

УДК 621.9.048.6

Т.С. Ярошевич, В.М. Тимошук, М.П. Ярошевич
Луцький державний технічний університет

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ САМОСИНХРОНІЗАЦІЇ ДЕБАЛАНСНИХ ВІБРОЗБУДНИКІВ

© Ярошевич Т.С., Тимошук В.М., Ярошевич М.П., 2006

За допомогою пакета програм Maple досліджено процес самосинхронізації дебалансних збудників вібраційних машин.

The research of process of self-synchronization of debalanced exciters of vibrational machines with the help of software package Maple is conducted.

Постановка задачі та її розв'язання. Для створення високоефективних і надійних вібраційних машин важливе значення має явище самосинхронізації механічних віброзбудників. Сьогодні теорію синхронізації таких збудників розроблено досить повно. При цьому переважно більшість результатів отримано аналітично методом малого параметра А. Пуанкаре, а також методами усереднення, прямого розділення рухів та за допомогою інтегрального критерію стійкості синхронних рухів [1–3]. Однак для виявлення можливості практичного застосування явища самосинхронізації досить важливим є питання про умови встановлення синхронних режимів. Теоретично отримані умови існування та стійкості (у малому) стаціонарних режимів обертання роторів збудників ще не гарантують встановлення цих синхронних режимів за початкових умов, що зустрічаються у конкретних системах. Тому необхідно вдаватися або до постановки експерименту, або до побудови числових моделей процесів за допомогою ЕОМ.

У роботах [4, 5] для дослідження самосинхронізації дебалансних віброзбудників використовувались ЕОМ. Проте в цих працях такі важливі з точки зору динаміки питання, як встановлення синхронного режиму руху збудників, вплив на нього параметрів коливної системи та двигунів або не розглядалися, або досліджені недостатньо.

Застосуємо сучасне програмне забезпечення для моделювання самосинхронізації дебалансних віброзбудників вібраційних машин.

Нехай на тримкому твердому тілі (вібуючому органі машини), встановлено кінематично не з'єднані між собою дебалансні збудники, що приводяться в рух від незалежних електродвигунів асинхронного типу (рис. 1, 7). Тримке тіло зв'язане з нерухою основою за допомогою пружних елементів і в загальному випадку може здійснювати плоскі коливання. Система характеризується узагальненими обертальними координатами – кутами повороту віброзбудників φ_s , та трьома узагальненими коливними координатами – горизонтальним, вертикальним та кутовим переміщеннями тримкого тіла x , y , φ .

Математична модель руху такої коливної системи являє собою диференціальні рівняння вигляду [1]:

$$I_s \ddot{\varphi}_s = L_s(\dot{\varphi}_s) - R_s(\dot{\varphi}_s) + m_s \varepsilon_s (\ddot{x} \sin \varphi_s + \ddot{y} \cos \varphi_s - \ddot{\varphi} r_s \cos \varphi_s + g \cos \varphi_s) \quad (s=1, \dots, k),$$

$$\begin{aligned}
 M\ddot{x} + \beta_x \dot{x} + c_x x &= \sum_{s=1}^k m_s \varepsilon_s \left(\ddot{\varphi}_s \sin \varphi_s + \dot{\varphi}_s^2 \cos \varphi_s \right), \\
 M\ddot{y} + \beta_y \dot{y} + c_y y &= \sum_{s=1}^k m_s \varepsilon_s \left(\ddot{\varphi}_s \cos \varphi_s - \dot{\varphi}_s^2 \sin \varphi_s \right), \\
 I\ddot{\varphi} + \beta_\varphi \dot{\varphi} + c_\varphi \varphi &= \sum_{s=1}^k m_s \varepsilon_s r_s \left(\dot{\varphi}_s^2 \sin \varphi_s - \ddot{\varphi}_s \cos \varphi_s \right),
 \end{aligned} \tag{1}$$

де M , I – маса та момент інерції тримкого тіла; $L_s(\dot{\varphi}_s), R_s(\dot{\varphi}_s)$ – обертальний момент на валу електродвигуна та момент сил опору обертанню; m_s, ε_s, I_s – відповідно, маса s -го віброзбудника, його ексцентриситет і момент інерції відносно осі обертання; c_x, c_y, c_φ – жорсткості, пов’язані з переміщенням тримкого тіла у напрямках осей x, y та з поворотом на кут φ ; $\beta_x, \beta_y, \beta_\varphi$ – коефіцієнти опору лінійного демпфуючого елемента; r_s – відстань від центра мас тримкого тіла до осі s -го віброзбудника; g – пришвидшення вільного падіння.

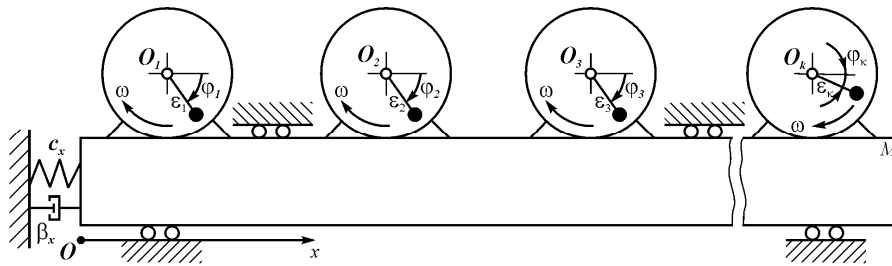


Рис. 1. Схема вібраційної машини з прямолінійними коливаннями тримкого тіла

Розглядаючи задачі про синхронізацію віброзбудників, досить обмежитися статичною характеристикою електродвигуна, оскільки постійні часу механічних перехідних процесів виявляються значно більшими, ніж електричних [1]. Аналіз динаміки роботи вібраційних машин з дебалансними віброзбудниками свідчить про те, що опір обертанню роторів збудників невеликий, і двигуни в усталеному русі працюють у режимі, близькому до режиму холостого ходу. Тому принципове значення має вигляд механічної характеристики в околі точки перетину кривої з віссю абсцис. Оскільки в околі цієї точки криву можна замінити дотичною, то дослідження проводилося з використанням лінійної моделі механічної характеристики зі змінним кутом γ , під яким вона перетинає вісь абсцис (рис. 2). Нестійка ділянка характеристики AB показана в цій моделі у вигляді відрізка прямої, яка проходить через точки $A(0, L_{\text{пуск}})$ та $B(\omega_{\text{max}}, L_{\text{max}})$, стійка ділянка BC – у вигляді прямої, яка має той самий кут нахилу до осі, що й реальна механічна характеристика.

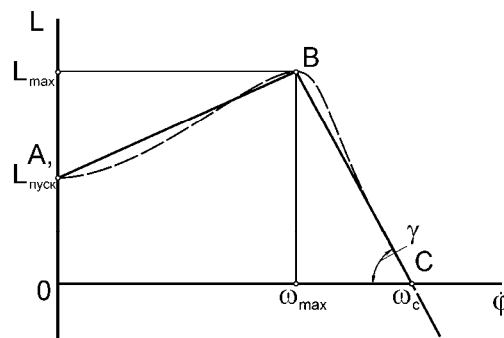


Рис. 2. Лінійна модель механічної характеристики асинхронного електродвигуна

Отже, обертальний момент на валу електродвигуна був обчислений так

$$L_s = \begin{cases} \frac{L_{\max} - L_{\text{пуск}}}{\omega_{\max}} \dot{\varphi}_s + L_{\text{пуск}}, & \text{у випадку } 0 \leq \dot{\varphi}_s \leq \omega_{\max}; \\ \frac{L_{\max}}{\omega_c - \omega_{\max}} (\omega_c - \dot{\varphi}_s), & \text{у випадку } \omega_{\max} < \dot{\varphi}_s \leq \omega_c, \end{cases}$$

де $L_{\max}, L_{\text{пуск}}$ – максимальний (критичний) та пусковий моменти двигуна; ω_{\max}, ω_c – максимальна та синхронна частоти обертання двигуна.

Момент сил опору обертанню, діючий на ротор дебалансного віброзбудника, обумовлений, в основному, опором у підшипниках; він пропорційний модулю кутової швидкості збудника і обчислювався за формулою

$$R_s = \frac{1}{2} f m_s \varepsilon_s \dot{\varphi}_s^2 d,$$

де f – коефіцієнт тертя кочення в підшипнику; ω – частота синхронного обертання віброзбудників; d – діаметр внутрішнього кільця підшипника.

Для зручності обчислень введений параметр $\lambda = \beta / c_x$, що характеризує опір коливанням тримкого тіла [4].

Числове інтегрування нелінійних диференціальних рівнянь (1) здійснювалося за допомогою стандартного пакета комп'ютерних програм Maple 9. Результати розв'язання рівнянь руху одержано у вигляді графіків зміни узагальнених координат переміщення тримкого тіла, різниці фаз між віброзбудниками та графіків їх синхронних і парціальних кутових швидкостей протягом перших тридцяти секунд після пуску двигунів.

Аналіз результатів. Зупинимось, для початку, на найпростішому прикладі – самосинхронізації віброзбудників на тримкому тілі з одним ступенем вільності (рис. 1). На рис. 3–5 наведено результати моделювання самосинхронізації двох дебалансних віброзбудників з „майже однаковими” [1] парціальними кутовими швидкостями для таких значень параметрів: $m_1 = m_2 = 4,8 \text{ кг}$; $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,034 \text{ м}$; $I_1 = I_2 = 0,017 \text{ кг м}^2$; $M = 100 \text{ кг}$; $c_x = 1 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$; $d = 0,03 \text{ м}$; $\lambda = 0,003$. Передбачається, що у вібраційній машині використано звичайні асинхронні короткозамкнені електродвигуни типу 4АА63А4 ($n_c = 1500 \text{ об/хв}$, $N_{\text{ном}} = 0,25 \text{ кВт}$).

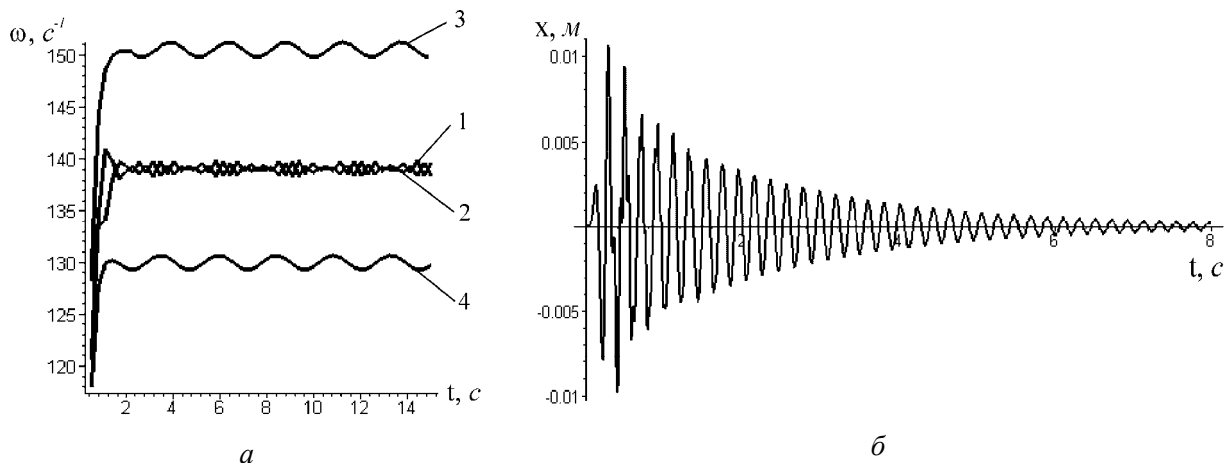


Рис. 3. Залежність від часу:

a – синхронних (1, 2) і парціальних (3, 4) кутових швидкостей; *б* – переміщення тримкого тіла

Одержані графічні залежності демонструють динаміку виходу віброзбудників на синхронний режим руху. Цей режим характеризується, перш за все, сталістю різниці фаз між збудниками та рівністю їх середніх кутових швидкостей. З графіків наочно видно: встановлені на спільній рухомій

основі два збудники обертаються з однаковою середньою швидкістю – синхронною швидкістю (рис. 3, криві 1, 2, $\omega_{\text{синхр}} = 139 \text{ c}^{-1}$), тоді як ті ж збудники, встановлені на нерухомій основі, мають різні парціальні швидкості обертання (рис. 3, криві 3, 4, $\omega_1 = 150 \text{ c}^{-1}$, $\omega_2 = 130 \text{ c}^{-1}$), при цьому кутова швидкість синхронного обертання наближено дорівнює середньому арифметичному парціальних швидкостей; час встановлення синхронного режиму руху незначний – близько 2–4 с; різниця фаз між збудниками для випадку зарезонансних коливань тримкого тіла наближено дорівнює 180° (рис. 4, а, крива 1). При цьому можна говорити лише про деякий середній зсув фаз, оскільки його величина у межах одного циклу усталеного руху періодично коливається. За рис. 4, б можна оцінити величину цих коливань, яка є одним з основних параметрів для оцінки стабільності синхронного режиму [1]. На рис. 3, б наведено зміну в часі амплітуди коливань тримкого тіла. Зменшення амплітуди ($A < 0,2 \text{ мм}$) при усталеному русі є наслідком встановлення синхронно-протифазного режиму обертання збудників.

Для дорезонансного режиму кут зсуву фаз між збудниками у стійкому синхронному русі набуває значення, близьке до нуля (рис. 4, а, крива 2 – випадок майже однакових парціальних частот), що узгоджується з аналітичними результатами. За більшого розкиду парціальних частот зсув фаз відрізнятиметься від нуля тим більше, чим більшою буде ця різниця. Показано, що факт самосинхронізації збудників не залежить від їх початкових положень. У випадку, коли початкові умови відповідають положенню збудників в очікуваному синхронному режимі, спостерігається лише деяке скорочення часу встановлення синхронного режиму обертання збудників.

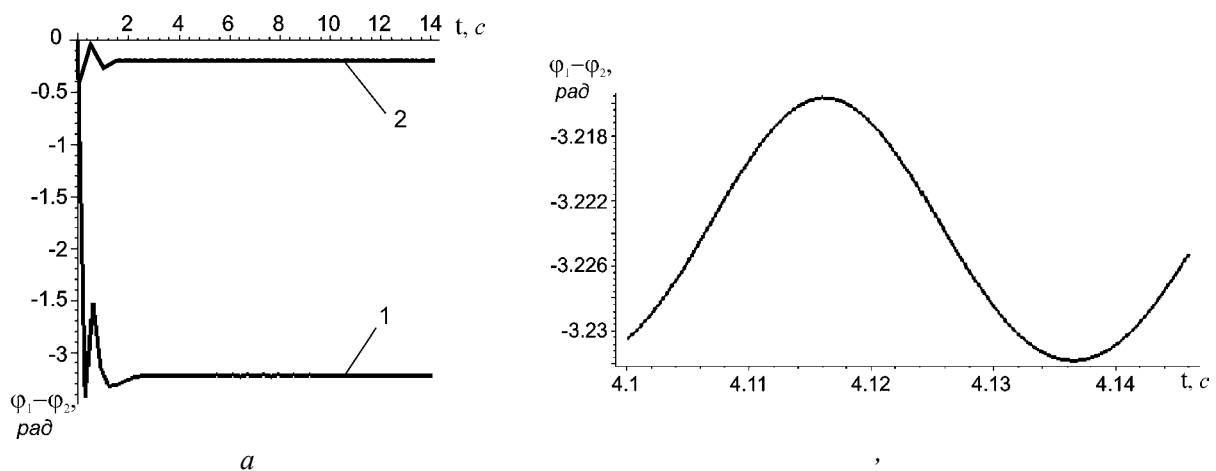


Рис. 4. Залежність різниці фаз між віброзбудниками від часу протягом:

а – усього досліджуваного періоду; б – одного циклу усталеного руху; 1 – випадок $p_x > \omega$; 2 – $p_x < \omega$

Проведено моделювання задачі про двократну синхронізацію віброзбудників – випадку, коли один або кілька збудників обертаються з подвійною частотою відносно інших. Встановлено, що при строго кратних парціальних частотах їхньої самосинхронізації досягають завжди. Такий висновок впливає з того, що різниця фаз між збудниками після розгону двигунів встановлюється постійною. Зазначимо, що вона у цьому випадку є близькою до 90° (рис. 5, крива 1) – це відповідає теоретичному значенню. Водночас, за найменшого розкиду парціальних частот кратна самосинхронізація збудників не встановлюється за жодних значень параметрів системи (рис. 5, крива 2).

Отже, незважаючи на існуючий вібраційний зв'язок між збудниками, що обертаються з кратними частотами [3], практично реалізувати ефект двократної самосинхронізації досить складно, оскільки максимальні значення вібраційних моментів у цьому випадку виявляються значно меншими, ніж відповідні моменти простої синхронізації. Для подолання існуючих труднощів можна використати певні прийоми та пристрої, дія яких ґрунтується на збільшенні ступеня нерівномірності обертання роторів збудників [1]. Так, використовуючи пристрій [6], в якому

пружина одним кінцем шарнірно прикріплюється до збудника (що обертається з основною частотою), а іншим – до тримкого тіла, вдається досягнути стійкості кратно-синхронного обертання збудників. При цьому у випадку різниці парціальних частот віброзбудників у 2–3% необхідно, щоб жорсткість пружини була не меншою за $1,8 \cdot 10^3 \text{ Н/м}$ (рис. 5, криві 3, 4).

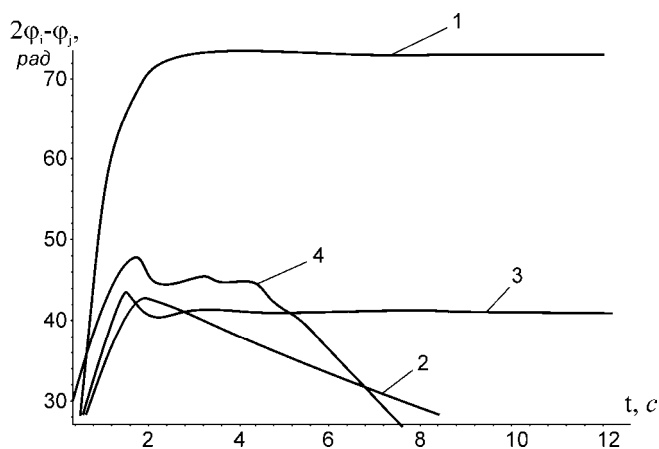


Рис. 5. Залежність різниці фаз між збудниками від часу за двократною самосинхронізацією: 1 – строго кратні частоти; майже однакові частоти: 2 – без підсилювального пристрою; 3, 4 – з використанням підсилювального пристрою [6] при $c = 1,8 \cdot 10^3 \text{ Н/м}$; $c = 1,6 \cdot 10^3 \text{ Н/м}$, відповідно

Також зазначимо, що зсув фаз у випадку не строго кратних парціальних частот віброзбудників відмінний від 90° (в розглянутому випадку 140°). За більшого розкиду частот ефективним є використання пристроїв, у яких ротори збудників безпосередньо зв'язані між собою за допомогою пружних елементів [7]. У цьому випадку за різниці між парціальними частотами до 5 % для забезпечення стійкості кратно-синхронного обертання віброзбудників необхідна пружина жорсткістю лише 300 Н/м . Суттєвим є те, що при кількості віброзбудників більше двох, достатньо лише одного пристрою, який зв'яже одну пару роторів збудників, що обертаються з кратними частотами.

Крім того, досліджено можливість підсилення тенденції віброзбудників до кратної самосинхронізації шляхом використання механізму універсального шарніра. Для цього ротор електродвигуна, що приводить у рух віброзбудник, який обертається з основною частотою, з'єднують з ним за допомогою одного механізму універсального шарніра. При цьому двигун встановлено під деяким кутом до осі ротора збудника. Числові розрахунки свідчать, що підсилювальний ефект від застосування механізму універсального шарніра є суттєвим лише за високих частот обертання збудників.

Результати числового моделювання задачі про самосинхронізацію чотирьох майже однакових віброзбудників, встановлених на тримкому тілі, яке може здійснювати прямолінійні коливання, збігаються з результатами, одержаними аналітичним шляхом [3]; у дорезонансній області всі чотири збудники обертаються синфазно (рис. 6, а), а після резонансу їх синхронний рух є нестійким. При цьому протягом деякого досить нетривалого періоду часу два або три з чотирьох віброзбудників можуть обертатися синхронно, але в усіх випадках синхронізації руху збудників не досягається (рис. 6, б). Зазначимо, що цей висновок є уточненням результату, наведеного в [8] для цієї коливної системи.

Розглянуто синхронізацію трьох віброзбудників, симетрично встановлених на м'яко віброізолюваному тримкому твердому тілі з трьома ступенями вільності (рис. 7). Числові експерименти свідчать:

– у випадку використання двигунів з однаковими частотами обертання та при виконанні відомої умови $Mr^2 / I > 2 - m_3 \varepsilon_3 / m \varepsilon$ ротори крайніх збудників обертаються практично синфазно, а центрального – у протифазі до них (рис. 8, криві 2, 3 та 1 відповідно). При цьому тримке тіло здійснює

кругові поступальні коливання з амплітудою $A \approx 2,5$ мм (випадок $m_1 \varepsilon_1 = m_2 \varepsilon_2 = m \varepsilon = 0,163$ кг м; $m_3 \varepsilon_3 = 0,082$ кг м $r = 0,215$ м; $M = 100$ кг), значення якої добре узгоджуються з аналітичним результатом;

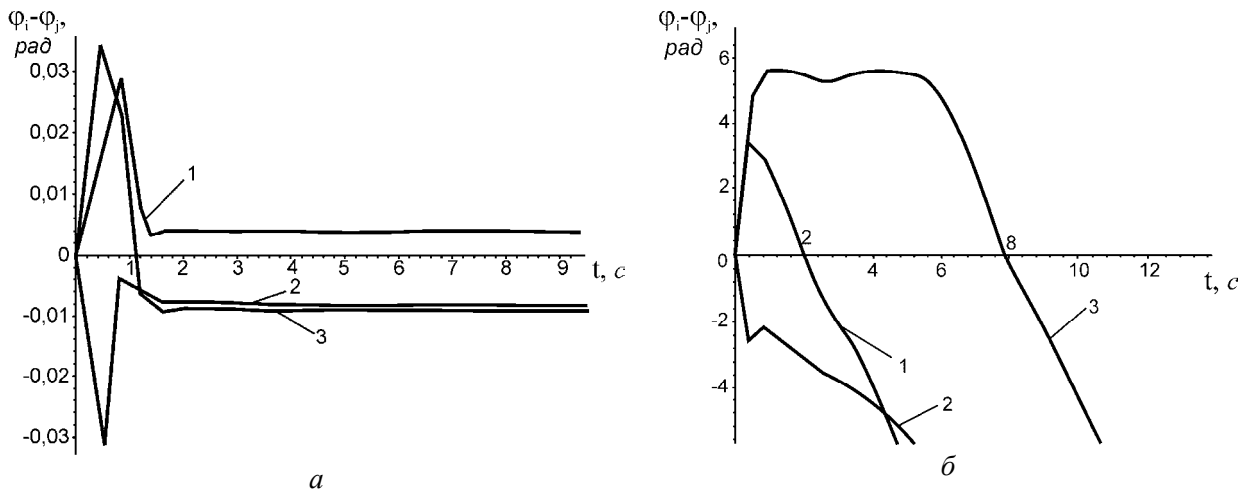


Рис. 6. Залежність різниці фаз між збудниками від часу:
 1 - $\varphi_1 - \varphi_2$; 2 - $\varphi_1 - \varphi_3$; 3 - $\varphi_1 - \varphi_4$; а - випадок $p_x > \omega$; б - $p_x < \omega$

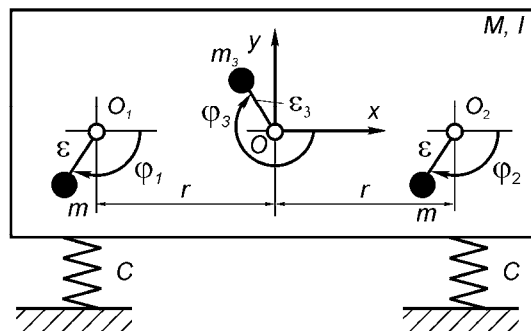


Рис. 7. Схема вібраційної машини з плоским рухом тримкого тіла

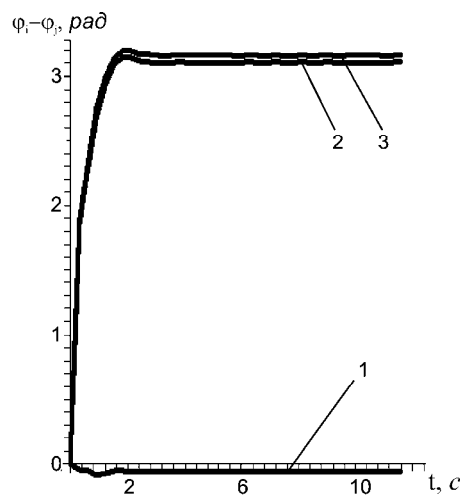


Рис. 8. Залежність різниці фаз між збудниками від часу:
 1 - $\varphi_1 - \varphi_2$; 2 - $\varphi_1 - \varphi_3$; 3 - $\varphi_2 - \varphi_3$;

– під час обертання центрального збудника з частотою, у два рази більшою за частоту крайніх, можлива їх кратна самосинхронізація: синфазне обертання крайніх збудників і синхронне, зі зсувом фаз, що дорівнює наближено 90^0 – центрального (рис. 9, а, криві 2, 3 та 1 відповідно). У цьому випадку тримке тіло здійснює бігармонічні коливання (рис. 11).

Водночас за розкиду парціальних частот більшому за 2,5–3 % досягають лише простої синхронізації (рис. 9, б, криві 2, 3). Зсув фаз між збудниками, що обертаються з кратними частотами, не стабілізується (рис. 9, б, криві 1 та 2, 1 та 3). Згідно з рис. 10, а крайні збудники обертаються з однаковою середньою швидкістю – синхронною швидкістю (криві 1, 2, $\omega_{\text{синхр}} = 144 \text{ c}^{-1}$), а центральний – з середньою швидкістю, що дорівнює його парціальній швидкості (крива 3, $\omega_3 = 280 \text{ c}^{-1}$).

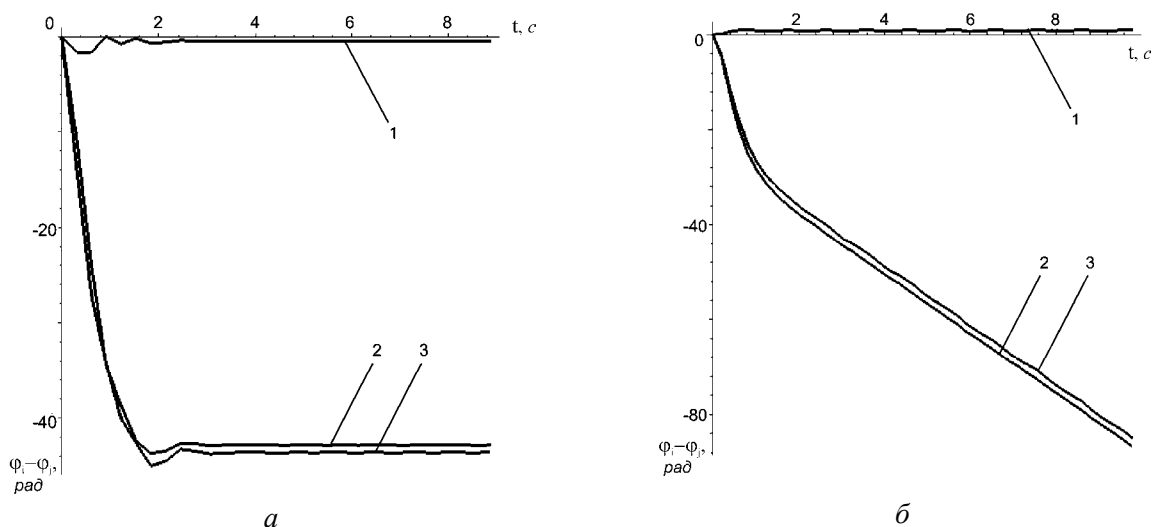


Рис. 9. Залежність різниці фаз між збудниками від часу, у випадку різниці між частотами:
а – до 2,5 %; б – більше 3 %; 1 – $\varphi_1 - \varphi_2$; 2 – $\varphi_1 - \varphi_3$; 3 – $\varphi_2 - \varphi_3$

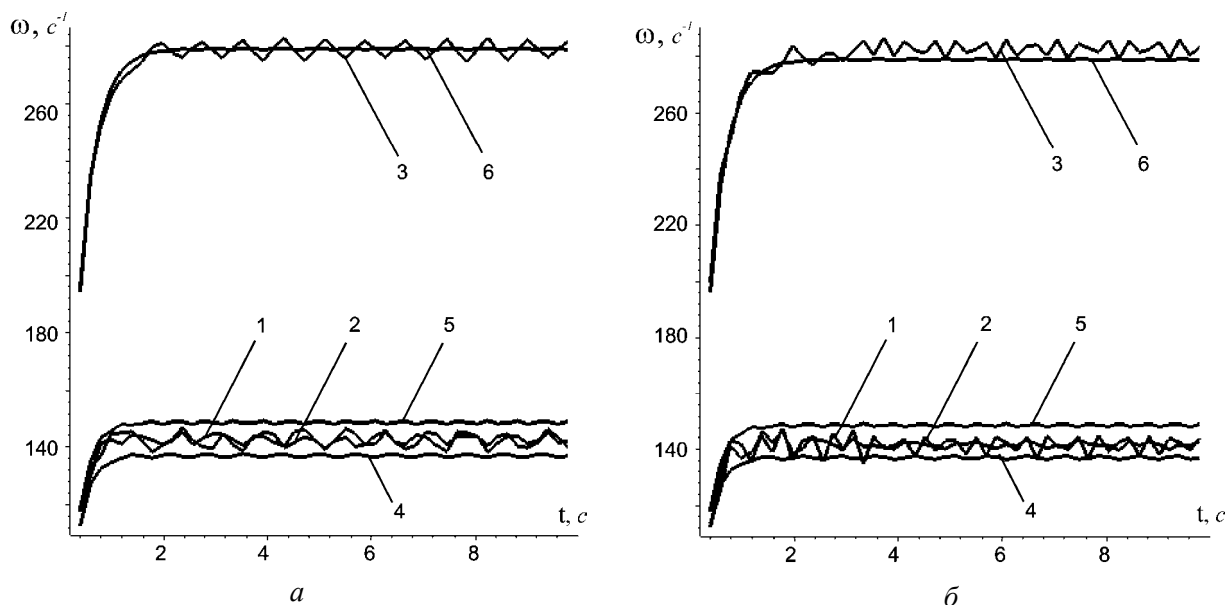


Рис. 10. Залежність синхронних (1, 2, 3) і парціальних кутових швидкостей (4, 5, 6) від часу у випадку:
а – відсутності; б – встановлення кратної-синхронного обертання збудників

Використовуючи пристрої для підсилення ефекту [6, 7] вдається забезпечити стійкість кратно-синхронного обертання віброзбудників. У цьому випадку синхронна швидкість крайніх (основних) віброзбудників дещо зменшується (рис. 10, б, криві 1, 2, $\omega_{\text{синхр}} = 142 \text{ c}^{-1}$), оскільки вони так би мовити пришвидшують центральний віброзбудник. Тепер він обертається зі швидкістю, яка більша за його парціальну і дорівнює строго подвоєній синхронній швидкості крайніх (рис. 10, б, крива 3, $\omega_3 = 2\omega_{\text{синхр}} = 284 \text{ c}^{-1}$).

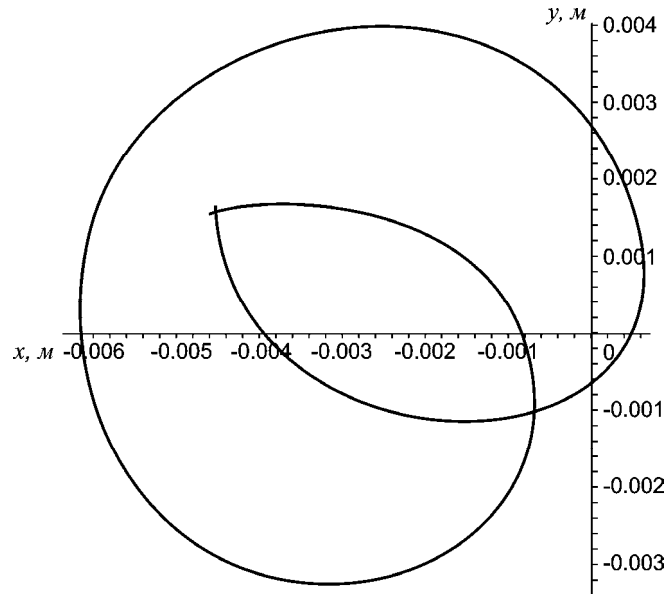


Рис. 11. Траєкторія руху центра мас тримкого тіла у випадку кратно-синхронного обертання збудників

Висновки. Аналізуючи результати чисельного моделювання приходимо до наступних висновків:

- ефект самосинхронізації підсилюється при збільшенні статичних моментів віброзбудників. При цьому у випадку кратної синхронізації вплив віброзбудників, що обертаються з основною частотою, є значно вагомішим;

- підсилити ефект самосинхронізації можливо шляхом вибору двигунів мінімально необхідної потужності та при виборі частоти обертання збудників наближеною до частоти власних коливань системи;

- запропоновані пристрої, що забезпечують пружний зв'язок віброзбудників з тримким тілом та між собою, дозволяють суттєво розширити область існування їх кратно-синхронних рухів;

- тенденція до самосинхронізації збудників зменшується із збільшенням маси тримкого тіла, моментів опору обертанню і моментів інерції роторів збудників, а також у випадку завищеної потужності двигунів.

Отже, результати проведеного числового моделювання явища самосинхронізації свідчить про добру узгодженість між числовими та одержаними раніше аналітичними і експериментальними результатами, можливість досліджувати вплив параметрів коливної системи на самосинхронізацію віброзбудників, а також визначити параметри пристроїв, що використовуються для підсилення ефекту самосинхронізації.

1. Блехман И.И. Самосинхронизация в природе и технике. – М.: Наука, 1981. – 352 с.
2. Нагаев Р.Ф. Гузев В.В. Самосинхронизация инерционных виброзбудителей / Под ред. К.М. Ра-

гульскиса. – Л.: Машиностроение, 1990. – 178 с. 3. Ярошевич М.П. Складні випадки в теорії самосинхронізації механічних вібробудників. – Луцьк: ЛДТУ, 2005. – 192 с. 4. Румянцев С.А. Динамика переходных процессов и самосинхронизация движений вибрационных машин. – Екатеринбург: УрО РАН, 2003. – 134 с. 5. Опирский Б.Я., Денисов П.Д. Новые вибрационные станки: конструкция и расчет. – Львов: Свит, 1991. – 160 с. 6. А. с. 388974. Инерционный вибратор / И.И. Блехман. – 1973. – № 29. 7. А. с. 1597235. Вибровозбудитель / И.И. Блехман, Н.П. Ярошевич. – 1990. – № 37. 8. Вибрации в технике: Справочник. Т.4 / Под ред. Э.Э. Лавендела. – М.: Машиностроение. 1981. – 509 с.