

ЗАСТОСУВАННЯ ТОПОЛОГІЧНИХ МЕТОДІВ ЗА СИМВОЛЬНОГО АНАЛІЗУ ЛІНІЙНИХ ПАРАМЕТРИЧНИХ КІЛ

© Шаповалов Ю.І., Маньковський С.В., 2008

Підвищено ефективність символьного аналізу лінійних параметричних кіл у середовищі MatLab шляхом обчислення визначників матриць методом d-дерев. Показано, що використання комплексного ряду Фур'є при апроксимації розв'язку має переваги перед тригонометричним рядом Фур'є. Усі висновки зроблено на основі наведених експериментів.

Abstract is the increased effectiveness of symbol analysis of linear parametric circles in MatLab environment by calculating the determinants through d-trees method. It is shown that the use of Fourier exponential series has some advantages over Fourier trigonometric series. The conclusion is drawn on the basis of the given experiments.

Вступ

В [1, 2] описано метод символьного визначення вторинних параметрів лінійних параметричних кіл, який ґрунтується на розв'язанні у частотній області рівняння Л.А. Заде [3]:

$$\frac{1}{n!} \frac{d^n A(s,t)}{ds^n} \frac{d^n W(s,t)}{dt^n} + \dots + \frac{dA(s,t)}{ds} \frac{dW(s,t)}{dt} + A(s,t)W(s,t) = B(s,t), \quad (1)$$

де $W(s,t) = \frac{Y(s,t)}{X(s,t)}$ – функція передавання кола; $Y(s,t), X(s,t)$ – зображення вихідної $y(t)$ та вхідної $x(t)$ змінної кола у частотній області відповідно; s – комплексна змінна; t – час; $A(s,t) = a_n(t)s^n + \dots + a_1(t)s + a_0(t)$; $B(s,t) = b_m(t)s^m + \dots + b_1(t)s + b_0(t)$; $a_i(t), b_j(t)$ – відповідні коефіцієнти диференціального рівняння, що описує коло стосовно змінних $y(t)$ та $x(t)$.

Описаний у [1, 2] метод визначає функцію передавання кола $W(s,t)$ у вигляді апроксимації її тригонометричним рядом Фур'є:

$$\hat{W}(s,t) = W_0(s) + \sum_{i=1}^k [W_{ci}(s) \cos(i\Omega t) + W_{si}(s) \sin(i\Omega t)], \quad (2)$$

де $\Omega = \frac{2\pi}{T}$; T – період зміни параметра параметричного елемента кола (вважаємо, що коло містить один параметричний елемент); $W_0(s), W_{ci}(s), W_{si}(s)$ – дробово-раціональні функції комплексної змінної s ; k – кількість гармонік в апроксимації.

Невідомі $W_0(s), W_{ci}(s), W_{si}(s)$ у методі визначаються з системи лінійних алгебраїчних рівнянь СЛАР $(2k+1)$ -го порядку

$$M \times W = P, \quad (3)$$

де $W = [W_0(s), W_{c1}(s), W_{s1}(s), W_{c2}(s), W_{s2}(s), \dots, W_{ck}(s), W_{sk}(s)]^t$ – вектор $(2k+1)$ шуканих функцій $W_0(s), W_{ci}(s), W_{si}(s)$; $i=1,2,\dots,k$; M, P – відомі $(2k+1)$ вимірні матриця та вектор, елементи яких визначаються параметрами елементів кола та змінними s і Ω .

Вибір методу

Під час символьного аналізу параметричного кола метод передбачає символьне розв'язання системи (3), що, як переконаємось далі, є складною задачею навіть для одного з найбільш потужних програмних пакетів MatLab, особливо для складних параметричних кіл за доволі великих значень k .

Ця робота розглядає вибір методу і програм символьного розв'язання СЛАР виду (3) підвищеної складності. Для цього:

- проведено дослідження властивостей програмного пакета MatLab за символьного розв'язання СЛАР виду (3);
- вибрано ефективнішу апроксимацію передавальної функції;
- запропоновано застосувати метод розв'язання СЛАР, більш ефективні, ніж ті, що реалізовані у MatLab.

Наступний матеріал ілюструється на прикладі кола одноконтурного параметричного підсилювача (рис. 1).

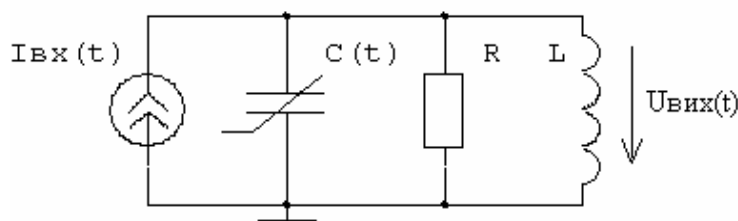


Рис. 1. Одноконтурний параметричний підсилювач: $I_{bx} = I_m \cdot \exp(j \cdot \omega \cdot t + \varphi)$; $I_m = 1A$; $\omega = 1c^{-1}$;
 $R = 1\Omega$; $L = 1H$; $C(t) = C_0 \cdot (1 + m \cdot \cos(\Omega \cdot t))$; $C_0 = 1\Phi$; $\Omega = 2 \cdot \omega$

Матриця M для вибраного параметричного кола при використанні вищезгаданого методу аналізу має показану на рис. 2 заповненість ненульовими елементами.

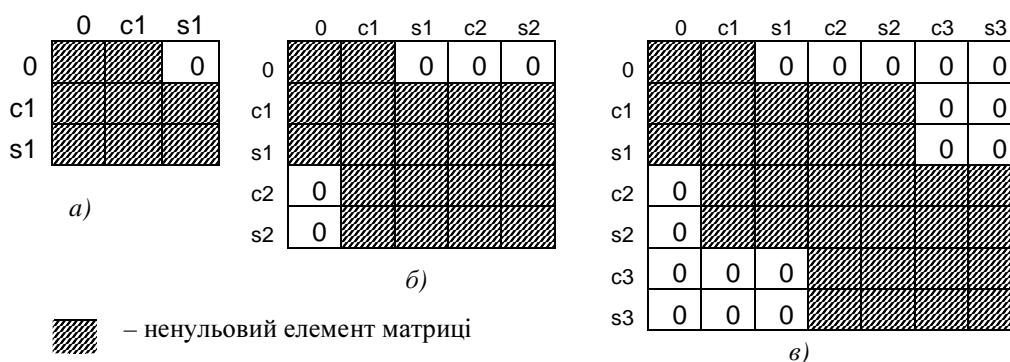


Рис. 2. Розміщення ненульових елементів в матриці M коефіцієнтів СЛАР за апроксимації тригонометричним рядом Фур'є: а – $k=1$; б – $k=2$; в – $k=3$

Як бачимо з рис. 2, матриця M є достатньо заповненою. Кількість ненульових елементів та загальна кількість елементів у матриці M за $k = 1, 2, \dots, 12$ наведена у табл. 1 (стовпці 2 і 4).

Очевидно, що заповненість матриці ненульовими елементами є одним з основних чинників, які впливають на час розв'язання СЛАР. Тому, якщо є можливість зменшити таку заповненість, то потрібно це зробити. Як показали експерименти, кількість ненульових елементів у матриці M може бути зменшена, якщо функцію передавання апроксимувати не тригонометричним (2), а рядом Фур'є у комплексній формі:

$$\hat{W}(s, t) = W_0(s) + \sum_{i=1}^k [W_{-i}(s) \exp(-ji\Omega t) + W_{+i}(s) \exp(ji\Omega t)]. \quad (4)$$

Для цього випадку матриця M має вигляд, показаний на рис. 3, а заповненість ненульовими елементами для $k = 1, 2, \dots, 12$ наведено у табл. 1 (стовпчик 3).

Таблиця 1

Заповненість ненульовими елементами

Кількість гармонік k	Кількість ненульових елементів за апроксимації (2)	Кількість ненульових елементів за апроксимації (4)	Загальна кількість елементів у матриці
1	2	3	4
1	8	7	9
2	20	13	25
3	32	19	49
4	44	25	81
5	56	31	121
6	68	37	169
7	80	43	225
8	92	49	289
9	104	55	361
10	116	61	441
11	128	67	529
12	140	73	625

У табл. 2 наведено відносний* час розв'язання СЛАР методом Крамера за усіх символічних параметрів за допомогою стандартної функції «det» пакета MatLab** для різної кількості гармонік у функції передавання при використанні апроксимації (2) (стовпчик 2) та апроксимації (4) (стовпчик 3). З табл. 2 зрозуміло, що: а) апроксимація (4) дає менші значення часу, ніж апроксимація (2); б) при апроксимації (2) MatLab дає результат тільки для кількості гармонік до 9, а при апроксимації (4) – тільки для кількості гармонік до 10.

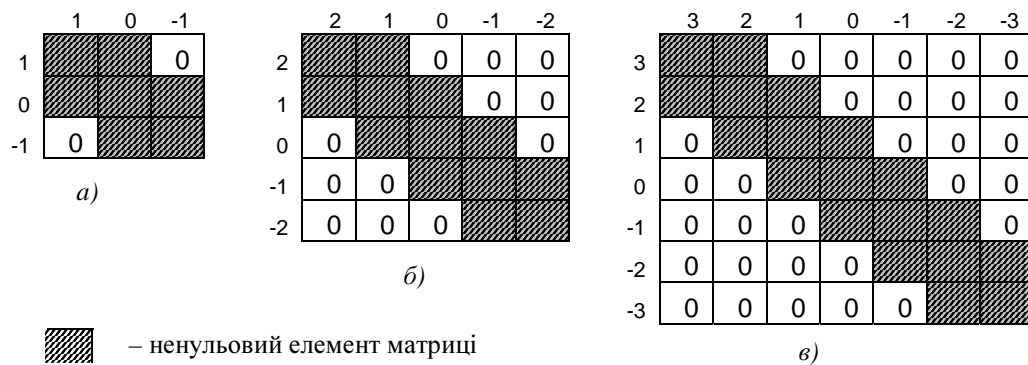


Рис. 3. Розміщення ненульових елементів у матриці M коефіцієнтів СЛАР за апроксимації комплексним рядом Фур'є: а – $k=1$; б – $k=2$; в – $k=3$

* При виконанні у MatLab стандартної функції «det» відбувається звернення до ядра системи Maple V R5 [4], що пришвидшує час обчислень. Розглянутий у цій роботі метод d-дерев реалізовано мовою MatLab, без звернення до ядра Maple V R5. У зв'язку з цим для інформативнішого оцінювання швидкодії у роботі вибрано відносний, а не абсолютний час. Відносний час розв'язання (3) за кількості гармонік $k = n$ обчислюється як відношення часу розв'язання СЛАР, отриманого за $k = n$, до часу розв'язання СЛАР, отриманого за $k = 1$.

** Тут і далі експерименти проводились з версією MatLab 7 на комп'ютері з параметрами Celeron 1440 МГц, ОЗП 256 Мб.

Топологічний метод d-дерев

Враховуючи наведені дані, можемо очікувати, що для складніших кіл, ніж одноконтурний параметричний підсилювач, стандартна функція «det» пакета MatLab даватиме ще менш прийнятні результати. А це означає, що розраховувати на можливості функції «det» пакета MatLab під час розв'язання (3) у загальному випадку аналізу параметричних кіл не доводиться. Іншими словами, у цій частині аналізу лінійних параметричних кіл описаним методом пакет MatLab повинен бути доповнений ефективнішими засобами, або разом з пакетом MatLab у цій частині розрахунків необхідно користуватись додатковими програмними пакетами, що реалізують ефективніші методи та алгоритми.

На наш погляд, одним з таких методів може бути топологічний метод d-дерев [5], який добре вивчений та добре зарекомендував себе під час аналізу складних лінійних кіл (сотні вузлів та елементів) з постійними параметрами, при виділенні в них групи параметрів елементів, які задані у символічному вигляді. Це пов'язано з тим, що: а) у топологічних методах присутні тільки арифметичні дії множення та додавання (відсутні дії віднімання та ділення); б) алгоритми вибору підсхем та послідовності їх об'єднання [5] забезпечують для заданого кола формування математичних виразів з оптимально винесеними подібними, а це забезпечує обчислення таких виразів з мінімальною кількістю арифметичних дій, а, значить, за мінімальних затрат пам'яті та за мінімальний час.

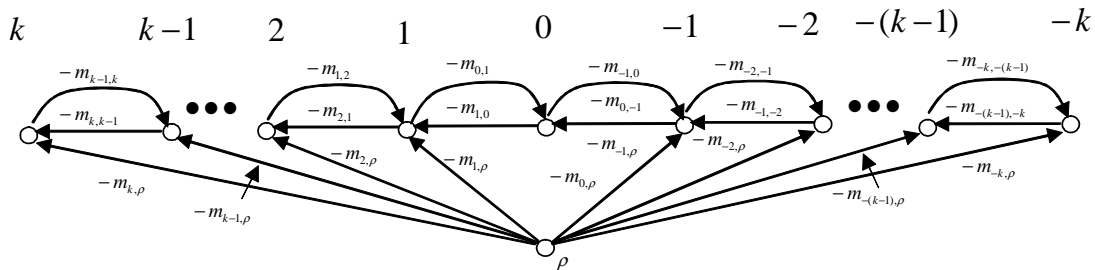


Рис. 4. Граф G матриці M , що відповідає одноконтурному параметричному підсилювачу за апроксимації (4) та кількості гармонік k

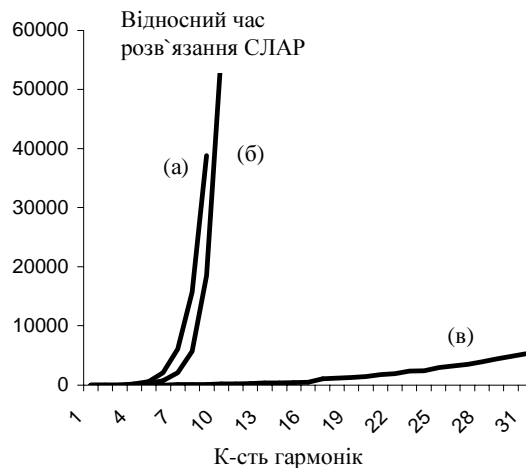


Рис. 5. Залежність відносного часу розв'язання СЛАР від кількості гармонік. Криві (а) та (б) отримані під час використання апроксимації (2) та (4) відповідно. Крива (в) отримана під час застосування методу d-дерев

Обчислення невідомих у рівнянні (3) символічними методами, зокрема й топологічним методом d-дерев, ґрунтується на символічному обчисленні визначника матриці M , його алгебраїчних доповнень, а також визначників матриць, отриманих з матриці M , заміною в ній одного стовпчика вектором P (наприклад, метод Крамера). Іншими словами, визначення невідомих у рівняннях

вигляду (3) переважно зводиться до обчислень визначників певних матриць. При обчисленні визначника заданої матриці топологічними методами спочатку ця матриця доповнюється рядком та стовпчиком з такими елементами, які забезпечують суму елементів у кожному рядку та стовпчику цієї доповненої матриці, що дорівнює нулеві. Далі за такою доповненою матрицею будується граф G , у якому: а) кількість вершин дорівнює кількості рядків (стовпчиків) у доповненій матриці; б) кожному недиагональному елементу доповненої матриці відповідає дуга у графі G ; в) вага дуги g_{ij} графа G , направленої з вершини j у вершину i , дорівнює значенню елемента « $-m_{ij}$ », що знаходиться на перетині i -го рядка та j -го стовпчика у доповненій матриці; г) сума ваг дерев у графі G дорівнює визначнику заданої матриці. Такий граф G для кількості гармонік k за апроксимації (4) показано на рис. 4.

Таблиця 2

Відносний час визначення невідомих у СЛАР

Кількість гармонік k	Відносний час розв'язання СЛАР за апроксимації (2)	Відносний час розв'язання СЛАР за апроксимації (4)	Відносний час розв'язання СЛАР топологічним методом
1	2	3	4
1	1	1	1
2	4,736842	3,7	3,758621
3	27,89474	22,5	9,137931
4	123,6842	75,5	13,7931
5	554,2105	242	25,37931
6	2028,947	710,5	33,65517
7	6058,421	2031	51,72414
8	15684,74	5699	66,27586
9	38779,47	18463	105,1724
10	----	56190	143,1724
11	----	----	168,3793
12	----	----	233,5172
13	----	----	279,3103
14	----	----	326,6069
15	----	----	410,3448
16	----	----	472,4138
17	----	----	1020,69
18	----	----	1154,966
19	----	----	1272,345
20	----	----	1424,31
21	----	----	1731,828
22	----	----	1899,655
23	----	----	2275,862
24	----	----	2402,034
25	----	----	2900,138
26	----	----	3222,414
27	----	----	3513,793
28	----	----	3896,552
29	----	----	4344,828
30	----	----	4841,379
31	----	----	5220,69

Відносний час визначення невідомих у СЛАР (3) методом Крамера за усіх символічних параметрів та обчислення визначників методом d-дерев для кола з рис. 1 та $k = 1, 2, \dots, 31$ наведено у табл. 2 (стовпчик 4). Для більшої наочності порівняння на рис. 5 показано криві (а), (б) і (с), які побудовані за даними, наведеними у табл. 2 (стовпчики 2, 3, 4) відповідно.

Висновки

Порівняння кривих на рис. 5 дає змогу зробити такий важливий висновок: заміна стандартної функції «det» у MatLab під час символьного розв'язання СЛАР (3) на програму, що реалізує метод d-дерев, за аналізу параметричних кіл досліджуваним методом дає:

- а) істотне збільшення кількості допустимих гармонік в апроксимаціях функції передавання (для прикладу з 9–10 гармонік до фактично потрібної кількості), що підвищує точність розрахунків;
- б) істотне зменшення комп'ютерного часу моделювання параметричних кіл (для прикладу у десятки і сотні разів).

На завершення порівняємо розрахунки вихідної напруги кола з рис. 1, проведені програмою MicroCap 7 (стовпчик 2 з табл. 3), та програмою, що реалізує досліджуваний символьний метод, за кількості гармонік в апроксимації функції передавання 1, 2, 3 та 4 (стовпчики 3, 4, 5, 6 у табл.3), відповідно. Результати отримані за коефіцієнта модуляції параметричної ємності $m = 0.2$ та різниці фаз між модуляцією ємності та вхідним сигналом (струмом) $\varphi = -45^\circ$. З табл. 3 бачимо, що значення у стовпчиках 2 та 3, 4, 5 деякою мірою ще незначно відрізняються, але значення стовпчиків 2 і 6 збігаються повністю. Цей факт ще раз доводить адекватність пропонованого методу та розробленої авторами програми символьного аналізу параметричних кіл з іншими широко відомими методами та програмами.

Таблиця 3

Розрахунки вхідної напруги кола

Час, с	Результат з MicroCap 7, В	Пропонований метод, одна гармоніка, В	Пропонований метод, дві гармоніки, В	Пропонований метод, три гармоніки, В	Пропонований метод, чотири гармоніки, В
1	2	3	4	5	6
62,832	0,692	0,692	0,692	0,692	0,692
63,146	0,892	0,899	0,891	0,892	0,892
63,460	1,071	1,084	1,072	1,071	1,071
63,774	1,175	1,171	1,177	1,176	1,175
64,088	1,109	1,086	1,107	1,109	1,109
64,403	0,825	0,819	0,825	0,825	0,825
64,717	0,421	0,441	0,423	0,421	0,421
65,031	0,045	0,059	0,044	0,045	0,045
65,345	-0,250	-0,253	-0,250	-0,249	-0,250
65,659	-0,484	-0,488	-0,484	-0,484	-0,484
65,973	-0,692	-0,692	-0,692	-0,692	-0,692
66,288	-0,892	-0,899	-0,891	-0,892	-0,892
66,602	-1,071	-1,084	-1,072	-1,071	-1,071
66,916	-1,175	-1,171	-1,177	-1,176	-1,175
67,230	-1,109	-1,086	-1,107	-1,109	-1,109
67,544	-0,825	-0,819	-0,825	-0,825	-0,825
67,858	-0,421	-0,441	-0,423	-0,421	-0,421
68,173	-0,045	-0,059	-0,044	-0,045	-0,045
68,487	0,250	0,253	0,250	0,249	0,250

1. Шаповалов Ю. Моделювання лінійних параметричних кіл частотним символьним методом // Вісник ДУ „Львівська політехніка”. – 1998. – №343. – С126–132. 2. Шаповалов Ю., Шмотолоха І. Аналіз параметричних підсилювачів частотним символьним методом // Вісник ДУ “Львівська політехніка” «Радіоелектроніка та телекомунікації». – 2000. – №399. 3. Zadeh L.A. Frequency Analysis of Variable Networks, Proc. of the IRE. – Vol.39. – 1950. 4. Дьяконов В. MATLAB 6: Учебный курс. – СПб.: Питер, 2001. — 592 с. 5. Шаповалов Ю.И., Давидюк Р.Д. Особенности реализации метода топологического анализа схем в программе AC13ES // Изв. ВУЗов: Радиоэлектроника. – 1983. – Т. 26. – № 6. – С. 79–81.