ЗАДАЧА ТИПУ ДІРІХЛЕ-НЕЙМАНА ДЛЯ РІВНЯНЬ ІЗ ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ З МОЛОДШИМИ ЧЛЕНАМИ

Репетило С.М., к.ф.-м.н.; Симотюк М.М., к.ф.-м.н., с.н.с.
Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

В області $D = \{(t,x): 0 < t < T,\ x \in \Omega\}$, де Ω – коло одиничного радіуса, розглянемо задачу

$$L\left(\frac{\partial}{\partial t},\frac{\partial}{\partial x}\right)u := \sum_{|s|\le 2n} a_{(s_1,s_2)} \frac{\partial^s u(t,x)}{\partial t^{s_1}\partial x^{s_2}} = 0,\ a_{(s_1,s_2)} \in \mathbf{C},\ a_{(2n,0)} = 1, \quad (1)$$

$$\left.\frac{\partial^{2j-2}u(t,x)}{\partial t^{2j-2}}\right|_{t=0} = \varphi_j(x),\ \left.\frac{\partial^{2j-1}u(t,x)}{\partial t^{2j-1}}\right|_{t=T} = \varphi_{n+j}(x),\ j \in \{1,\mathbf{K},n\}, \quad (2)$$

де $s = (s_1,s_2) \in \mathbf{Z}_+^2$, $|s| = |s_1| + |s_2|$.

Через $\lambda_1,\mathbf{K},\lambda_{2n}$ позначимо корені рівняння $\sum_{j=0}^{2n} a_{(j,2n-j)}\lambda^j i^{2n-j} = 0$. Будемо говорити, що: 1) виконується умова А, якщо нерівності $\mathrm{Re}(\lambda_{j_1} + \mathbf{K} + \lambda_{j_n}) \ne \mathrm{Re}(\lambda_{q_1} + \mathbf{K} + \lambda_{q_n})$ виконуються для довільних наборів натуральних чисел $(j_1,\mathbf{K},j_n)$, $(q_1,\mathbf{K},q_n)$ таких, що $(j_1,\mathbf{K},j_n) \ne (q_1,\mathbf{K},q_n)$, $1 \le j_1 < \mathbf{K} < j_n \le 2n$, $1 \le q_1 < \mathbf{K} < q_n \le 2n$;

2) виконується умова В, якщо для довільних наборів натуральних чисел $(j_1,\mathbf{K},j_n)$ таких, що $1 \le j_1 < \mathbf{K} < j_n \le 2n$, виконуються нерівності

$$\lambda_{j_1}\cdot\mathbf{K}\cdot\lambda_{j_n} \ne 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & \mathbf{K} & 1 \\ \lambda_{j_1}^2 & \mathbf{K} & \lambda_{j_n}^2 \\ \mathbf{K} & \mathbf{K} & \mathbf{K} \\ \lambda_{j_1}^{2n-2} & \mathbf{K} & \lambda_{j_n}^{2n-2} \end{vmatrix} \ne 0.$$

Розв’язність задачі з умовами (2) для загального (без обмеження на тип) рівняння (1) пов’язана з проблемою малих знаменників [1, 2]. Метою даної роботи є встановлення коректності задачі (1), (2) при виконанні умов А, В і обґрунтування того, що за цих умов проблема малих знаменників не виникає при побудові розв’язку задачі (1), (2).

1. *Пташник Б.Й., Ільків В.С., Кміть І.Я., Поліщук В.М.* Нелокальні крайові задачі для рівнянь із частинними похідними. – Київ: Наук. думка, 2002. – 416 с.
2. *Пташник Б.Й., Репетило С.М.* Крайова задача з мішаними умовами для лінійних безтипних рівнянь з частинними похідними // Укр. мат. журн. − 2016. − **68**, № 5. − С. 665 − 682.