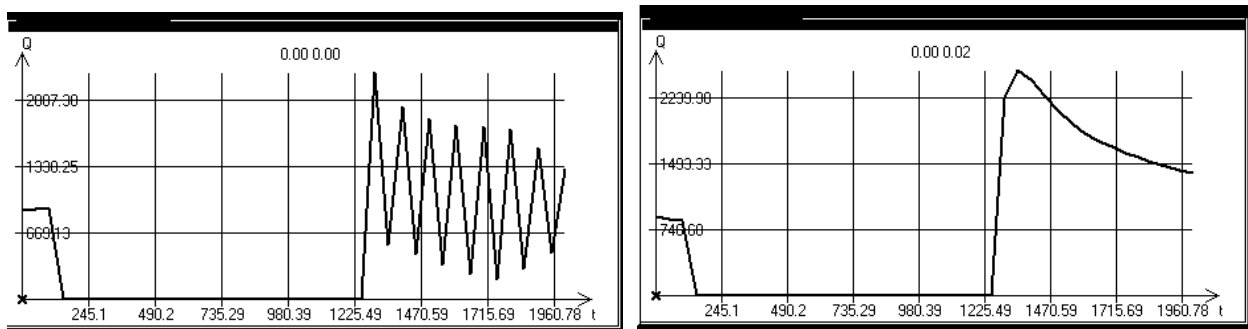


Рис. 4. Порівняння апроксимацій

Також було порівняно збіжність в часі обох схем для прикладу 2. Результати обчислених швидкостей в момент часу $t = 320$ наведено у таблиці, де порядок збіжності оцінювався за формулою

$$p_{\Delta t} = \log_2 \frac{\|Q_c|_{\Delta t=12} - Q_c|_{\Delta t=6}\|}{\|Q_c|_{\Delta t=6} - Q_c|_{\Delta t=3}\|}.$$

Збіжність апроксимацій

	$\Delta t = 24$	$\Delta t = 12$	$\Delta t = 6$	$\Delta t = 3$	$p_{\Delta t}$
$\Theta = 1$	1242.9035	1405.2619	1480.9394	1518.8858	1.0
$\Theta = 0.5$	1180.8041	1511.4718	1549.8310	1556.7241	2.5

З обчислень видно, що схема Кранка–Ніколсона краще збігається за неявну схему Ейлера, але її стійкість значною мірою залежить від кроку Δx . Неявна схема Ейлера зберігає свою стійкість незалежно від величини кроків Δx та Δt .

Висновки

Проаналізовано моделі для розрахунку газодинамічних параметрів (масових витрат і тиску) ділянок трубопроводу із звужувальними пристроями і свічковими кранами. Робота крана (закриття–відкриття) моделюється як зміна локального опору та/або діаметра. Для нестационарного газового потоку побудовано модель миттєвого та поступового закриття (відкриття) крана. Порівняно різні підходи для часової дискретизації нестационарних моделей. Одержані числові результати підтверджують адекватність та надійність побудованих моделей та розрахункових схем.

1. Селезнев В. Е., Алешин В. В., Клишин Г. С. *Методы и технологии численного моделирования газопроводных систем.* – М.: Едиториал УРСС, 2002. – 448 с. 2. Панкратов В. С., Дубинський Ф. В., Сиперштейн Б. И. *Информационно-вычислительные системы в диспетчерском управлении газопроводами.* – Л.: Недра, 1988. – 246 с. 3. Сарданашвили С. А. *Расчетные методы и алгоритмы (трубопроводный транспорт газа).* – М.: ФГУП Изд-во РГУ нефти и газа им. И. М. Губкина, 2005. – 577 с. 4. Ковалко М. П. *Методи та засоби підвищення ефективності функціонування систем трубопроводного транспорту газу.* – К.: Українські енциклопедичні знання, 2001. – 288 с. 5. Бобровский С. А., Щербаков С. Г., Яковлев Е. И и др. *Трубопроводный транспорт газа.* – М.: Наука, 1976. – 495 с.

УДК 004.724.4

К. Обельовська, А. Русаков

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра автоматизованих систем управління

МОДИФІКОВАНИЙ АЛГОРИТМ МАРШРУТИЗАЦІЇ ДЛЯ ЗМЕНШЕННЯ ПЕРЕВАНТАЖЕНЬ РЕСУРСІВ КОМП'ЮТЕРНИХ МЕРЕЖ

Ї Обельовська К., Русаков А., 2010

Запропоновано модифікований алгоритм маршрутизації для зменшення перевантажень ресурсів комп'ютерних мереж, зокрема з врахуванням двох класів трафіку.

Modified routing algorithm for computer networks resources overloads reduction is proposed. In networks with two classes of traffic algorithm increases delay-sensitive data transfer quality.

Вступ

Основним завданням, яке ставиться перед комп'ютерною мережею, є транспортування інформації від комп'ютера-відправника до комп'ютера-отримувача. Зазвичай для цього потрібно здійснити декілька транзитних пересилань. Шлях, яким пересуваються інформаційні пакети, визначається алгоритмом маршрутизації. Маршрутизація істотно впливає на ефективність функціонування мережі, її продуктивність, раціональне використання ресурсів.

Постановка задачі

У сучасних комп'ютерних мережах одним з основних протоколів, використовуваних для маршрутизації, є протокол OSPF (Open Shortest Path First). Він забезпечує передавання даних найкоротшим шляхом, для знаходження якого використовується алгоритм Дейкстри [1, 2]. Протокол OSPF не передбачає захисту ресурсів мережі від перевантажень, що зумовлює потребу реалізації додаткових заходів для їх зменшення. Проблема перевантажень у мережах, що застосовують маршрутизацію за протоколом OSPF, є актуальною, прикладами робіт у цьому напрямі є роботи [3, 4].